

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Дискретная математика и математическая логика

Кафедра дискретной математики и информатики
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) программы
Анализ больших данных

Форма обучения
очная

Статус дисциплины:
входит в обязательную часть

Махачкала, 2023

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» составлена в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.05 Статистика (уровень бакалавриата) от «14» августа 2020 г. № 1032.

Разработчик(и): кафедра дискретной математики и информатики, Раджабова Наима Шамильевна, к.ф.-м.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дискретной математики и информатики от «18» сентября, протокол № 5;

зав. кафедрой М.М. Магомедов А. М.
(подпись)

и

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от

«25» сентября, протокол № 4;
председатель М.К. Ризаев М. К.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением
«20» октября 2023 г.

Начальник УМУ А.Г. Гасангаджиева А. Г.
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» входит в обязательную часть ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.05 Статистика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дискретной математики и информатики.

Содержание дисциплины охватывает круг базовых для дискретной математики вопросов, относящихся к теории множеств и представлению информации в ЭВМ, действиям с дискретными структурами и производящим функциям, теории алгоритмов, сжатию и хранению информации, теории кодирования и теории графов. Учебный курс включает в себя исследование различных типов объектов и подструктур в графах, а также рассмотрение ряда классических задач на графах и сетях, описание алгоритмов их решения, анализ трудоемкости алгоритмов.

Дисциплина способствует формированию следующих компетенций выпускника: универсальной – УК-1; профессиональной – ПК-5.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: текущего – в форме коллоквиумов (модулей), представления и защиты реферата, выполнения контрольных работ, промежуточного – в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины – 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Очная форма обучения

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет), экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен	
	Всего	из них						
		Лекции	Лаборатор. занятия	Практ. занятия	КСР	Консульт		
3	72	24		24			24	зачет
4	108	14		14			44+36	экзамен
Итого	180	38		38			68+36	

1. Цели освоения дисциплины

- Ознакомить студентов с аппаратом дискретной математики, необходимым для успешного решения теоретических и практических задач;
- Выработать у студентов умения и навыки, необходимые для решения теоретических и практических задач;
- Развить у учащихся логическое мышление, математическую интуицию, повысить уровень их математической культуры;
- Развить у студентов навыки самостоятельной работы с литературой по дискретной математике и её приложениям.

Ожидаемые результаты:

- усвоение стандартных форм представления дискретных структур в памяти ЭВМ (множества, матрицы, графы);
- ознакомление с производящими функциями формирует представление о том, что наиболее действенными методами работы с последовательностями чисел служат преобразования бесконечных рядов, которые «порождают» эти последовательности;
- расширение инструментария действий с дискретными структурами – методы полного перебора и поиска кратчайших путей, рекурсия и динамическое программирования, поиск в глубину и ширину, потоковые методы в сетях;
- повышение алгоритмической культуры; студент отчетливо должен понимать разницу между NP-полными задачами и задачами, разрешимыми за полиномиальное время;
- изучение комбинаторных конфигураций с достижением двуединой цели – кроме собственно формул, также и умения организации вычислений со сверхбольшими числами;
- понимание математических основ теории кодирования;

- ознакомление с понятием цифровой подписи на уровне активного ее использования.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» входит в обязательную часть ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.05 Статистика и изучается в соответствии с графиком учебного процесса в 3 и 4 семестрах.

Дисциплина частично опирается на знания, полученные в 1 семестре в процессе изучения Основ программирования. Знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются, закрепляются и развиваются при проведении учебной практики (3 и 4 семестры).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Конспектирование лекций, подготовка и защита реферата, участие в дискуссиях и решении задач на занятиях. Подготовка к практическим занятиям.

	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки	

		документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ПК-5. Способен разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	ПК-5.1. Знает разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Владет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	Конспектирование лекций, подготовка и защита реферата, участие в дискуссиях и решении задач на занятиях. Подготовка к практическим занятиям.
	ПК-5.2. Умеет разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.. Владет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	

	ПК-5.3. Владеет навыками разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Владеет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.
--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1 Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часа: в 3 семестре – 2 зачетные единицы, 72 часа, в 4 семестре – 3 зачетные единицы, 108 часов.

4.2 Структура дисциплины

4.2.1. Структура дисциплины в очной форме

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам
				Всего	Лекции	Лабораторные занятия.	Сам. работа	Контроль сам. работы	

	Модуль 1. Введение в дискретную математику									
1.	Краткая характеристика основных направлений. Проблемы программирования, сформировавшие основные задачи дискретной математики	3	1-2	10	2		2			Реферат
2.	Теория множеств	3	2-3	10	4		4			
3.	Комбинаторные конфигурации: размещения, сочетания, подстановки	3	4-5	16	4		4	2		
4.	Биномиальные коэффициенты	3	6	8	2		2			
5.	Производящие функции	3	7-8	12	4		4	2		
	Итого по модулю 1			36	16		16	4		коллоквиум
	Модуль 2. Функции алгебры логики									
6.	Булевы функции		9		2		2	6		
7.	Нормальные формы.		10		2		2	6		
8.	Полином Жегалкина. Полные системы функций		11-12		4		4	8		
	Итого по модулю 2				8		8	20		коллоквиум
	Итого за семестр	3		72	24		24	24		Зачет
	Модуль 3. Основные понятия о графах и классические алгоритмы									
9.	История развития и некоторые задачи теории графов.	4	13		2		2	6		Реферат
10.	Классификация типов графов.	4	14		2		2	6		
11.	Классические алгоритмы на графах и сетях.	4	15-16		4		4	8		Реферат
	Итого по модулю 3:		3-6	36	8		8	20		Контрольная работа №2
	Модуль 4. Планарность и раскраски графов									
17.	Связность и факторизации. Обходы графов.	4	7-8	24	2		2	12		
15.	Планарность и раскраски графов	4	9-11	12	4		4	12		

	Итого по модулю 4:			36	6		6	24		Контрольная работа №3
	Модуль 5. Подготовка и сдача экзамена							36		
	ИТОГО за семестр:	108			14		14	44+36		Экзамен

4.3 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1 Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Введение в дискретную математику

Тема 1. Краткая характеристика основных направлений дискретной математики.

Формулировка задач, соответствующих направлениям.

Тема 2. Теория множеств: Способы задания множеств. Парадоксы теории множеств.

Множество Кантора. Подмножество всех множеств (булеан). Генерация всех подмножеств универсума. Алгоритм построения бинарного кода Грея. Вопросы составления программы на языке высокого уровня. Матроиды.

Тема 3. Комбинаторные конфигурации: размещения, сочетания, подстановки. Два языка представления конфигураций. Размещения, разные типы размещений. Перестановки. Сочетания. Организация вычислений.

Тема 4. Биномиальные коэффициенты: Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Примеры применений. Вопросы составления программы.

Тема 5. Производящие функции: Суть производящих функций. Метод неопределенных коэффициентов. Вывод общего выражения.

Модуль 2. Функции алгебры логики

Тема 1. Булевы функции. Логические операции и функции. Свойства логических операций. Булевы формулы. Фиктивные и существенные переменные. Минимизация функций.

Тема 2. Нормальные формы. ДНФ и КНФ. Теоремы о СДНФ и СКНФ.

Тема 3. Полином Жегалкина. Полные системы функций. Терма о полиноме Жегалкина. Монотонность, линейность, самодвойственность функций. Полные системы.

Семестр 4. Модуль 3. Основные понятия о графах и классические алгоритмы

Тема1. История развития теории графов. Возникновение понятия графа. Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети.

Алгоритмы на графах и сетях. Современное состояние развития теории графов.

Тема2. Основные понятия. Классификация типов графов. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства. Изоморфизм графов. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная связность. Характеризация двусвязных графов. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания.

Тема 3. Классические алгоритмы на графах

Простейшие алгоритмы на графах и сетях. Поиск по графу в ширину и глубину. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Модифицированный алгоритм поиска в глубину. Поиск блоков в связном графе. Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.

Модуль 4. Планарность и раскраски графов

Тема1. Связность и факторизации. Обходы графов. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной k -связности графов (теорема Уитни). Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующиеся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах. Задача о назначениях.

Тема2. Планарность и раскраски. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний.

4.3.2 Содержание практических занятий по дисциплине

Практическое занятие 1. Краткая характеристика основных направлений дискретной математики.

Решить на практических занятиях: 3 задачи о переливаниях, 1 задача о фальшивой монете среди 12, 3 задачи о перевозках (ревнивые мужья, людоеды), задача о рукопожатиях, задачи о кратчайших и длиннейших путях.

Практическое занятие 2. Теория множеств: Способы задания множеств. Парадоксы теории множеств. Множество Кантора. Подмножество всех множеств (булеан). Генерация всех подмножеств универсума. Алгоритм построения бинарного кода Грея. Вопросы составления программы на языке высокого уровня. Матроиды.

Решить на практических занятиях:

[1], упражнения 1.1-1.9 на с. 49-50.

Тема 3. Комбинаторные конфигурации

Практическое занятие 1. Два языка представления конфигураций. Размещения, разные типы размещений.

Перестановки. Сочетания. Организация вычислений.

Решить на практических занятиях:

[1], упр. 1-15 на с. 428-431.

Практическое занятие 2. Биномиальные коэффициенты: Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Примеры применений. Вопросы составления программы.

Решить на практических занятиях:

[1], упр. 1-26 на с. 462-463.

Практическое занятие 3. Производящие функции: Суть производящих функций.

Метод неопределенных коэффициентов. Вывод общего члена последовательности Фибоначчи.

Решить на практических занятиях:

[1], упр. 5.1 -5.7 на с.157-158.

Модуль 2. Функции алгебры логики

Практическое занятие 1. Булевы функции.

Практическое занятие 2. Нормальные формы. Представление в виде ДНФ и КНФ. Теоремы о СДНФ И СКНФ.

Практическое занятие 3. Представление логической функции в виде полинома Жегалкина.

Семестр 4. Модуль 3. Основные понятия о графах и классические алгоритмы

Практическое занятие 1. История развития теории графов. Возникновение понятия графа. Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети.

Алгоритмы на графах и сетях. Современное состояние развития теории графов.

Практическое занятие 2. Основные понятия. Классификация типов графов.

Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства. Изоморфизм графов. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная связность. Характеризация двусвязных графов. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания.

Практическое занятие 3. Простейшие алгоритмы на графах и сетях. Поиск по графу в ширину и глубину. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Модифицированный алгоритм поиска в глубину. Поиск блоков в связном графе. Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.

Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы.

Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.

Модуль 4. Планарность и раскраски графов

Практическое занятие 1. Связность и факторизации. Обходы графов. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной k -связности графов (теорема Уитни). Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующиеся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах. Задача о назначениях.

Практическое занятие 2. Планарность и раскраски. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний.

5. Образовательные технологии

5.1. Процесс изложения учебного материала сопровождается систематическими (на каждом занятии) компьютерными презентациями и демонстрацией решения задач в интерактивном режиме с использованием мультимедийного оборудования.

5.2. Предусмотрено регулярное общение и консультации с представителями российских и зарубежных компаний (из числа выпускников кафедры) по электронной почте и по скайпу.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Виды самостоятельной работы обучающегося, порядок их выполнения и контроля, учебно-методическое обеспечение (возможно в виде ссылок) самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение конспектов лекций и рекомендованной литературы.
2. Подготовка к опросу на практических занятиях
3. Решение задач и упражнений

4. Подготовка к коллоквиуму
5. Поиск материала на интернет-форумах
6. Подготовка к экзамену

6.2. Порядок контроля: 1. опрос на практическом занятии, 2. проверка выполнения домашних заданий, 3. Коллоквиумы, 4. Экзамен.

Раздел тема)	Вид самостоятельной работы == практическое содержание	Контрольные сроки (в нед.) и вид контроля	Уч.-мет.обеспечение (указаны источники из списка основной литературы)
Модуль Введение дискретную математику	1. Задачи из прикладных областей, приводящие к вопросам дискретной математики == Алгоритмы + программирования игр и головоломок	1 (проверка решения задач)	Пособие Ж.Арсак. «Программирование игр и головоломок»
	Теория множеств == Представление множеств в памяти, алгоритм Грея и применения	2-3 (устный опрос)	[1], с. 19-32
Модуль Комбинаторные конфигурации	2. Комбинаторика == Размещения, сочетания, перестановки	4 (письменный опрос) Коллоквиум	[1], с. 134-142
	Биномиальные коэффициенты== Бином Ньютона. Треугольник Паскаля, применение, вывод формул биномиальных коэффициентов	5-6 (проверка программ по домашним заданиям)	[1], с.144-147
Модуль 3. Основные понятия о графах.	Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети. Алгоритмы на графах и сетях.	3 неделя обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе	[1],[4]; http://citforu.m.ru/

	Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.	9 неделя обучения. Контрольная работа	[2], [3] http://www.cmpdoc.ru/http://www.e-manual.ru/
Модуль 4. Планарность и раскраски графов	Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига.	16 неделя обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе	[5],[6]; http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4
Модуль 5. Подготовка к экзамену			Экзамен

Для обеспечения самостоятельной работы используется разработанный на кафедре пакет заданий и методических указаний, издано учебное пособие с алгоритмами решения базовых заданий по дискретной математике и соответствующими программами на языке Дельфи. Самостоятельная работа студентов складывается из проработки лекционного материала, материала учебника и соответствующих форумов интернет, решения всех заданий из индивидуальных заданий, решения рекомендуемых задач, подготовки к сдаче промежуточных форма контроля.

6.3 Примеры заданий для самостоятельной работы

Примечание. Каждое задание содержит тест из 5 пунктов и одну задачу. Для автоматизации проверки тестовой части создана программа (верные ответы выделены знаком «минус»). Студент получает задание с положительными номерами вопросов.

Вариант А1

Группа: Фамилия, имя, отчество:

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

-2) Количество мостов в задаче о кёнигсбергских мостах равно 1) двум, 2) семи, 3) единице 4) там вовсе нет мостов, одна вода.

-4) Если $M=\{1, 2, 3\}$, то мощность булеана равна 1) 2, 2) 3, 3) 0, 4) 8, 5) 9

-4) Выберите верное утверждение: 1) суть алгоритма Грея заключается в построении матроида, 2) в организации какого-либо перебора всех подмножеств, 3) представлении множеств в памяти, 4) все предыдущие ответы неверны.

-4) В определении матроида 1) сформулированы четыре аксиомы, 2) во второй аксиоме рассматриваются два подмножества A и B с равными мощностями, 3) участвует понятие функции, 4) все предыдущие утверждения неверны.

-3) Выберите исправление следующего утверждения: «Для генерации всех подмножеств Π_n »:

элементного множества достаточно вывести все числа от 0 до 2^n

1) от 1 до 2^n 2) от 0 до 2^n , 3) выводить нужно двоичные представления чисел от 0 до 2^n

-1; 4) выводить следует троичные представления всех натуральных чисел.

Задача. Пусть имеются три кувшина ёмкости 3, 5 и 8 литров. Первые два – полные, а 8-литровый – пустой. Придумайте, как путём переливаний выделить 4 литра.

Вариант А2 Группа:

Фамилия, имя, отчество:

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

2) 22432

-2) Выберите верное утверждение: 1) парадокс Рассела не связан с множествами, 2) в множество всех подмножеств универсума включается и пустое множество, 3) автор задачи о кёнигсбергских мостах был англичанином, 4) задача о колодцах и домах имеет решение.

-2) Если $M=\{0, 1, 2, 3\}$, то мощность булеана равна 1) 15, 2) 16, 3) 0, 4) 8, 5) 4

-4) Выберите верное утверждение: 1) в алгоритме Грея строится подмножество с наибольшим весом, 2) генерируется любое непустое подмножество, 3) каждое очередное подмножество отличается от предыдущего первым элементом, 4) в начале все элементы некоторого вектора обнуляются.

-3) Выберите верное утверждение о трансверсали заданного семейства множеств $\{S_i\}$:
1) Из каждого множества семейства в трансверсаль входит не более двух элементов, 2) из семейства в трансверсаль входят ровно два множества, 3) из каждого множества семейства в трансверсаль входит в точности один элемент, 4) частичная трансверсаль и трансверсаль – это одно и то же.

-2) Выберите исправление следующего утверждения: «Для генерации всех подмножеств Π_n »:

элементного множества достаточно вывести все числа от 1 до 2^n

2) двоичные представления чисел от 0 до $2^n - 1$, 3) число $2^n - 1$ в двоичной системе, 4) среди предыдущих ответов нет верных.

Задача. Пусть имеются три кувшина ёмкости 3, 5 и 8 литров. Первые два – полные, а 8-литровый – пустой. Придумайте, как путём переливаний выделить 4 литра.

Вариант А3 Группа: Фамилия, имя, отчество:

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

3) 32231

-3) В задаче о колодцах количество домов равно 1) единице, 2) нулю, 3) трём, 4) бесконечности.

-2) Если $M = \{a_1, a_2\}$, то мощность булеана равна 1) a_1 , 2) 4, 3) 0, 4) 8, 5) $\{a_1, a_2\}$

-2) Выберите верное утверждение: 1) в алгоритме Грея решается некоторая задача с весовой функцией, 2) каждое очередное подмножество отличается от предыдущего одним элементом, 3) порядок генерации подмножеств не играет роли, 4) среди предыдущих ответов нет верного.

-3) Выберите верное утверждение: 1) если $M = (E, \mathcal{E})$ образует матроид, то жадный алгоритм не приводит к верному решению, 2) если $M = (E, \mathcal{E})$ не образует матроид, то жадное решение не приводит к верному решению, 3) оба предыдущих утверждения не точны.

-1) Если $M = \{1, 2, 3, 4\}$, то мощность булеана равна 1) 16, 2) 4, 3) 30, 4) 256, 5) 0

Задача. Перед вами шахматная доска, из которой вырезаны две крайние клетки одной диагонали. Предложите способ разрезания доски на прямоугольники, каждый из которых состоит из двух клеток с общей границей (если такой способ существует).

Вариант А4 Группа: Фамилия, имя, отчество:

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

4) 15312

-1) Универсум – это 1) некоторое множество, 2) отношение, 3) функция, 4) матроид. -5) Возникновению (или развитию) дискретной математики не способствовали 1) комбинаторные головоломки, 2) задачи кодирования, 3) проблемы компьютерной техники, 4) программирование, 5) аксиомы планиметрии.

-3) В алгоритме Грея 1) $q(i)$ – количество двоек в разложении числа i , 2) $q(6) = 3$, 3) $q(1) = 1$, 4) $q(i)$ – количество сомножителей в разложении i на простые множители.

-1) Выберите верное утверждение: 1) если $M=(E, \mathcal{E})$ образует матроид, то выполняются три аксиомы $M1, M2, M3$, 2) если $M=(E, \mathcal{E})$ не образует матроид, то жадное решение не может приводить к верному решению, 3) оба предыдущих ответа не точны.

-2) Выберите исправление следующего утверждения: «Если U – универсум, то его подмножество A можно представить 1) битовым вектором C , где $C[i] = 1$, если i -ый элемент U принадлежит A , в противном случае значение $C[i]$ безразлично»:

1) нет, в противном случае $C[i]$ не существует; 2) в противном случае $C[i]$ равно нулю; 3) у универсума не бывает подмножеств, 4) подмножество представляется его элементами, а не битовым вектором.

Задача. Даны девять монет, из которых восемь – стандартного веса, а одна – фальшивая и отличается от остальных по весу. Укажите наименьшее число взвешиваний, за которое можно определить фальшивую.

Вариант А5 Группа: _____ Фамилия, имя, отчество: _____

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

5) 31341

-3) В алгоритме Грея 1) $q(i)$ – количество двоек в разложении числа i , 2) $q(6) = 3$, 3) $q(1) = 1$, 4) $q(i)$ – количество сомножителей в разложении i на простые множители.

-1) Выберите верное утверждение: 1) если $M=(E, \mathcal{E})$ образует матроид, то выполняются три аксиомы $M1, M2, M3$, 2) если $M=(E, \mathcal{E})$ не образует матроид, то жадное решение не может приводить к верному решению, 3) оба предыдущих ответа не точны.

-3) Указать, какие элементы принадлежат множеству, нельзя 1) перечислением элементом, 2) порождающей процедурой, 3) операциями сложения, 4) характеристической процедурой.

-4) Для переборного решения проблемы установления связей (в задаче о фирме частных детективов и 100 коммерсантах) современному компьютеру потребуется 1) около минуты, 2) около месяца, 3) около 10 лет, 4) компьютер раньше сгорит, чем решит ее. -1) Если $M=\{1, 2, 3, 4\}$, то мощность булеана равна 1) 16, 2) 4, 3) 30, 4) 256, 5) 0

Задача. На берегу 6 человек, из которых трое – людоеды, и лодка, вмещающая двоих людей. Если на каком-либо берегу людоедов больше, чем цивилизованных граждан, граждане будут съедены. Опишите бескровную переправу, если все трое цивилизованных граждан умеют управлять лодкой, а из людоедов – лишь один.

Вариант А6 Группа: Фамилия, имя, отчество:

Занесите в таблицу номера верных ответов:

1	2	3	4	5

6) 31522

-3) В алгоритме Грея 1) $q(i)$ – количество двоек в разложении числа i , 2) $q(6) = 3$, 3) $q(1) = 1$, 4) $q(i)$ – количество сомножителей в разложении i на простые множители.

-1) Выберите верное утверждение: 1) если $M=(E, \mathcal{E})$ образует матроид, то выполняются три аксиомы M_1, M_2, M_3 , 2) если $M=(E, \mathcal{E})$ не образует матроид, то жадное решение не может приводить к верному решению, 3) оба предыдущих ответа не точны.

-5) Возникновению (или развитию) дискретной математики не способствовали 1) комбинаторные головоломки, 2) задачи кодирования, 3) проблемы компьютерной техники, 4) программирование, 5) аксиомы планиметрии.

-2) Если $M=\{b_1, b_2, b_3\}$, то мощность булеана равна 1) b_2 , 2) 8, 3) 16, 4) 256, 5) 0

-2) Выберите исправление следующего утверждения: «Если U – универсум, то его подмножество A можно представить битовым вектором C , где $C[i] = 1$, если i -ый элемент U принадлежит A , в противном случае значение $C[i]$ безразлично»:

1) нет, в противном случае $C[i]$ не существует; 2) в противном случае $C[i]$ равно нулю; 3) у универсума не бывает подмножеств, 4) подмножество представляется его элементами, а не битовым вектором.

Задача. На одном берегу три супружеские пары и одна лодка, вмещающая лишь двоих. Опишите план переправы, если ни один муж не согласен, чтобы без него супруга хоть на мгновение находилась в обществе, где имеются не только женщины.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1 Типовые контрольные задания

7.1.1 Темы рефератов

- 1 Множества в математике и в языках программирования
- 2 Базовые методы дискретной математики в олимпиадах по программированию
- 3 Роль познаний по дискретной математике при прохождении собеседования в ведущие компьютерные кампании мира: лаборатория Касперского, Microsoft, Apple, Twitter, Google.

- 4 Числа Фибоначчи. Мистика и реалии.
- 5 Рекурсия и рекуррентные формулы.
- 6 Прикладные аспекты теории графов.
- 7 Методы теории графов в оптимизации расписаний.
- 8 Интервальные раскраски.
- 9 Комбинаторные аналоги задач теории графов.
- 10 Вычислительная сложность и криптостойкость.
- 11 Шифрование открытым ключом.
Электронная подпись.

7.1.2 Примерные упражнения и задания к практическим занятиям и для самопроверки

Практическое занятие

1. Задача о переправе.

На одном берегу реки располагаются волк, коза, капуста, лодка и перевозчик. Лодка может вмещать, кроме перевозчика, ещё лишь один объект. Опишите алгоритм перевозки, чтобы все перебрались в целости (если перевозчик оставит козу наедине с волком, то ее съедят, если капусту с козой – тоже)

2. Дополнительно. Найдите наименьшее количество перевозок, за которое можно осуществить переправу. 3. Задача о ревнивых мужьях.

На одном берегу три супружеские пары и одна лодка, вмещающая лишь двоих. Опишите план переправы, если ни один муж не согласен, чтобы без него супруга хоть на мгновение находилась в обществе, где имеются не только женщины.

4. Задача о людоедах. На берегу 6 человек, из которых трое – людоеды, и лодка, вмещающая двоих людей. Если на каком-либо берегу людоедов больше, чем цивилизованных граждан, граждане будут съедены. Организуйте переправу без акта каннибальства.

5. Пусть имеются три кувшина ёмкости 3, 5 и 8 литров. Первые два – полные, а 8-литровый – пустой. Придумайте, как путём переливаний выделить 4 литра.

6. Пусть имеются три кувшина ёмкости a , b , c литров. Первые два кувшина полные, а последний пуст. Для заданного значения d напишите программу, которая проверяет, можно ли путём переливаний выделить d литров. Если можно, выводит схему переливаний.

7. Задача о взвешиваниях. Среди 12 монет одна фальшивая, она отличается от остальных по весу. 3 взвешиваниями требуется определить фальшивую монету.

Практическое занятие

Описательное определение множества в Delphi. Перечислить основные ограничения.

Привести объявления множеств в Delphi. Начальные присвоения.

Конструктор, основные операции над множествами.

Как выполнить ввод-вывод элементов множества?

Три способа задания множеств.

Нарисовать диаграммы для объединения, пересечения, разности, симметрической разности, дополнения.

Определите, являются ли числа 2^{32} , $2^{32} + 1$, $3^{35} + 2$ простыми?

Виды отображений: инъекция, сюръекция, биекция.

Докажите, что мощности множества натуральных чисел и множества целых чисел равны. Указание: пронумеровать 0, -1, 1, -2, 2,

Докажите, что мощности множества рациональных чисел и множества целых чисел равны. Указание. Пронумеровать по спирали:

1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, -- несократимые дроби с числителем 1, $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$,

Докажите, что мощности $(-1, 1)$ и $(-\infty, \infty)$ равны.

Докажите, что мощность множества бесконечных последовательностей из 0 и 1 равна мощности точек интервала $(0; 1)$. Какое множество носит имя Кантора?

Практические занятия

Что такое универсум?

Дайте определение булеана и поясните на примерах.

Сформулируйте и докажите теорему о мощности булеана.

В чем смысл представления подмножества универсума битовой шкалой (правило)?

Алгоритм генерации всех подмножеств n -элементного множества. Сформулируйте.

Алгоритм генерации всех подмножеств n -элементного множества. Напишите программу (на Дельфи).

Алгоритм построения бинарного кода Грея.

- Как ставится задача? – Формулировка алгоритма. - Обоснование.

Решение примера.

Дополнительно: написание программы.

Представление множества списками. Как представляется список в Pascal? в Дельфи (самостоятельно)? Как можно удалить элемент из списка, добавить (схема)?

Для заданного целого положительного числа n вывести его двоичное представление. Алгоритм генерации всех подмножеств n -элементного множества. Исходные данные – буквы, перечисленные во входном файле. Выходные: построчно вывести в другой файл все подмножества.

Программа выполнения алгоритма Грея (для $n=3$, $n=4$, $n=5$). Действия со списками в Дельфи.

7.1.3 Примеры вариантов к текущему контролю

Вариант 1 Код Хэмминга	Вариант 2 На конкретном примере изложите способ шифрования с использованием датчика случайных чисел.
Вариант 3	Вариант 4
Изложите алгоритм шифрования открытым ключом.	На примере кодирования сообщения BBBBVBCCBBAАА изложите алгоритм Хаффмана
Вариант 5 На примере кодирования сообщения ABVCCCDDDD изложите алгоритм Хаффмана	Вариант 6 Сформулируйте, какова цель применения алгоритма Хаффмана.

7.1.4 Контрольные вопросы к зачету

1. Краткая характеристика основных направлений дискретной математики.
2. Формулировка задач, соответствующих направлениям.
3. Способы задания множеств. Парадоксы теории множеств.
4. Множество Кантора
5. Подмножество всех множеств (булеан).
6. Генерация всех подмножеств универсума.
7. Алгоритм построения бинарного кода Грея.
8. Матроиды.
9. Размещения.
10. Перестановки.
11. Сочетания.
12. Бином Ньютона.
13. Свойства биномиальных коэффициентов.

14. Треугольник Паскаля.
15. Производящие функции. Метод неопределенных коэффициентов.
16. Производящие функции. Вывод общего члена последовательности Фибоначчи.
17. Префикс и постфикс. Таблица кодов. Префиксные коды.
18. Описание алгоритма Хаффмана.
19. Верификация алгоритма Хаффмана.
20. Основные принципы помехоустойчивого кодирования.
21. Кодирование с исправлением ошибок. Классификация ошибок.
22. Код Хэмминга.
23. Криптография и криптостойкость.
24. Шифрование с помощью случайных чисел.
25. Шифрование открытым ключом.
26. Понятие цифровой подписи. Математические проблемы.

7.1.5 Вопросы к экзамену

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами.
2. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.
3. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.
4. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева.
5. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях.
6. Поиск по графу в ширину и глубину.
- 7.
8. Свойства дерева поиска.
9. Связь поиска в ширину с кратчайшими цепями графа.
10. Точки сочленения, мосты и блоки графа.
11. Вершинная и реберная k -связность.
12. Характеризация двусвязных графов.
13. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах.
14. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.
15. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке.

16. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.
17. Метод кратчайших путей.
18. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа).
19. Вершинная и реберная теоремы Менгера.
20. Критерии вершинной и реберной k -связности графов (теорема Уитни).
21. Обходы графов.
22. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
23. Теорема Эйлера и алгоритм Флери.
24. Достаточные условия гамильтоновости.
25. Теоремы Дирака и Оре.
26. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.
27. Независимые множества вершин и ребер графа.
28. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания.
29. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи.
30. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующиеся цепей.
31. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла.
32. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ матрицах.
33. Алгоритм нахождения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе.
34. Задача о назначениях.
35. Плоские и планарные графы.
36. Нормальные карты и эйлеровы многогранники.
37. Формула Эйлера и ее следствия.
37. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.
38. Алгоритм укладки графа на плоскости.
39. Раскраски вершин графов.
40. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках.
41. Раскраски ребер графов и мультиграфов. Теоремы Визинга и Шэннона.
42. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний.

43. Перечисление и кодирование графов Проблема изоморфизма. Кодирование деревьев.
44. Труднорешаемые задачи на графах. Классы P, NP, NPC.
45. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”.
46. Некоторые NP-полные задачи на графах (“Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “Зраскрашиваемость” и другие).

7.2 Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущий контроль:

1. Проверка программ на языке высокого уровня по заданиям;
2. Проверка выполнения домашних заданий;
3. Аттестация в форме письменной работы.

Текущий контроль включает, кроме еженедельного опроса и проверки знаний по текущему материалу, ведение электронного журнала посещаемости, проверку выполнения компьютерных программ. Подразумевается непрерывное общение по электронной почте (общение по скайпу не целесообразно, т.к. не позволяет осуществлять доскональную проверку заданий).

Письменная работа рассчитана на 20-30 минут.

Промежуточный контроль проводится в виде письменной работы с обязательным устным собеседованием по результатам предварительной проверки:

- письменная контрольная работа – 50 баллов,
- устный опрос – 20 баллов.

Критерии выставления оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» определяются степенью владения материалом и достигнутым уровнем компетентности в решении задач дискретной математики. В исключительных случаях учитываются успехи на всероссийских олимпиадах и конкурсах по номинации данной дисциплины.

Общий результат складывается из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<https://explorecoursesit.blogspot.com/>

б) основная литература:

1. Ф.А. Новиков. Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках для программистов. – СПб.: Питер, 2011. – 304 с.
2. Гаврилов, Г. П..Задачи и упражнения по дискретной математике / Гаврилов, Гарий Петрович, А. А. Сапоженко. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2006. - 416 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 412-413.
3. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие [Электронный ресурс] / Г. П. Гаврилов ; Гаврилов Г. П. - М. : Физматлит, 2009. - 416 с. - ISBN 978-5-9221-0477-7. Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.пф/catalog/000199_000009_004393971/ — Режим доступа: http://нэб.пф/catalog/000199_000009_004393971/

Дополнительная:

4. М.Гэри, Д.Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
 5. Д. Кнут. Искусство программирования для ЭВМ. -- М.: Мир, 1977.
 6. Хаггард,Гэри. Дискретная математика для программистов : [учеб. пособие] / Хаггард, Гэри, Шлипф, Джон ; пер. с англ. Н.А.Шиховой под ред. А.А.Сапоженко. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2010. - 627 с.
 7. Дистель, Рейнгард. Теория графов : Пер. с англ. / Дистель, Рейнгард. - Новосибирск : Ин-т математики, 2002. - 335 с.
 8. Хаггарт, Р. . Дискретная математика для программистов : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Прикладная математика" / Р. Хаггарт ; Р. Хаггарт ; пер. с англ. под ред. С. А. Кулешова, с доп. А. А. Ковалева, В. А. Головешкина, М. В. Ульянова. - М. : РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с. - (Мир программирования). Режим доступа URL: http://нэб.пф/catalog/000199_000009_005398253/
 9. Магомедов А.М. Основы программирования для математиков. Часть 1. – Махачкала: «Радуга-1», 2014 г.
 10. Магомедов А.М. Практика программирования. – Махачкала: «Радуга-1», 2013 г.
- Примечание. Кафедра предоставляет в пользование видеоуроки по дискретной математике.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. <http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4> www.dvo.sut.ru/libr/himath/w163rabk/9.htm
<http://window.edu.ru/window/catalog?> <http://window.edu.ru/window/catalog?>
2. <http://www.twirpx.com/files/mathematics/dmath/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

- 1) Выполнение заданий по дискретной математике требует (дополнительно к изучению теоретического материала и получению математического решения) реализации алгоритмов с применением языка высокого уровня. Рекомендуемые языки: Delphi, C#.
- 2) Выбор структур для представления исходных данных особенно важен в тех случаях, когда в задании имеются требования к оценке сложности алгоритма.
- 3) Рекомендуется принимать участие в интернет-олимпиадах. Большинство заданий по программированию подразумевает уверенное владение базовыми алгоритмами: полный перебор и элиминация полного перебора, рекурсия и рекуррентные формулы, различные методы поиска в графах (кратчайшие пути, поиск вширь и в глубину), потоковые и комбинаторные методы и др.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Пакет видеолекций и видео-презентации.

Электронные учебные пособия (Магомедов А.М.).

Системы компьютерной математики (Mathematica, MathCad, MathLab, Maple), предпочтение отдается Mathematica.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

На каждой лекции используется стационарное мультимедийное презентационное оборудование (ауд. 3-73). Часть лекций предоставляется студенту в электронном формате. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах с современным

аппаратным и программным обеспечением. При выполнении лабораторных заданий студенту предоставляется право выбора одного из двух языков программирования из поддерживаемых MS Visual Studio. На сайте кафедры размещаются учебные пособия и презентации к лекции.