**4.1 Матрицы. Основные определения и виды матриц**

Понятие матрицы и матричной алгебры имеет важное значения в социально-экономических задачах, так как математические модели таких явлений, их связи записываются компактно в матричных обозначениях.

Матрицей размера  называется прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов.

Числа, составляющие матрицу, называются элементами матрицы. Обозначаются матрица заглавными буквами латинского алфавита: А, В, С, … Для обозначения элементов матрица используется странные буквы с двумя индексами. Матрица размера m х n записывается в виде:



или в сокращенной записи: А=(аij)mn

Индексы элементов показывают адреса элементов. Первый индекс-номер строки, а второй-номер столбца, на пересечении которых находится данный элемент матрица.

Так, например, a23 - элемент матрица, расположенный на пересеченной на пересечении второй строки и третьего столбца.

Две матрицы одинаковых размеров называются равными, если у них соответствующие элементы равны.

**Виды матриц**

Матрица называется квадратной n-го порядка, если в ней n строк и n столбцов.

2 1 3

Например, матрица А33= 4 0 1 - квадратная матрица третьего порядка.

-3 3 -3

Элементы a11, a22, …, ann квадратной матрицы n-го порядка образуют главную диагональ матрица.

Квадратная матрица называется диагональной, если все ее элементы равны нулю кроме элементов главной диагонали. Например,



- диагональная матрица четвертого порядка.

Диагональная матрица называется единичной, если все диагональные элементы равны единице. Так,  - единичная, матрица второго порядка матрица, состоящая из одной строки, называется вектор-строкой.

Матрица, состоящая из одного столбца называется вектор-столбцом.

**Операции над матрицами**

**1.** **Сложение (вычитание) матрица.** Суммой двух матриц одинаковых размеров есть матрица С=А+В, элементы которой получаются путем сложения (вычитания) соответствующих элементов складываемых (вычитаемых) матриц.

3 4 5 2 3 5

Пример: Пусть А= 6 7 8 и В= 4 0 2

0 4 1 2 3 -1

5 7 10

Тогда их сумма есть матрица С=А+В= 10 7 10

2 7 0

**2. Умножение матрица на число.** Произведением матрица А на число λ называется матрица В= λ А, элементы которые получаются умножением всех элементов матрица А на число λ.

3 2 0

Пример. Пусть требуется умножить матрицу А= 2 4 3 на число 3.

9 6 0

Матрица В=3А= 8 12 9

**3. Умножение матриц.** Произведение двух матриц АВ определяется только в том числе столбцов первой (матрицы А) равно число строк второй (матрица В):

Пусть А= (аij )m×n , а В=(bij)n×k. Тогда матрица С=АВ=(Сij)m×k, где Сij образуется по правилу «Строка на столбец», т.е. Сij равен сумме произведений элементов i-й строки матрица А, на соответствующие элементы j-го столбца матрицы В:

, i=1, 2,…,m; j=1, 2,…,n.

Замечание 1. Квадратная матрица всегда можно перемножить.

2. Не всегда выполняется коммутативный закон АВ=ВА

3. Целой положительной степенью квадратной матрицы А называется произведение n матриц А, т.е. 

*n раз*

По определению: A0=E, A1=A, Am ∙An=Am+n, (Am)n=Amn

Свойства операций над матрицами:

1) A+B=B+A; 2) A+(B+C)=(A+B)+C; 3) λ(A+B)= λA+ λB;

4) A(B+C):AB+AC; 5) λ(AB)=( λA)B=A(λB); 6) A(BC)=(AB)C

4. Транспонирование матрицы. Транспонированием матрицы А называется перемена ролями строк и столбцов с сохранением их номеров. Обозначается транспонированная матрица АТ или А’. Так, если

2 3 4 , 2 -2

А=- 2 0 5 то А’= 3 0

4 5

Свойства транспонированной матрицы:

(A+B)’=A’+B’; (λA)'= λA’; (AB)’=B’A’; (A’)’=A