**3.5. Решение некоторых типовых задач**

1. Задача о прямой проходящей через данную точку в данном направлении.

Дана точка М(х1; у1) и направление прямой, определяемой угловым коэффициентом k.

Требуется составить уравнение такой прямой.

Решение. За исходные берем уравнение (1), в котором k известно y=kx+b. Для определения b используем условие: точка М(х1; у1) лежит на прямой. Тогда имеем верное равенство

y1=kx1+b, откуда b=y1-kx1

Подставив найденное значение в исходное уравнение, получим уравнение вида: y-y1=k(x-x1) (4)

2. Задача о прямой проходящей через две точки М1(х1; у1) и М2(х2; у2). Нужно составить уравнение прямой проходящей через эти точки.

Решение. За исходные берем уравнение (4). Из условия, что точка М2(х2; у2) лежит на искомой прямой имеем:

y-y1=k(x-x1), откуда .

Подставив найденное значение k в уравнение (4), получим уравнение вида:  - уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

Замечание. Если х1=х2, то искомое уравнение умеет вид х=х1 – это уравнение прямой параллельной оси OY; если же у1=у2, то имеем уравнение вида у=у1 – уравнение прямой параллельной оси ОХ.

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точки М1(2; 3) и М2(5; 5).

Решение. Возьмем уравнение (5) и подставим координаты данных точек:

,  или 3у-9=2х-4 или 2х-3у+5=0

3. Задача об угле между двумя прямыми.

Даны две прямые y=k1x+b1 и y=k2x+b2, требуется определить угол между этими прямыми.

Решение. В уравнениях k1=tg, k2=tg, где  и  - углы, составляющие прямые с осью ОХ (рис. 9). Известно, что внешний угол треугольника () равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, т.е. . Откуда искомый угол . Затем используем формулу из тригонометрии.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | |  |
|  |  |
|  |  |
| (1) О |  |
|  | (2) |
| Рис. 9 | |

.

Подставляя значения тангенсов, получим формулу, по которой определяется тангенс угла между данными прямыми:  (6)

Исходя из этой формулы, можно получить условие параллельности и перпендикулярности двух прямых:

k1=k2 – условие параллельности, k1k2=-1 – условие перпендикулярности.

Пример. Через точку М(2; 3) провести прямую: а) параллельную и б) перпендикулярную прямой у=2х-3

Решение. За исходное уравнение берем уравнение (4), т.е. уравнение

y-y1=k(x-x1), в котором вместо х1 и у1 ставим координаты данной точки М(2; 3): у-3=k(х-2)

В случае а) k=k1, где k1 – угловой коэффициент данной прямой, т.е. k=2. Тогда получим искомое уравнение

У-3=2(х-2) или у=2х-1

В случае б) kk1=-1, откуда , т.е. . Подставляя значение k, получим уравнение:

 или -2у+6=х2 и окончательно х+2у-8=0.