**2.4. Понятие о кривых второго порядка**

Кривыми второго порядка называются линии, уравнения которых в прямоугольной системе координат задаются в виде алгебраического уравнения второй степени

Ax2+Bxy+Cy2+Dx+Ey+F=0,

где A, B, C, D, E, F – числовые коэффициенты.

К кривым второго порядка относятся, при чем A, B, C одновременно не равны нулю.

К кривым второго порядка относятся окружность, эллипс, гипербола и парабола.

1) *Окружность и ее уравнение*. Окружностью называется множество точек плоскости, равноудаленных от одной точки, называемой центром.

Пусть С(х0; у0) – центр окружности и К – ее радиус.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y   |  | | --- | |  | |  |  |
|  | R M | |
|  | C |  |
|  |  |
|  |  |  |
| O |  | X |
| Рис.10 | |  |

Чтобы составить уравнение окружности, возьмем на ней произвольную точку М(х; у) (рис.10) и по формуле расстояния между двумя точками (1) найдем  по определению CM=К или . Возведя обе части этого уравнения в квадрат, получим легко запоминаемое уравнение окружности:  (1)

В частности, уравнение окружности с центром в начале координат, т.е. в точке О(0; 0) имеет вид:

 (1’)

Пример. Записать уравнение с центром в точке А(-2; 3) и радиусом 4.

Решение. В уравнение (1) подставляем х0=-2, у0=3 и радиус R=4.

(х+2)2+(у-3)2=16.

2) *Эллипс*. Эллипсом называется линия, каноническое уравнение которой имеет вид:

, . (2)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | Y |  |
|  |  |  |
|  | B M |  |
| A1 |  | A |
| F1 | O F2 | X |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| Рис. 11 | | |

На рисунке 11 АА1=2а – большая ось эллипса, ВВ1=2b – малая ось эллипса, F1F2=2c – фокусное расстояние, MF1 и MF2 – фокальные радиусы.

По определению эллипса MF1+MF2=2а.

Пример. Дан эллипс с уравнением:



Требуется определить оси и фокусное расстояние.

Решение. Большая ось 2а=2∙4=8, малая ось 2b=2∙3=6

Для определения фокусного расстояния найдем С по формуле (2)

с2=a2-b2=16-9=6; с=√6

Фокусное расстояние 2с=2√6

3) *Гипербола*. Гиперболой называется кривая, каноническое уравнение которой имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | |  | Y |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | B |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | F1 A1 |  | A | F |  |
|  |  | O |  |  | X |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | B1 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | Рис. 12 | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

,  (3)

На рис. 12 изображены ветви гиперболы. При a=b гипербола называется равнобочной. АА1=2а – большая ось гиперболы, ВВ1=2b – мнимая ось гиперболы, F1F2=2c – фокусное расстояние. Гипербола имеет две асимптоты:

 и .

При а=b гипербола называется равнобочной. Асимптоты такой гиперболы взаимно перпендикулярны. Если их принять за оси координат, то получим уравнение гиперболы вида  - уравнение, выражающее обратную пропорциональную зависимость между переменными х и у.

4). Парабола. Параболой называется линия, каноническое уравнение которой имеет вид:

У2=ах (рис.13) или у=ах2 (рис. 14)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| |  | | --- | | Y | |  |
|  |  |
|  | a>0 |
|  |  |
|  | X |
| O | a<0 |
| R |  |
| Рис. 14 | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | Y |  |  |
| a<0 |  | a>0 |  |
|  |  |  |  |
|  | O |  | X |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | Рис.13 |  |  |