

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальные и разностные уравнения

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) программы:
Анализ больших данных

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала - 2023

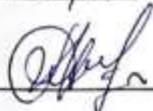
Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» составлена в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.05 Статистика от 14.08.2020 № 1032

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «19» января 2023 г., протокол № 5.

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «25» января 2023 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «20» января 2023 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению **01.03.05 Статистика**.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации			
1	108	16	-	16	36		76	экзамен

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения учебной дисциплины " Дифференциальные и разностные уравнения " являются:

-обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных и разностных уравнений как средства математического моделирования детерминированных явлений.

- ознакомление студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных и разностных уравнений в математическом моделировании динамических процессов. Научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата:

Дисциплина " Дифференциальные и разностные уравнения " входит в обязательную часть ОПОП бакалавриата по направлению **01.03.05 Статистика**.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука. В дисциплине используется материал следующих дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Теория функции комплексной переменной». Материал дисциплины является опорным для изучения таких дисциплин, как «Вычислительные методы», «Методы оптимизации и исследование операций», «Теория устойчивости дифференциальных уравнений»

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

1. Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной математической	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

		задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически	

		использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методы сбора и обработки данных, полученными в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<i>Знает:</i> стандартные методы и технические средства для статистических наблюдений. <i>Умеет:</i> применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. <i>Владеет:</i> методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-1.2. Умеет собирать и обрабатывать данные, полученные в области математических и естественных наук, в	<i>Знает:</i> как собирать данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки	

	<p>области программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>информации. <i>Умеет:</i> собирать исходные данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации. <i>Владеет:</i> методами сбора данных об объекте исследования и выбора соответствующий инструментарий для обработки информации.</p>	
	<p>ПК-1.3. Владеет навыками сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><i>Знает:</i> статистические методы обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. <i>Умеет:</i> применять статистические методы для обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. <i>Владеет:</i> статистическими методами обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

№	Раздел дисциплины	Все го	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успеv-ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
Модуль 1. Дифференциальные уравнения							
	Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Существование и единственность решения задачи Коши.	6	2	2	2		Контрольная работа
	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли,	6	2	2	2		Контрольная работа
	Раздел3. Дифференциальные уравнения высших порядков..	6	1	1	4		Коллоквиум
	Раздел 4. Краевые задачи.	6	1	1	4		Контрольная работа
	Раздел5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с пост. коэффициентами	6	1	1	4		Контрольная работа
	Раздел6. Системы дифференциальных уравнений. Устойчивость.	6	1	1	4		Контрольная работа
	Итого за модуль	36	8	8	20		Коллоквиум
Модуль 2. Разностные уравнения							
	Раздел 7. Основные понятия теории разностных уравнений	9	2	2	5		Коллоквиум Контрольная работа
	Раздел 8. Разностные уравнения первого порядка.	9	2	2	5		
	Раздел 9. Линейные разностные уравнения п-го порядка.	9	2	2	5		Контрольная работа
	Раздел 10. Системы разностных линейных уравнений.	9	2	2	5		

	Итого за модуль	36	8	8	20		
	Модуль 3 : подготовка к экзамену	36				36	экзамен
	Итого	108	16	16	40	36	

4.3. Содержание учебной дисциплины (модуля). Объем дисциплины и виды учебных занятий

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Темы: Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Темы : Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Темы : Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами .Фундаментальная система решений. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.

Темы ; Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Темы : Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Эйлера решения неоднородных систем.

Темы : Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Точки покоя .Фазовая плоскость.

Модуль 2. Разностные уравнения .

Темы : Основные понятия теории разностных уравнений.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Решетчатая функция. Конечные разности. Разностные уравнения. Понятие решения и общего решения разностного уравнения. Задача Коши для разностного уравнения.

Темы: Разностные уравнения 1 порядка.

Линейные обыкновенные разностные уравнения. Свойства решений линейных разностных уравнений. Общие решения для однородного и неоднородного случаев..

Темы :Линейные разностные уравнения n-го порядка.

Разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейно независимые решения линейного однородного разностного уравнения. Определитель Казоратти. Структура общего решения линейного разностного уравнения однородного и неоднородного. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Решение линейных неоднородных разностных уравнений с правой частью специального вида.

Тема :Системы разностных уравнений.

Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.

Достаточное условие существования устойчивого положения равновесия нелинейного уравнения $x(t + 1) = V(x(t))$.

4.3.2.. Содержание разделов практических занятий .

Модуль 1 . Дифференциальные уравнения первого порядка..

Темы :Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Тема:Задача Коши.Общее и частное решение.Особые решения.

Тема :. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения. Методом вариации произвольных постоянных.

Тема :Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами.

Тема : Краевые задачи. Функция Грина.

Тема :Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Матричный метод. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Устойчивость решений .Критерий Раussa Гурвица. Теоремы Ляпунова.

Модуль 2.Разностные уравнения.

Тема :Разностные уравнения первого порядка и методы их решения. Линейные обыкновенные разностные уравнения. Свойства решений линейных разностных уравнений. Общие решения для однородного и неоднородного случаев..

Тема : Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейно независимые решения линейного однородного разностного уравнения. Определитель Казоратти. Структура общего решения линейного разностного уравнения однородного и неоднородного. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение.

Тема : .Разностные уравнения высших порядков. Экономические задачи решаемые с помощью разностных уравнений.

Тема : Системы линейных разностных уравнений. Методы решения .Достаточное условие существования устойчивого положения равновесия нелинейного уравнения $x(t + 1) = V(x(t))$.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Лабораторные занятия.

Вузовская лекция должна выполнять не только информационную функцию, но также и мотивационную, воспитательную и обучающую.

Информационная функция лекции предполагает передачу необходимой информации по теме, которая должна стать основой для дальнейшей самостоятельной работы студента.

Мотивационная функция должна заключаться в стимулировании интереса студентов к науке. На лекции необходимо заинтересовывать, озадачить студентов с целью выработки у них желания дальнейшего изучения той или иной экономической проблемы.

Воспитательная функция ориентирована на формирование у молодого поколения чувства ответственности, закладку нравственных, этических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, финансово-экономического мировоззрения.

Обучающая функция реализуется посредством формирования у студентов навыков работы с первоисточниками и научной и учебной литературой.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

Коллоквиум - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- *знать* основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;
- *уметь* давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;
- *владеть* навыками доказательства теорем по тематике модуля.

По данному модулю студенту выставляются :

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных

утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;

3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

1) 30 баллов;

2) 20 баллов в случае наличия неточностей;

3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Тест с анализом - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимися для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

Критерии оценки по тестам с анализом

Если студент *умеет* давать *анализ теста* по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской)

темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент по теме данного модуля самостоятельно подготовил доклад и выступил с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля. Итоговый контроль по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: экзамен. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра. Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов. При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: —Отлично (5) - 86–100 условных баллов; —Хорошо (4) - 66–85 условных баллов; —Удовлетворительно (3) - 51–65 условных баллов; —Неудовлетворительно (2) - < 51 условных баллов.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2012 г.
2. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2012 г.
3. Киясов, С.Н. Шурыгин. В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории. Учебное пособие. / - Казань, КФУ, 2011 г.
4. Мухарлямов. Р.К. Панкратьева. Т.Н. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. / Метод пособие. Казань, КФУ. - 2013 г
5. Романко В.К. Разностные уравнения. – М.: БИНОМ, 2006.
6. А.А. Самарский. Введение в теорию разностных схем- М.: Наука 1971 .- 552 с.
7. Самарский А.А, Карамзин Ю.Н. Разностные уравнения. М. : Знание, 1978, 63 с

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши. Экономические задачи и математические модели приводящие к дифуравнениям.	Доклады на тему: 1. Математическая модель естественного роста. 2. Рост производства с учетом инвестиций.
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших	Доклады на тему:

порядков.	1. Модель колебания рыночных цен. 2. Динамическая модель Леонтьева.
Раздел 2. Прикладные задачи решаемые с применением аппарата дифференциальных уравнений	Доклады на тему: Модель Солоу.
Тема 1. Системы дифференциальных уравнений	Доклад: Устойчивость решений систем дифуравнений
Тема 2. Разностные уравнения .	Доклады на тему: 1. Разностные уравнения первого порядка.
Раздел 3. Разностные уравнения высших порядков.	Доклады на тему: 1. Модель Солоу. 2. Модель Эванса.
Тема 1. Экономические задачи решаемые с помощью разностных уравнений.	Доклады на тему: 1. Уравнение Самуэльсона -Хикса и его приложения.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Вопросы к коллоквиуму **Вопросы к 1 модулю**

1. Основные понятия и определения курса дифференциальных уравнений. Порядок уравнения, общее решение, задача Коши, краевая задача.
2. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.
4. Однородные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
5. Линейные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним. Два способа их решения.
6. Уравнения Бернулли.
7. Теорема существования и единственности (Коши) решения начальной задачи.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель. Способы его нахождения.
10. Дифференциальные уравнения высших порядков. Приведение к системе уравнений. Теорема существования и единственности.
11. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.

12. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Общие свойства, линейный дифференциальный оператор.
13. Общая теория линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
14. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
15. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью .
16. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений.
17. Метод Эйлера решения однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
18. Метод вариации решения неоднородных линейных систем.
19. Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
20. Устойчивость по первому приближению. Теоремы Ляпунова.
21. Точки покоя .Фазовая плоскость.

Вопросы к 2 модулю.

22. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия. Последовательность частных сумм числового ряда. Числовые последовательности.
23. Линейные обыкновенные разностные уравнения. Свойства решений линейных разностных уравнений.
24. Линейные разностные уравнения. Общие решения для однородного и неоднородного случаев.
- 25.Разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
- 26.Общее решение однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами.
27. Разностные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Аналог определителя Вронского.
28. Линейные и нелинейные системы разностных уравнений . Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши.
29. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи для разностных уравнений.
- 30.Устойчивость решений разностных уравнений. Основные понятия и определения.

Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.
4. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.

5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.
9. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
10. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
11. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
12. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
13. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
14. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
15. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
16. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
18. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
19. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
20. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
22. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
23. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
24. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.
25. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
26. Операционный метод решения линейных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.
27. Разностные уравнения первого порядка.
28. Линейные разностные уравнения n -го порядка. Методы решения.

29. Линейные системы разностных уравнений. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши.
30. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.
31. Прикладные задачи, решаемые с помощью разностных уравнений.

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.

21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{2x+y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы
 $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы
 $x' = \ln(e+ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x+1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям

- I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:
- 1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy'/y}$.
- II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:
- 1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2+1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;
 4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.
- III. Дифференциальное уравнение является однородным:
- 1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$; 3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$;
 4) $(x^2+y)dx - xydy = 0$; 5) $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.
- IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$;
 3) $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$;
 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$;
 5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4) $y = e^{-x} - e + x - 1$;
 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;
 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;
 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:

1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x+y}$; 5)
 $f(x, y) = 1 + x + y$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:

1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$; 5) $0,31 < d < 0,33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$;

5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка $(0,0)$ системы является седлом:

1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4)

$x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

1) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$;

5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = x + C\sqrt{1+x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$;

3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид:

1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$;

3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

1) $y^3 y' - xy = x$; 2) $y' + x^2 y = xy^2$; 3) $y^2 y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши

$y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид:

1) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$; 2) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$;

3) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$.

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x} y'' = 0$ является:

1) $y = x^2 + C_1x + C_2$; 2) $y = C_1x + C_2$; 3) $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$.

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

1) 1; 2) -1; 3) 0.

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$; 2) $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$;

3) $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.

IX. Функции $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' + 4y = 0$; 2) $y'' - 4y = 0$; 3) $y'' - 2y = 0$.

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

1) $x^3 y''' - xy' - 3y = -5x^2$; 2) $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$; 3) $x^3 y''' + xy' - 3y = x^2$.

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$ является:

1) $x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 2) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 3) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t$.

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

1) $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x$; 3) $\frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x$.

XIII. Выражение $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t - 1 \end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

1) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; 2) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$;

3) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы, если:

1) $-2 < \alpha < -1$; 2) $1 < \alpha < 2$; 3) $-1 < \alpha < 1$.

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

1) $V(x, y) = x^2 + y^2$; 2) $V(x, y) = (x + y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$; 3) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$.

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

$$1) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0; \quad 2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0; \quad 3) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 1; \quad 3) 0,5.$$

Тест №3

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$, где $C \in R$, является решением дифференциального

уравнение:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}.$$

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C.$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x.$$

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2.$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0.$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3) (x - y)dx + (-x + y)dy = 0.$$

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 3)$$

$$\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0.$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x.$$

IX. Функции $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

$$1) y'' - y = 0; \quad 2) y'' + y = 0; \quad 3) y'' - 4y = 0.$$

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 3) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$.

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений -

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

1) $V(x, y) = x^4 + y^4$; 2) $V(x, y) = (x - y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равно нулю)

решения уравнения $y'' + \frac{1}{4}\pi^2 y = 0$ равно:

1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = -x, y' = -y$; 2) $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$; 3) $x' = x - y, y' = -x + y$.

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1) $O_1(0,0)$; 2) $O_2(1,1)$; 3) $O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.

Задачи для тестирования по разностным уравнениям:

Найти общее решение :

1) $y(k-1) + 2y(k-2) + 6y(k-3) = 0$;

2) $y(k) - 9y(k-2) = 0$;

3) $y(k+3) + 2\sqrt{3}y(k+2) + 3y(k+1) = 0$;

4) $y(k+1) - 8y(k) + 16y(k-1) = 0$;

5) $y(k+3) + 10y(k+2) + 25y(k+1) = 0$

6) $y(k) + 125y(k-2) = 0$;

7) $y(k+3) + 25y(k+1) = 0$;

8) $y(k-1) + 49y(k-3) = 0$;

- 9) $y(k+2) + 2y(k) - 63y(k-2) = 0$;
- 10) $y(k+3) + 20y(k+1) - 125y(k-1) = 0$;
- 11) $y(k-1) + 5y(k-2) + 6y(k-3) = 4k$;
- 12) $y(k+2) - 8y(k+1) + 12y(k) = 2^k$;
- 13) $y(k) - 16y(k-26) = 4k + 3$;
- 14) $y(k+2) + 6y(k+1) + 8y(k) = 4^k$;
- 15) $y(k+2) + 9y(k+1) + 20y(k) = 3k + 3$;
- 16) $y(k+2) - 9y(k+1) + 8y(k) = 8^k$;
- 17) $y(k+2) + 19y(k+1) + 90y(k) = 2k + 1$;
- 18) $y(k+2) - 8y(k+1) + 7y(k) = 7^k$;
- 19) $2y(k+2) + 4y(k+1) + 4y(k) = 2^{\frac{k}{2}} \cos \frac{\pi}{4} k$;
- 20) $y(k+2) + 16y(k) = 4 \cos \frac{\pi}{2} k$;
- 21) $y(k+2) + 2\sqrt{3}y(k+1) + y(k) = 2^k \cos \frac{\pi}{6} k$;
- 22) $y(k+2) + 9y(k) = 3 \sin \frac{\pi}{2} k$;
- 23) $\Delta^2 y_k + 8y_k + 16y(k) = (-3)^k$
- 24) $\Delta^2 y_k + 2y_k + 10y(k) = 3^k \cos \frac{\pi}{2} k$
- 25) $\Delta^2 y_k + 4y_k + 5y(k) = \cos \frac{3\pi}{2} k$
- 26) $\Delta^2 y_k + 2y_k - 3y(k) = 2^k (k+1)$

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,

- коллоквиум - 30 баллов,
 - выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.
- Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (экзамен) - 100 баллов

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу. Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5. Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы. Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале. Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале. Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок. Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости. Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу. Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается. Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости. Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале: «0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов «10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов «51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Тихонов, Александр Николаевич.

Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X : 126-28.

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному

исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00.

3. Филиппов, Алексей Фёдорович .

Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. :Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.

4. Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012> (17.10.2018).

5. Романко В.К. Разностные уравнения. – М.: БИНОМ, 2006.

6. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский .- М. : Наука , 1971 .- 552 с.

7. Самарский, А. А., Карамзин, Ю. Н. Разностные уравнения / .- М. : Знание , 1978 .- 63 с.

б) дополнительная литература

1.Егоров, Александр Иванович.

Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. :Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350-00.

2. Эльсгольц, Л. Э.

Дифференциальные уравнения : учебник / Л. Э. Эльсгольц. - 6-е изд. - М. :КомКнига, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Допущено МО. - ISBN 5-484-00409-8 : 134-86.

3. Матвеев, Павел Николаевич.

Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.

4. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (17.10.2018).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по «Дифференциальным и разностным уравнениям» распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по «Дифференциальным и

разностным уравнениям» рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами для проведения лекционных занятий.

Аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий оснащены проектором, ноутбуком и интерактивной доской.