**1.3. Числовые множества. Действительные числа**

***Числовыми называются множества, элементами которых являются числа.***

Целые положительные числа 1,2,3,4,… образуют множества натуральных чисел:

**Ν= {1,2,3,4,…n...}.**

Присоединив к ним целые отрицательные числа, получим множество всех целых чисел:

Z={…,-n,…-2,-1,0,1,2,…,n,…}, N…Z.

Всевозможные дроби p/q, где p∈Z, q∈N образуют множество рациональных чисел.

Q={: p∈Z, q∈N}, N⊂Z⊂Q.

Это достаточно широкое множество чисел, в котором выполняются все арифметические операции, кроме деления на нуль. Однако среди рациональных чисел нет, например √2, √3, lg5 и т.д. Возникает необходимость введения новых чисел, называемых **иррациональными.**

Известно, что всякое рациональное число можно представить либо конечной, либо бесконечной периодической десятичной дробью. Так, =0,125 ( конечная десятичная дробь),а =0,333… (бесконечная периодическая дробь).

Всякое же иррациональное число изображается бесконечной непериодической десятичной дробью.

Так, √2=1,4142…, √3=1,732… Иррациональными являются числа е=2,71828…≈2,72 и число π=3,14159…≈3,14.

Рациональные и иррациональные числа составляют множество всех **действительных чисел.** Оно обозначается буквой R.

Таким образом, имеет место следующая цепочка.

N⊂Z⊂Q⊂R.

**Числовая ось**

Для наглядности действительные числа принято изображать точками прямой линии, на которой выбрано положительное направление (указывается стрелкой), начало отсчета (точка О) и выбрана единица масштаба.

Такая прямая называется числовой осью.( рис.2)

М О М

-х х

Рис.2

Она устанавливает взаимно однозначное соответствие между множеством всех действительных чисел и точками числовой оси.

По этой причине в математике часто вместо слова «число» употребляют слово «точка».

Символы -∞ (минус бесконечность) и +∞ ( плюс бесконечность) при этом называются бесконечно удаленными точками. Для них выполняются правила:

а≠∞=+∞; а(+∞)=+∞, если а>0; a(+∞)=-+∞, если а<0;  ==0; a – любое действительное число.

**Абсолютная величина числа**

Абсолютной величиной числа х называется число |х|,определяемое условиями:

х, если х≥0;

|х|=

-х, если х<0. (1)

Если число х на числовой оси изображается точкой М (рис.2), то ׀х׀ совпадает с длиной отрезка ОМ.

Для абсолютных величин выполняются следующие свойства:

1) ׀x+y׀≤׀x׀+׀y׀

2) ׀x -y׀≥׀x׀-׀y׀

3) ׀xy|=|x||y|

4) |x/y|=|x|/|y|

Неравенство |x|≤a равносильно двойному неравенству.

-a≤x≤a.

На числовой оси это есть множество чисел, заключенных между числами -а и а. (рис3).

O

-a a

рис.3.

Неравенство x|≥a равносильно неравенствам х≥а или х≤-а.

На числовой оси указано множество чисел, удовлетворяющих данному неравенству (рис.4).

O

-a a

рис.4.

Отметим еще некоторые числовые множества, часто используемые в математике:

- сегмент (отрезок ) [a;b]- множество чисел, для которых выполняется неравенство a≤x≤b,

- интервал (а,b)- множество чисел, для которых выполняется неравенство a<x<b;

- полуинтервал [a;b), (a;b] – Множество чисел, для которых выполняются неравенства a≤x<b, a<x≤b.

Наряду с этими рассматриваются бесконечные полуинтервалы (-∞, а) – множество чисел, удовлетворяющих неравенству (-∞<x<a); (a, +∞), удовлетворяющих неравенству (a<x<∞), и соответствующие полусегменты (-∞, а], [a, +∞). Все множества действительных чисел R=(-∞, +∞). Часто все указанные множества объединяют общим термином промежуток.