

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Факультет математики и компьютерных наук)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Векторный и тензорный анализ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

Образовательная программа бакалавриата

03.03.02- Физика

Направленность профиль/ программы:

Медицинская физика, Фундаментальная физика

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала, 2022 год

Рабочая программа дисциплины **Векторный и тензорный анализ** составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – *бакалавриат* по направлению подготовки 03.03.02 – Физика, от «07» 08 2020 г. №891.

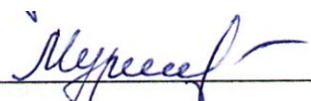
Разработчики: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Меджидов З.Г., к. ф.-м.н., доцент, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от 15.03.2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 – Физика.

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Данный курс преподается после изучения линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и предполагает знание таких понятий, как линейное пространство, евклидово пространство, криволинейный и поверхностный интегралы, и основных фактов, связанных с этими понятиями.

Элементы векторного и тензорного анализа широко применяются во всех разделах физики. Курс направлен на формирование представлений и навыков работы с математическими объектами тензорного характера, которые составляют основу инвариантного математического аппарата, широко используемого как в общей (электричество и магнетизм), так и в теоретической физике (теоретическая механика, электродинамика, основы механики сплошных сред, квантовая механика и т.д.). Данный курс является также основой для большинства курсов специальной подготовки.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

- *Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);*
- *Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1);*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме 2-х *коллоквиумов (модулей)*, промежуточный контроль в форме *зачета.*

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

| Семестр | Учебные занятия | | | | | СРС, в том числе экзамен | Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен) |
|---------|-----------------|--|--------|----------------------|-------|--------------------------|---|
| | в том числе: | | | | | | |
| | всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | всего | | |
| | | из них | Лекции | Лабораторные занятия | | | |
| 3 | 72 | 52 | 18 | - | 34 | 20 | зачет |

1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины – изучение основных теоретических положений векторного и тензорного анализа, действий над векторными и тензорными полями, освоение способов применения аппарата векторного и тензорного исчисления для решения задач теоретической механики, физики, механики сплошной среды.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

По завершении изучения дисциплины студент должен:

- знать основные положения векторного и тензорного анализа;
- уметь формулировать в терминах векторного и тензорного анализа задачи физики, теоретической механики, некоторых задач механики сплошной среды и строить соответствующие решения этих задач;
- владеть навыками преобразования компонент тензора при преобразованиях пространства и при переходе к криволинейной системе координат.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *«Векторный и тензорный анализ»* входит в обязательную часть ОПОП по направлению *03.03.02 - Физика*.

Курс векторного и тензорного анализа преподается на втором курсе после изучения курсов линейной алгебры и аналитической геометрии, параллельно с курсами математического анализа и дифференциальных уравнений. Это позволяет систематизировать полученные в этих курсах знания (понятия скаляра, вектора, переход от одной системы координат к другой, интегральные теоремы Гаусса-Остроградского и Стокса, понятие потока вектора и циркуляции векторного поля и т.д.). Полученные ранее знания необходимы также для освоения новых понятий (тензоры, работа с индексами; умение работать в криволинейных координатах; дифференциальные операторы rot , div и grad ; обобщенные

интегральные теоремы и т.д.) и для получения навыков применения индексных форм записи к решению прикладных задач.

Полученные в результате освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» знания, умения и навыки необходимы при последующем изучении дисциплин «Линейные и нелинейные уравнения физики», «Электродинамика», «Квантовая теория», «Термодинамика», «Механика сплошных сред», а также для подготовки и написания выпускной квалификационной работы.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

| Код и наименование компетенции из ОПОП | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Планируемые результаты обучения | Процедура усвоения |
|---|---|--|---------------------------|
|---|---|--|---------------------------|

| | | | |
|--|--|--|--------------------------------------|
| <p>УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p> | <p>Б-УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;</p> | <p>Знает: основные методы критического анализа; методологию системного подхода, принципы научного познания. Умеет: производить анализ явлений и обрабатывать полученные результаты; выявлять проблемные ситуации, используя методы анализа, синтеза и абстрактного мышления; использовать современные теоретические концепции и объяснительные модели при анализе информации Владеет: навыками критического анализа.</p> | <p>Устный опрос. Коллоквиум.</p> |
| | <p>Б-УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;</p> | <p>Знает: систему информационного обеспечения науки и образования; Умеет: осуществлять поиск решений проблемных ситуаций на основе действий, эксперимента и опыта; выделять экспериментальные данные, дополняющие теорию (принцип дополненности).</p> | |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | Владеет: основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией. | |
| | Б-УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; | Знает: методы поиска информации в сети Интернет; правила библиографирования информационных источников; библиометрические и наукометрические методы анализа информационных потоков Умеет: критически анализировать информационные источники, научные тексты; получать требуемую информацию из различных типов источников, включая Интернет и зарубежную литературу. Владеет: методами классификации и оценки информационных ресурсов | |
| | Б-УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, | Знает: базовые и профессиональнопрофилированные основы философии, логики, права, экономики и истории; сущность теоретической и экспериментальной интерпретации понятий; сущность операционализации | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | в том числе с применением философского понятийного аппарата. | понятий и ее основных составляющих. Умеет: формулировать исследовательские проблемы; логически выстраивать последовательную содержательную аргументацию; выявлять логическую структуру понятий, суждений и умозаключений, определять их вид и логическую корректность. Владеет: методами логического анализа различного рода рассуждений, навыками дискуссии и полемики. | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|---|--|--|
| | <p>Б-УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленных задач</p> | <p>Знает: требования, предъявляемые к гипотезам научного исследования; виды гипотез (по содержанию, по задачам, по степени разработанности и обоснованности). Умеет: определять в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей разработке и предлагать способы их решения. Владеет: технологиями выхода из проблемных ситуаций, навыками выработки стратегии действий; навыками статистического анализа данных.</p> | |
|--|---|--|--|

| | | | |
|---|--|--|--------------------------------------|
| <p>ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-1.1. Выявляет и анализирует проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности, основываясь на современной научной картине мира</p> | <p>Знает: - физико-математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности - тенденции и перспективы развития современной физики, а также смежных областей науки и техники. Умеет: - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, анализировать и обрабатывать соответствующую научнотехническую литературу с учетом зарубежного опыта. Владеет: - навыками находить и критически анализировать информацию, выявлять естественнонаучную сущность проблем.</p> | <p>Устный опрос. Коллоквиум.</p> |
|---|--|--|--------------------------------------|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | <p>ОПК-1.2. Реализует и совершенствует новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности.</p> | <p>Знает: - основные понятия, идеи, методы, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач физики; - новые методологические подходы к решению задач в области профессиональной деятельности. Умеет: - реализовать и совершенствовать новые</p> | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | <p>методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности. Владеет: - навыками реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности</p> | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | <p>ОПК-1.3. Проводит качественный и количественный анализ выбранного методов решения выявленной проблемы, при необходимости вносит необходимые коррективы.</p> | <p>Знает: - основы качественного и количественного анализа методов решения выявленной проблемы.</p> <p>Умеет: - выбирать метод решения выявленной проблемы, проводить его качественный и количественный анализ, при необходимости вносить необходимые коррективы для достижения оптимального результата.</p> <p>Владеет: - навыками проводить качественный и количественный анализ методов решения выявленной проблемы, оценивать эффективность выбранного метода.</p> | |
|--|--|--|--|

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

| № п/ п | Разделы и темы дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятель- ную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | Формы текущего контроля успеваемости (<i>по неделям семестра</i>) Форма промежуточной аттестации |
|---|------------------------------|---------|-----------------|---|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---|
| | | | | Лекции | Практич. занятия | Лаборат. занятия | Контр. сам. раб. | Самост. работа | |
| Модуль 1. Элементы векторной и тензорной алгебры | | | | | | | | | |
| 1 | Элементы векторной алгебры | 4 | 1-2 | 2 | 6 | | | 8 | <i>Устный опрос</i> |
| 2 | Тензорная алгебра | 4 | 3-6 | 4 | 8 | | | 8 | <i>Контрольная работа</i> |
| | <i>Итого по модулю 1</i> | | | 6 | 14 | | | 16 | <i>Коллоквиум</i> |
| Модуль 2. Основы векторного и тензорного анализа | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|--|---|-------|-----------|-----------|--|--|-----------|---------------------------|
| 1 | Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа | 4 | 7-12 | 6 | 10 | | | 2 | <i>Устный опрос</i> |
| 2 | Дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах | 4 | 15-18 | 6 | 10 | | | 2 | <i>Контрольная работа</i> |
| | <i>Итого по модулю 2</i> | | | 12 | 20 | | | 4 | |
| | <i>Промежуточная аттестация</i> | | | | | | | | Зачет |
| | ИТОГО | | | 18 | 34 | | | 20 | |

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (*разделам*).

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Элементы векторной и тензорной алгебры

Тема 1. Элементы векторной алгебры

Скаляры. Векторы: определение, правило сложения. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Условие линейной независимости трех векторов. Разложение векторов. Векторный базис. Скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение векторов: определение, вычисление в декартовой системе координат. Преобразование ортов двух ортогональных базисов. Ортогональные преобразования. Ортогональные матрицы.

Тема 2. Тензорная алгебра

Общее определение тензора. Закон преобразования при ортогональных преобразованиях систем координат. Ковариантность тензорных уравнений. Примеры. Алгебра тензоров: сложение, умножение, свертка тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символ Кронекера. Признак тензорности величины. Собственные и несобственные ортогональные преобразования. Главные значения и главные направления тензора. Псевдотензоры. Псевдотензор Леви-Чивиты.

Модуль 2. Основы векторного и тензорного анализа

Тема 3. Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа

Скалярное и тензорное поля. Дифференцирование тензорного поля по координате. Производная по направлению и градиент. Векторные линии. Уравнение векторных линий. Поток векторного поля. Теоремы Остроградского Гаусса и Стокса для векторных полей и следствия. Дивергенция, циркуляция и ротор векторного поля. Оператор Гамильтона. Запись основных операций векторного дифференцирования в векторном виде с оператором ∇ и в декартовой системе координат. Запись основных операций векторного дифференцирования в тензорном виде. Векторные дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа. Основная теорема векторного анализа.

Тема 4. Дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах

Определение криволинейной системы координат. Коэффициенты Ламэ. Локальный базис. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в криволинейных системах координат.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Элементы векторной и тензорной алгебры

Тема 1. Элементы векторной алгебры. Решение задач векторной алгебры.

Разложение вектора по базису. Вычисление работы силы, приложенной в точке. Различное представление вектора (ко- и контравариантные координаты вектора).

Тема 2. Тензорная алгебра. Сложение, умножение, свертывание тензоров. Поднимание/опускание индексов.

Подстановка индексов. Симметрирование, альтернирование тензоров. Приведение тензора к главным осям.

Вычисление инвариантов тензора. Вычисление компонент метрического тензора. Преобразование компонент тензора при повороте плоскости вокруг перпендикулярной оси. Тензор в обобщенных координатах.

Модуль 2. Основы векторного и тензорного анализа

Тема 3. Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа

Дифференциальные операции и операторы: циркуляция векторного поля; производная по направлению, градиент скалярного поля (оператор «набла»); поток векторного поля; дивергенция векторного поля; вихрь векторного поля. Разложение непрерывного векторного поля на потенциальное и соленоидальное. Оператор Гамильтона. Запись основных операций векторного дифференцирования в тензорном виде. Векторные дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа. Основная теорема векторного анализа.

Тема 4. Дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах

Определение криволинейной системы координат. Коэффициенты Ламэ. Локальный базис. Цилиндрическая, сферическая системы координат. Градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа в криволинейных системах координат.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Отдельные лекции проводятся с использованием интерактивной доски.

Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением

для демонстрации презентаций). В процессе преподавания дисциплины применяются такие виды лекций, как вводная и обзорная лекции, проблемная лекция, лекция визуализация с использованием компьютерной презентационной техники. Для этого на физическом факультете имеются специальные, оснащенные такой техникой, лекционные аудитории. При изложении темы «Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа» целесообразно провести мастер-класс с приглашением экспертов по механике сплошных сред.

На кафедре имеются методические указания к выполнению самостоятельных и контрольных работ, в библиотеке ДГУ есть необходимая литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет сайте ДГУ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Для успешного освоения отдельных разделов рекомендуется выполнить в письменном виде и сдать преподавателю по одной самостоятельной работе. Ниже приведены примерные варианты самостоятельных работ. При выполнении заданий рекомендуется использовать учебные пособия [1], [2], [4], [5] из списка рекомендованной литературы (п. 8 настоящей Программы).

6.1. Планирование самостоятельной работы студентов

| № | Модули и темы | Виды СРС | |
|---|-----------------|--------------|----------------|
| | | обязательные | дополнительные |
| | <i>Модуль 1</i> | | |

| | | | |
|-----------------|--|---|---|
| 1. | Элементы векторной алгебры | <ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с учебной литературой. 2. Выполнение домашнего задания 3. Проработка лекций | 1. Выполнение индивидуального задания |
| 2. | Тензорная алгебра | <ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с учебной литературой. 2. Выполнение домашнего задания 3. Проработка лекций | <ol style="list-style-type: none"> 1. Выполнение индивидуального задания 2. Докладпрезентация |
| Модуль 2 | | | |
| 3. | Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа | <ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с учебной литературой. 2. Выполнение домашнего задания 3. Проработка лекций | <ol style="list-style-type: none"> 1. Выполнение индивидуального задания 2. Докладпрезентация |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 4. | Дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах | 1. Работа с учебной литературой. 2. Выполнение домашнего задания 3. Проработка лекций | 1. Выполнение индивидуального задания 2. Докладпрезентация |
|----|--|---|---|

6.2. Примерный вариант самостоятельной работы по темам «Основные определения и теоремы векторного и тензорного анализа» и «Дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах»

СР

1. Найти производную скалярного поля $\phi = xy^2z^3$ по направлению вектора $\vec{s} = (1,1,1)$ в точке $M(-1, \sqrt{3}, 1)$.
2. Доказать потенциальность и найти потенциал векторного поля $\vec{a} = (z \cos(x + 2y))\vec{i} + 2z \cos(x + 2y)\vec{j} + \sin(x + 2y)\vec{k}$.
3. Доказать соленоидальность векторного поля $\vec{a} = \sin(x - y)\vec{i} + xz\vec{j} - z \cos(x - y)\vec{k}$ и найти его векторный потенциал.
4. Доказать формулу: $\vec{b} \times \text{rot } \vec{a} + \vec{a} \times \text{rot } \vec{b} = \text{grad } (\vec{a} \cdot \vec{b}) - (\vec{b} \cdot \nabla)\vec{a} - (\vec{a} \cdot \nabla)\vec{b}$.
5. Найти все точки, в которых градиент скалярного поля $u = \frac{x+y}{x-y}$ перпендикулярен оси Oz .
6. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = x\vec{i} + z\vec{j} + y\vec{k}$ вдоль линии $L: x^2 + y^2 = 4, z = 1$.
7. **Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

7.2. Типовые контрольные задания

7.2.1. Примерные задания для контрольной работы

1. Определить направление и величину наибольшего роста скалярного поля

$$U = x^2 + 2xy^2 - z^3, \text{ в точке } M_0(1, 1, 3).$$

$$\vec{a} = \{-1; 4; 1\}, \vec{b} = \{0; 4; 1\}, \vec{c} = \{1; -2; 1\}$$

2. Показать, что векторы образуют базис, и разложить вектор $d = \{3; 4; -5\}$ по этому базису.

3. Из $\vec{a} = \{6, -4, -5\}$, $\vec{b} = \{3, 3, 2\}$, $\vec{c} = \{-1, -5, 1\}$ и $\vec{d} = \{-4, 5, -2\}$ векторов выделить аффинный базис и разложить $\vec{r} = \{3, -3, 8\}$ по этому базису вектор

4. Найти смешанное произведение векторов: $\vec{a} = \{3, 4, 5\}$, $\vec{b} = \{-3, 4, -2\}$, $\vec{c} = \{1, 3, -1\}$ и определить объем параллелепипеда, построенного на век-

- торах сомножителях. 5. Вычислить циркуляцию векторного поля: вдоль окружности, полученной пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ с

$$\text{плоскостью } x + y + z = 0$$

$$M(1, 1, 0).$$

. Обход контура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из точки

6. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2} \cdot \vec{j} - \frac{1}{x} \cdot \vec{k}$ в точке $M_0(1, -1, 1)$.

7. Разложить векторное поле на потенциальное и соленоидальное векторные поля, восстановить скалярный и векторный потенциалы поля:

$$\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 - x^2)\vec{j} + (yx - z)^2\vec{k}.$$

8. Найти потенциал центрального $\vec{a} = \sin^2 |\vec{r}| \cdot \vec{r} / |\vec{r}|$ поля

9. Проверить является ли поле соленоидальным или потенциальным:

$$(yx-z)\vec{i} + (z^2-y^2)\vec{j} + (x+y)\vec{k}.$$

10. Разложить векторное поле по векторам основного базиса сферической системы координат

$$\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 - x^2)\vec{j} + (yx - z)\vec{k}.$$

11. Записать дивергенцию поля в цилиндрической системе координат:

$$\vec{a} = (yx-z)\vec{i} + (z^2-y^2)\vec{j} + (x+y)\vec{k}.$$

12. Найти ротор векторного $\vec{a} = (r - \cos \theta) \vec{r}_r - \sin^2 \varphi \cdot \vec{r}_\theta + r^2 \vec{r}_\varphi$ поля

13. Образовать скаляр путем свертывания тензора, матрица которого имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

14. Найти вектор, образованный умножением тензора T_{ik} на вектор A_i с последующим свертыванием по индексу вектора и: 1) первому индексу тензора, 2) второму индексу тензора, если

$$((T_{ik})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}.$$

15. Дано:

$$((T_{ik})) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}.$$

Разложить тензор T_{ik} на симметричный S_{ik} и антисимметричный $K_{ik} = -K_{ki}$. Найти:

- 1) $T_{ik}A_k$; $T_{ik}A_i$; $T_{ik}A_iA_k$;
- 2) $K_{ik}T_{ik}$; $K_{ik}S_{ik}$; $K_{ik}A_i$; $K_{ik}A_iA_k$;
- 3) $T_{ik}\delta_{ik}$; $K_{ik}\delta_{ik}$; $S_{ik}\delta_{ik}$;
- 4) $T_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}T_{ll}$; $(T_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}T_{ll})A_i$; $(T_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}T_{ll})A_iA_k$.

, что если S_{ik} – симметричный тензор, а K_{ik} – антисимметричный, то $S_{ik}K_{ik} = 0$.
 16. Показать главные значения и главные направления тензора

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

17. Найти

7.2.2 Примерные вопросы к зачету

1. Векторы и линейные операции над ними.
2. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
3. Взаимные векторные базисы. Ковариантные и контравариантные координаты вектора.
4. Связь между ко- и контравариантными компонентами вектора.
5. Выражение скалярного произведения через ко- и контравариантные компоненты. Выражение векторного произведения двух векторов в косоугольной системе координат. Углы Эйлера.
6. Понятие вектор-функции скалярного аргумента. Годограф векторфункции. Производная вектор-функции, правила дифференцирования. Интегрирование вектор-функции.
7. Скалярные и векторные поля. Поверхности уровня. Векторные линии.
8. Производная по направлению, градиент скалярного поля.
9. Дифференцирование векторного поля по направлению.
10. Понятие циркуляции векторного поля.
11. Поток векторного поля.
12. Теорема Остроградского.
13. Ротор векторного поля.

14. Теорема Стокса.
 15. Оператор Гамильтона и его применение.
 16. Дифференциальные операции второго порядка.
 17. Потенциальное векторное поле, примеры. Необходимое и достаточное условие потенциальности векторного поля.
 18. Соленоидальное векторное поле, примеры. Необходимое и достаточное условие соленоидальности векторного поля.
 19. Лапласово векторное поле. Потенциал лапласова векторного поля.
 20. Теорема о разложении непрерывного векторного поля на потенциальное и соленоидальное.
 21. Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламе.
 22. Понятие тензора. Ранг тензора. Свойство инвариантности.
 23. Действия над тензорами.
 24. Тензоры в криволинейных системах координат.
 25. Метрический тензор.
 26. Определение тензора произвольного порядка.
 27. Преобразование компонент тензора при повороте плоскости вокруг перпендикулярной оси.
 28. Тензор в обобщенных координатах.
 29. Понятие главной оси тензора. Приведение тензора к главным осям. Тензорный эллипсоид.
 30. Понятие тензорной функции скалярного аргумента. Действия над тензорными полями.
 31. Поток тензорного поля.
 32. Дивергенция тензорного поля.
 33. Дифференцирование тензорного поля по направлению.
 34. Теорема Риччи о равенстве нулю ковариантной производной метрического тензора.
- 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает: -

посещение занятий – 10 баллов,

- участие на практических занятиях – 10 баллов,

- коллоквиум – 40 баллов,

- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 50 баллов,

- письменная контрольная работа – 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература: 1. Практикум по линейной и тензорной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие/ О.Н. Казакова [и др.]– Электрон. текстовые данные. – Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 117 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78815.html>. –

ЭБС «IPRbooks».

2. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М., 1967.

3. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М., 1965.

4. Краснов М. Л. Векторный анализ: задачи и примеры с подробными решениями : учеб. пособие/ М. Л. Краснов, А.

И. Киселёв. - 2-е изд., испр. - Москва:

Едиториал УРСС, 2002. – 144 с.

5. Пастухов Д.И. Элементы теории поля [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пастухов Д.И., Кулиш Н.В.— Электрон. текстовые данные.—

Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016.— 92 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69978.html>. — ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная литература:

6. Игнаточкина Л.А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Игнаточкина Л.А.—Электрон. текстовые данные. – М.: Московский педагогический государственный университет, 2014.— 64 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31762.html>. – ЭБС «IPRbooks»
7. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорног — С- Пб.: Изд-во политех. университета, 2008. – 109 с.
8. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М., 1966.
9. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков. – М.: Наука, 1965. – 455 с.
10. Ким-Тян Л.Р. Интегральное исчисление функций многих переменных. Векторный анализ [Электронный ресурс]: курс лекций/ Ким-Тян Л.Р., Недосекина И.С. – Электрон. текстовые данные. – М.: Издательский Дом МИСиС, 2018. – 96 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78568.html>. – ЭБС «IPRbooks»
11. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля [Электронный ресурс]: учебное пособие/ А.П. Рябушко [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Минск: Вышэйшая школа, 2013. – 367 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20211.html>. – ЭБС «IPRbooks»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения: 10.10.2018).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» является математической основой дисциплин, изучаемых на физическом факультете, использующих математические объекты тензорного характера (электричество и магнетизм, теоретическая механика, электродинамика, основы механики сплошных сред, квантовая механика и т.д.). Данный курс является также основой для большинства курсов специальной подготовки. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением прикладных задач из названных разделов физики. Эти задачи служат иллюстрацией эффективности символики и методов векторного и тензорного анализа.

Систематическое изложение научных материалов, освещение главных тем данной дисциплины проводится в ходе лекционного курса. Изучение теоретического курса выполняется самостоятельно каждым студентом по итогам каждой из лекций, используя конспект лекций, учебники, представленные в разделе 8 «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины», результаты контролируются преподавателем на практических занятиях.

Если возникают вопросы, то следует обратиться на кафедру к преподавателю, согласно графику консультаций ведущего преподавателя. Обращаясь за консультацией, необходимо указать, каким учебником пользовались и какой раздел, глава, параграф вам не понятен.

Решения задач и самостоятельные работы по заданию (индивидуальному, где требуется) преподавателя сдаются в конце каждой зачетной единицы.

Для сдачи зачетной единицы «Основы векторного и тензорного анализа» необходимо проанализировать лекционный материал с использованием источников литературы, предварительно повторить тему из математического анализа "Криволинейные и поверхностные интегралы".

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить соответствующий теоретический материал из следующих литературных источников:

1. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М., 1966.
2. Будаков Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М., 1967.
3. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков. – М.: Наука, 1965.

Решать задачи и упражнения из учебных и учебно-методических пособий:

1. Краснов М. Л. Векторный анализ: задачи и примеры с подробными решениями : учеб. пособие/ М. Л. Краснов, А. И. Киселёв. - 2-е изд., испр. - Москва: Едиториал УРСС, 2002. – 144 с.
2. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М., 1965.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Векторный и тензорный анализ» необходимы:
Системное программное обеспечение: ОС Windows XP/7/8/10; **Прикладное программное обеспечение:** MSOffice 2007/10/13; Maple. **Сетевые приложения:** электронная почта, поисковые системы Google, Yandex.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения лекционных занятий на факультете необходима аудитория на 25-35 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.