**4.2. Определители и их вычисление.**

С каждой квадратной матрицей связано определенное число, называемое ее определителем или детерминантом. Для определителя матрицы А используются следующие обозначения: detA; |A|; ∆

Определителем матрицы первого порядка A=(a11) , или определителем первого порядка является само число a11.

Определитель матрица второго порядка , или определителем второго порядка, называется число  (1)

Определитель матрицы третьего порядка 

есть число =*a11a22a33+a12a23a31+a21a32a13-a13a22a31-a12a21a33-a11a23a32.*

вычисляемое по «правилу треугольников» (схема вычислений приведена рис. 1)

 

 (+) (-)

 Рис.1

Пример. Вычислить следующие определители:

∆1= и ∆3=

Решение.

 ∆1=  = 2∙2+(-3) ∙4=4-12=-8 (формула 1).

 ∆3= = 1∙2∙(-3)+0∙1∙2+3∙(-3) ∙(-2)-(-2) ∙2∙2-0∙3∙(-3)-1∙1∙(-3)=6+18+8+3=23 (формула 2).

Для вычисления определителей любого порядка дадим следующее определение.

 Определение. Алгебраическим дополнением элемента аij, определителя ∆ называется число Aij, равное определителю, оставшемуся после вычеркивания i-й строки и j-го столбца, и взятые со знаком «+», если i+j четное число, со знаком «-», если i+j не четное число.

 Пример. Дан определитель ∆3=. Вычислить алгебраические дополнение элементов первой строки.

Решение А11==5-12=-7; А12=-=-(4∙1-0∙6)=-4.

А13==8.

Приведем некоторые свойства определителей.

1. При транспонировании определитель не изменяется, т.е.

detA=detA’.

Отсюда следует, что строки и столбца определителя равноправны в смысле их свойства.

2. Определитель с двумя равными или пропорциональными строками (столбцами) равен нулю.

3. Определитель не изменится, если к элементам какой-нибудь строки (столбца) прибавить элемента другой строки (столбца) предварительно умножив их на любое число, не равное нулю.

4. Определитель равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их алгебраические дополнения ( теорема о разложении определителя)

Свойства (3) и (4) позволяют вычислить определитель любого порядка. С помощью свойства (3) получают нули в какой-нибудь строке (столбце), а затем, применяя свойства (4) данный определитель сводится к вычислению определителя меньшего порядка.

Пример. Вычислить определитель четвертого порядка.

∆4=

Решение. В первом столбце имеется один нуль. С помощью свойства (3) в этом столбце получим еще две нуля. Для этого первую строку прибавим к третьей, а затем, умножив первую строку на (-2), сложим ее с четвертой. Тогда, получим: ∆4=

По свойству (4) разложим полученный определитель по элементам первого столбца.

В результате придем к определителю третьего порядка:

∆4=∆3=

Умножив последний столбец на (-1), и сложив со вторым столбцом, получим следующий определитель:

∆4=∆3=

Этот определитель можно разложить по элементам второго столбца или второй строки. Разложив по элементам 2-го столбца, получим:

∆4=∆3=∆2=8∙А32=8∙(-1)=-8∙(-4)=32.

Таким образом, ∆4=32.

Определитель диагональной матрица равен произведению элементов главной диагонали.