

## **ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

Задание 1.

*Прочитайте текст и установите последовательность.*

Находите нормы функций

$$f_1(x) = \sqrt{|x|}, \quad f_2(x) = \sin 7x, \quad f_3(x) = e^{\frac{x}{\pi}}$$

в пространстве интегрируемых с квадратом на промежутке  $[-\pi, \pi]$  функций и расположите их в порядке убывания норм.

*Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:*

--	--	--

Задание 2.

*Прочитайте текст и установите последовательность.*

Расположите в порядке роста своих значений три коэффициента Фурье  $a_1$ ,

$a_2, b_2$  функции  $f(x) = \cos^2 x - \sin 2x$  по ортогональной системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

*Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:*

--	--	--

Задание 3.

*Прочитайте текст и установите последовательность.*

Расположите в порядке роста своих значений три коэффициента Фурье  $a_0$ ,

$a_2, b_2$  функции  $f(x) = \sin^2 x - \sin 2x$  по ортогональной системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

*Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:*

--	--	--

Задание 4.

*Прочитайте текст и установите последовательность.*

Расположите в порядке роста своих значений три коэффициента Фурье  $a_0$ ,

$a_1, a_2$  функции  $f(x) = \sin^2 x - 5 \cos x$  по ортогональной системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

*Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо:*

--	--	--

## **ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ**

Задание 1.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Ряд Фурье функции  $f(x)$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots$  имеет вид

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \text{ где коэффициенты связаны с данной}$$

функцией  $f(x)$  хорошо известными равенствами:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$$

Для функции  $f(x) = \cos^2 x + 0,5 + 2 \cos x$  установите соответствие между указанными функциями из системы  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  и коэффициентами при них в ряде Фурье.

В каждой позиции, данной в левом столбце, выберите соответствующую позицию из правого столбца

Выбранная функция из тригонометрической системы		Набор коэффициентов для выбора	
А	1	1	0
Б	$\sin x$	2	0,5
В	$\cos x$	3	1
Г	$\cos 2x$	4	2

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

Задание 2.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Ряд Фурье функции  $f(x)$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots$  имеет вид

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \text{ где коэффициенты связаны с данной}$$

функцией  $f(x)$  хорошо известными равенствами:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots; \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$$

Для функции  $f(x) = 2 \cos^2 x - \cos 2x + 3 \sin 2x - \sin x$  установите соответствие между указанными функциями из системы  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  и коэффициентами при них в ряде Фурье.

В каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Выбранная функция из тригонометрической системы		Набор коэффициентов для выбора и их нумерация	
А	1	1	-1
Б	$\sin x$	2	0
В	$\sin 2x$	3	1
Г	$\cos 2x$	4	3

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

Задание 3.

Прочитайте текст и установите соответствие.

Ряд Фурье функции  $f(x)$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, \dots$  имеет вид

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \text{ где коэффициенты связаны с данной}$$

функцией  $f(x)$  хорошо известными равенствами:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx, n = 0, 1, 2, \dots; b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx, n = 1, 2, \dots$$

Для функции  $f(x) = 2 \sin^2 x + 3 \sin 2x$  установите соответствие между указанными функциями из системы  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  и коэффициентами при них в ряде Фурье.

В каждой позиции, данной в левом столбце, подберите соответствующую позицию из правого столбца

Выбранная функция из тригонометрической системы		Набор коэффициентов для выбора и их нумерация	
А	1	1	-1
Б	$\sin x$	2	0
В	$\sin 2x$	3	1
Г	$\cos 2x$	4	3

Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

## **ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ**

Задание 1.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Почленное интегрирование функционального ряда всегда возможно, если он равномерно сходится на промежутке интегрирования. Для установления равномерной сходимости функциональных рядов можно применить признак Вейерштрасса. Как формулируется этот признак? Приведите примеры на применение признака Вейерштрасса. Покажите на примерах, что существуют равномерно сходящиеся ряды, к которым признак Вейерштрасса нельзя применить.

Задание 2.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Часто встречаются знакопередающиеся функциональные ряды. К каким рядам можно применить признак Лейбница? Сформулируйте признак Лейбница и дайте анализ его условий. Покажите, как оценивается остаточный член ряда Лейбница.

Задание 3.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Существуют различные способы построения ортогональных систем функций. Приведите краткое описание известных Вам способов. С применением метода неопределенных коэффициентов можно построить ортогональную на отрезке  $[-1,1]$  систему трех полиномов вида  $1, x + a, x^2 + bx + c$ . В результате получим систему трех полиномов Лежандра с единичными старшими коэффициентами. Реализуйте эту схему построения ортогональных систем полиномов.

Задание 4.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Равномерно сходящийся на отрезке  $[-\pi, \pi]$  тригонометрический ряд

$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$  можно почленно интегрировать на этом отрезке и

установить связь между суммой ряда  $f(x)$  и его коэффициентами, а именно, коэффициенты выражаются через сумму ряда в виде интегралов. Установите эти равенства. Как определяются ряды Фурье данной функции?

Задание 5.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Пусть известно, что для непрерывной  $2\pi$  – периодической функции  $f(x)$  функция многих переменных

$$F(A_0, A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n) = \int_{-\pi}^{\pi} \left[ f(x) - \left( \frac{1}{2} A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos kx + B_k \sin kx \right) \right]^2 dx$$

принимает свое минимальное значение в некоторой точке  $(a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n)$ .

Докажите с использованием необходимого условия локального экстремума, что координаты полученной точки экстремума являются коэффициентами Фурье функции  $f(x)$ .

Задание 6.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Известно, что минимальное значение интеграла

$$\int_{-1}^1 |x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0| dx$$

с параметрами  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  достигается на полиноме Лежандра вида

$$P_n(x) = A \cdot \frac{d^n [(x^2 - 1)^n]}{dx^n} \text{ при некотором } A. \text{ Определите подходящее}$$

значение  $A$

и минимальное значение рассматриваемого интеграла для  $n = 1$ .

Задание 7.

*Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.*

Функция  $f(x)$  называется кусочно-гладкой на отрезке  $[a, b]$ , если существует конечное разбиение  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_k = b$  такое, что производная  $f'(x)$  непрерывно продолжается на  $[x_{i-1}, x_i]$  при любом  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Пусть  $2\pi$  – периодическая функция  $f(x)$  является кусочно-гладкой на отрезке  $[-\pi, \pi]$ . Что можно сказать о сходимости и сумме ее ряда Фурье в произвольно взятой точке  $x \in (-\infty, +\infty)$ ?

### **ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ОТВЕТА И ОБОСНОВАНИЕМ ВЫБОРА**

Задание 1.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

- 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin 2x$  и  $g(x) = \cos 3x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 2.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin 2x$  и  $g(x) = \cos^2 x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 3.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin^2 x$  и  $g(x) = \cos 5x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 4.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin 3x + 2\cos 5x$  и  $g(x) = \cos x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 5.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin 7x - 6\cos 2x$  и  $g(x) = \sin x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 6.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номер того промежутка, на котором ортогональны функции  $f(x) = \sin x$  и  $g(x) = \cos x$ .

Ответ:

Обоснование:

Задание 7.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-1, 1]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номер того промежутка, на котором ортогональны функции  $f(x) = \text{sign}(x)$  и  $g(x) = 1$ .

Ответ:

Обоснование:

Задание 8.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-1, 1]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номер того промежутка, на котором ортогональны функции  $f(x) = \text{sign}(x)$  и  $g(x) = \cos x$ .

Ответ:

Обоснование:

Задание 9.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Сумма сходящегося ряда Фурье по системе функций  $1, \cos x, \dots, \cos nx, \dots$  является функцией: 1) четной; 2) нечетной; 3) может быть нечетной; 4) не может быть четной.

Ответ:

Обоснование:

Задание 10.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Сумма сходящегося ряда Фурье по системе функций  $\sin x, \sin 2x, \dots, \sin nx, \dots$  является функцией: 1) четной; 2) нечетной; 3) может быть четной; 4) не может быть нечетной.

Ответ:

Обоснование:

Задание 11.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех чисел: 1) 0,5; 2) 1; 3) 0; 4) 2 выберите номер того числа, который равен коэффициенту Фурье при  $\cos 2x$  функции

$f(x) = \cos^2 x$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

Ответ:

Обоснование:

Задание 12.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех чисел: 1) 3; 2) 1; 3) 0; 4) 2 выберите номер того числа, который равен коэффициенту Фурье при  $\sin 2x$  функции

$f(x) = \cos^2 x + 3 \sin 2x$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

Ответ:

Обоснование:

Задание 13.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех чисел: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2 выберите номер того числа, который равен коэффициенту Фурье при  $\cos x$  функции

$f(x) = \cos^2 x + 3 \sin 2x$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

Ответ:

Обоснование:

Задание 14.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех чисел: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) -2 выберите номер того числа, который равен коэффициенту Фурье при  $\sin 2x$  функции

$f(x) = \sin^2 x - 5 \cos 3x$  по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

Ответ:

Обоснование:

Задание 15.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех чисел: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2 выберите номер того числа, который равен коэффициенту Фурье при  $\cos 2x$  функции

$$f(x) = \cos^3 x + 3 \sin 2x \text{ по системе функций } 1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$$

Ответ:

Обоснование:

Задание 16.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

- 1)  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ; 2)  $[0, \pi]$ ; 3)  $[0, 2\pi]$ ; 4)  $[-\pi, \pi]$

выберите номер того промежутка, на котором функции  $f(x) = \sin x$  и  $g(x) = \cos x$  не ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 17.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди приводимых четырех утверждений выберите номер правильного ответа.

Не всегда ряд Фурье:

- 1) тригонометрического полинома (по тем же синусам и косинусам, что и ряд Фурье) может совпадать с самим полиномом;
- 2) тригонометрического полинома содержит лишь конечное число отличных от нуля коэффициентов;
- 3) нечетной функции содержит лишь синусы;
- 4) четной функции содержит лишь косинусы.

Ответ:

Обоснование:

Задание 18.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех промежутков:

- 1)  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ; 2)  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ; 3)  $[0, \pi]$ ; 4)  $[0, 2\pi]$

выберите номер того промежутка, который служит отрезком ортогональности минимальной длины для системы функций  $\sin x, \sin 3x, \dots, \sin(2n-1)x, \dots$

Ответ:

Обоснование:

Задание 19.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех пар чисел: 1)  $(\frac{1}{3}, -1)$ ; 2)  $(\frac{1}{2}, -1)$ ; 3)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ ; 4)

$(1, -1)$  выберите номер той пары чисел  $(a, b)$ , для которой функции  $f(x) = x + a$  и  $g(x) = x + b$  ортогональны на отрезке  $[-1, 1]$ .

Ответ:

Обоснование:

Задание 20.

*Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.*

Среди заданных четырех пар чисел: 1)  $(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ ; 2)  $(\frac{1}{2}, -1)$ ; 3)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ ; 4)

$(1, -1)$  выберите номер той пары чисел  $(b, c)$ , для которой функция  $f(x) = x^2 + bx + c$  ортогональна тождественной единице на отрезке  $[-1, 1]$ .

Ответ:

Обоснование:

### **ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ОТВЕТОВ И ОБОСНОВАНИЕМ ВЫБОРА**

Задание 1.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[2, 3]$ ; 2)  $[1, 2]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[0, 2]$

выберите номера тех промежутков, для которых функция  $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$  может входить в состав системы функций, ортогональных на этом промежутке в соответствии с определением ортогональной системы функций.

Ответ: 1), 2).

Обоснование: На этих промежутках данная функция является интегрируемой с квадратом, а на остальных нет.

Задание 2.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1) (1; 2); 2) (2,3); 3) (0,1); 4) (0,3)

выберите номера тех промежутков, для которых функция  $f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}}$  может

входить в состав системы функций, ортогональных на этом промежутке в соответствии с определением ортогональной системы функций.

Ответ:

Обоснование:

Задание 3.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Сумма равномерно сходящегося на промежутке  $[-\pi, \pi]$  ряда Фурье по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$

- 1) является непрерывной всюду;
- 2) является  $2\pi$  – периодической;
- 3) может иметь разрывы первого рода;
- 4) может иметь разрывы второго рода.

Ответ:

Обоснование:

Задание 4.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[0, 2\pi]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)

$[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, для которых интегралы для коэффициентов Фурье по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  можно брать по этому промежутку.

Ответ:

Обоснование:

Задание 5.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \cos^2 x$  укажите номера двух отличных от нуля

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_1, a_2, b_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 6.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \sin^2 x$  укажите номера двух отличных от нуля

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_1, a_2, b_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 7.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \cos^3 x + 3 \sin 2x$  укажите номера двух равных нулю

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_1, b_2, b_5.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 8.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \cos^2 x + \sin x - \frac{1}{2}$  укажите номера двух равных нулю

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_2, b_1, b_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 9.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \sin^2 x + 3 \sin x - \frac{1}{2}$  укажите номера двух равных нулю

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_2, b_1, a_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 10.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \sin^3 x$  укажите номера двух равных нулю

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$a_1, b_2, b_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 11.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Для функции  $f(x) = \sin^3 x \cos x$  укажите номера двух равных нулю

коэффициентов Фурье  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, n = 0, 1, 2, \dots;$

$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, n = 1, 2, \dots$  среди следующих четырех коэффициентов:  $a_0,$

$b_1, a_2, b_3.$

Ответ:

Обоснование:

Задание 12.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[-1, 1]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, на которых функции  $f(x) = \sin x$  и  $g(x) = \cos x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 13.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[0, \pi]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, на которых функции  $f(x) = 1$  и  $g(x) = \cos x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 14.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[0, \pi]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, на которых функции  $f(x) = 1$  и  $g(x) = \cos 5x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 15.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[0, \pi]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, на которых функции  $f(x) = \cos 2x$  и  $g(x) = \cos x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 16.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $[0, \pi]$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, на которых функции  $f(x) = \sin x$  и  $g(x) = \sin 5x$  ортогональны.

Ответ:

Обоснование:

Задание 17.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Среди заданных четырех промежутков: 1)  $[-\pi, \pi]$ ; 2)  $(-\infty, +\infty)$ ; 3)  $[0, 1]$ ; 4)  $[-1, 0]$  выберите номера тех промежутков, для которых верно утверждение: тригонометрический ряд по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  всегда является рядом Фурье для своей суммы, если он равномерно сходится на этом промежутке.

Ответ:

Обоснование:

Задание 18.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Если ряд Фурье по системе функций  $1, \cos x, \sin x, \dots, \cos nx, \sin nx, \dots$  равномерно сходится на промежутке  $[-\pi, \pi]$ , то его сумма:

- 1) является непрерывной всюду;
- 2) можно почленно интегрировать по промежутку  $[-\pi, \pi]$ ;
- 3) может иметь разрывы первого рода;
- 4) можно всегда почленно дифференцировать в каждой точке промежутка  $[-\pi, \pi]$ .

Выберите номера правильных ответов.

Ответ:

Обоснование:

Задание 19.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Если данные функции  $f(x)$  и  $g(x)$  ортогональны на данном отрезке  $[a, b]$ , то:

- 1) их производные могут быть также ортогональны на  $[a, b]$ ;
- 2) их первообразные могут быть также ортогональны на  $[a, b]$ ;
- 3) их производные всегда также ортогональны на  $[a, b]$ ;
- 4) их первообразные всегда также ортогональны на  $[a, b]$ .

Выберите номера правильных ответов.

Ответ:

Обоснование:

Задание 20.

*Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов.*

Пусть дана система трех линейно независимых интегрируемых в квадрате на данном отрезке  $[a, b]$  функций  $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ . Тогда:

- 1) линейными преобразованиями этих функций можно построить ортогональную систему функций на  $[a, b]$ ;
- 2) линейными преобразованиями этих функций можно построить ортонормированную систему функций на  $[a, b]$  ;
- 3) квадраты этих функций образуют ортогональную систему на  $[a, b]$ ;
- 4) квадраты этих функций образуют линейно независимую систему на  $[a, b]$ .

Выберите номера правильных ответов.

Ответ:

Обоснование: