# 2.Спектральное разложение стационарных случайных процессов с непрерывным спектром

Как известно, все окружающие нас объекты ,физические системы ,являются микроскопическими ,состоят из огромного числа микроскопических подсистем . Поведение ,динамика всей системы есть результат суммарного поведения подсистем всей системы.

В механике положение материальной точки *e*случайными векторами координат и импульсов Через обозначим случайный вектор



координат и импульсов макросистемы ,состоящей из **N** частиц ,в момент времени **t**.

Вектор задает положение макроскопической системы в момент времени tв пространстве**.** Все динамические , физические параметры определяются вектором-процессов **.** Всякий параметр E(t) зависит от X(t,ꙍ) ,является случайной функцией от**:**



Весьма трудным является вопрос учета вклада отдельных случайных величин и в результирующий процесс **X(t),** т.е. представление случайного процесса **X(t)** в виде суммы ряда по этим составляющим или интеграла от некоторого случайного процесса в паре , произведении с некоторой неслучайной функцией .Такое представление называют спектральным разложением пред-м случайным процессом .

Случайные процессы задают динамику реальных физических систем , поэтому в различных задачах по их исследованию возникает необходимость спектрального представления случайного процесса. Такая задача возникает, например , при изучении результатов преобразования случайных сигналов системами ,обладающими определенными частотными характеристиками .

При спектральном разложении случайных процессов используется аппарат преобразования Фурье . При описании спектральных свойств случайных процессов возникает необходимость использования их комплекснозначных представлениях.

Комплексный случайный процесс z(t)=x(t)+iy(t) есть пара действительных случайных процессов x(t) и y(t) . Ковариационная функция определяется следующим образом :

}

Случайный процесс *x(t)*, *tϵT* называют процессом с независимыми приращениями ,если его приращения на неперекрывающихся отрезках не зависит друг от друга ,т.е. для любых ϵ T случайные величины независимы .

Данному понятию соответствует в широком смысле понятие некоррелированности процесса.

Случайный процесс x(t), tϵT называется процессом с некоррелированными приращениями, если его приращения на неперекрывающихся отрезках некоррелированны , т.е. для любых , выполняется равенство



Центрированный случайный процесс с некоррелированными приращениями называется процессом с ортогональными приращениями.

Процессы с ортогональными приращениями – это кривые в гильбертовом пространстве ,обладающие таким свойством : части кривой , отвечающие значениям параметра , меньшим или равным какого-то t и большим или равным t , лежат в ортогональных друг другу линейных многообразиях . В конечномерных пространствах таких непрерывных кривых нет .

**Теорема1**. Любому (как комплексному так и вещественному ) стационарному случайному процессу с непрерывным аргументом ***x(t)***  соответствует случайный (вообще говоря комплексный ) процесс с ортогональными приращениями **z*(t)*** такой ,что с вероятностью единица выполняется равенство

(1)

т .е. множество AϵΩ , определенное условием

 (2)

имеет вероятностную меру P(A)=1 .

Выражение (1) представляет как континуальную сумму элементарных гармонических составляющих , где - случайная амплитуда элементарной гармонической составляющей с угловой частотой ν.

Согласно (1) имеем, что

 ,

т . е.

 (3)