

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП;
фундаментальный модуль

Рабочая программа дисциплины *Математический анализ* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика от 10.01.2018 № 8.

Разработчики: *кафедра математического анализа,*
Алейдаров С.М., к.ф.-м.н., доцент,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой _____ Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель _____ Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «___» _____ 2022 г.

Начальник УМУ _____ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в фундаментальный модуль обязательной части образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением поля действительных чисел, изучением и освоением таких базовых понятий, как предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование, изучением фундаментальных свойств числовых и функциональных рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *универсальных – УК- 1, общепрофессиональных – ОПК-1, профессиональных ПК-3.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена*.

Объем дисциплины 28 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Сем естр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего	в том числе					
		Контактная работа обучающихся с преподавателем				СРС, в том числе экзамен	
		Всего	из них				
Лекции	Практич еские занятия		КСР	консул ьтации			
1	252	130	66	64		86+36	зачет, экзамен
2	252	128	64	64		88+36	зачет, экзамен
3	252	120	60	60		96+36	зачет, экзамен
4	252	112	56	56		104+36	зачет, экзамен
Ито го	1008	490	246	244		518	

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *математический анализ* являются:

- овладение основными понятиями анализа (действительное число, функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, мера и интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, в

частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *математический анализ* входит в фундаментальный модуль обязательной части образовательной программы *бакалавриата* по направлению *01.03.01 Математика*.

Знания по математическому анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, функциональный анализ, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области математического анализа, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области математического анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математического анализа.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	Устный опрос, контрольные работы, тесты

	<p>УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи,</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>

		<p>связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	
	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>

ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<p><i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках.</p>	
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.</p>	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в	<p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости</p>	Устный опрос, контрольные работы, тесты

	математике и информатике.	рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчисления.	
--	---------------------------	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 28 зачетных единиц, 1008 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<i>Первый семестр</i>								
Модуль 1. Поле вещественных чисел								
1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства.			4	4			10	
2. Построение множества вещественных чисел.			4	4			10	
Всего по модулю 1	1		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 2. Числовые последовательности								
1. Предел последовательности			4	8			8	
2. Монотонные последовательности			4	4			8	
Всего по модулю 2	1		8	12			16	Контрольная работа, коллоквиум

Модуль 3. Предел функции одной переменной								
1. Предел функции одной переменной.			4	4			10	
2. Замечательные пределы			4	4			10	
Всего по модулю 3	1		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 4. Непрерывность функции одной переменной								
1. Непрерывные функции одной переменной			6	4			8	
2. Глобальные свойства непрерывных функций			4	4			10	
Всего по модулю 4	1		10	8			18	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной								
1. Определения производной и дифференциала.			4	4			2	
2. Правила дифференцирования.			4	4			2	
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.			6	6			4	
Всего по модулю 5	1		14	14			8	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 6. Исследование функций одной переменной								
1. Производные и дифференциалы высших порядков.			6	4			2	
2. Формула Тейлора.			6	4				
3. Исследование функций и построение их графиков.			6	6			2	
Всего по модулю 6	1		18	14			4	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 7. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 1 семестр			66	64			86	36
<i>Второй семестр</i>								
Модуль 1. Неопределенный интеграл								
1. Первообразная и неопределенный интеграл.			4	4			10	
2. Основные методы интегрирования.			4	4			10	
Всего по модулю 1	2		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде								

1. Интегрирование рациональных функций.			4	4			10	
2. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.			4	4			10	
Всего по модулю 2	2		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 3. Определенный интеграл Римана								
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.			4	4			2	
2. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.			4	4			4	
3. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем			4	4			6	
Всего по модулю 3	2		12	12			12	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 4. Методы интегрирования								
1. Формула Ньютона-Лейбница.			2	2			2	
2. Замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана.			4	4			2	
3. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.			4	4			2	
4. Приложения интеграла к геометрии и механике.			4	4			2	
Всего по модулю 4	2		14	14			8	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных								
1. Сходимость в k -мерном пространстве.			2	2			2	
2. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.			4	4			2	
3. Непрерывные функции многих переменных.			2	2			2	
4. Частные			2	2			2	

производные и полный дифференциал.								
5. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.			2	2			4	
Всего по модулю 5	2		12	12			12	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 6. Исследование функций многих переменных								
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков.			2	2			4	
2. Формула Тейлора.			2	2			4	
3. Исследование функций многих переменных на экстремум.			2	2			8	
4. Теоремы о неявных функциях.			4	4			4	
Всего по модулю 6	2		10	10			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 7. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 2 семестр			64	64			88	36
<i>Третий семестр</i>								
Модуль 1. Числовые ряды								
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.			2	2			10	
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.			6	6			10	
Всего по модулю 1	3		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 2. Знакопеременные ряды								
1. Знакопеременные ряды.			2	2			4	
2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.			2	2			4	
3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.			2	2			4	
4. Бесконечные произведения. Связь с рядами.			4	4			4	
Всего по модулю 2	3		10	10			16	Контрольная работа,

								КОЛЛОКВИУМ
Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды								
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.			2	2			4	
2. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.			4	4			6	
3. Функциональные свойства сумм рядов.			4	4			6	
Всего по модулю 3	3		10	10			16	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 4. Степенные ряды								
1. Область сходимости. Функциональные свойства.			2	2			8	
2. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.			4	4			8	
3. Приближение непрерывных функций многочленами.			2	2			4	
Всего по модулю 4	3		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 5. Интегралы с параметрами								
1. Интегралы, зависящие от параметра.			4	4			4	
2. Признаки равномерной сходимости интегралов.			2	2			6	
3. Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.			2	2			10	
Всего по модулю 5	3		8	8			20	коллоквиум, контрольная работа
Модуль 6. Ряды Фурье								
1. Ортогональные системы функций.			2	2				
2. Тригонометрический ряд Фурье.			2	2				
3. Сходимость ряда Фурье в точке.			4	4				
4. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.			2	2				
5. Ряды Фурье			2	2				

непрерывных функций.								
6. Ряды Фурье функций с интегрируемым квадратом.			4	4			2	
Всего по модулю 6	4		16	16			4	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 7. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 3 семестр			60	60			96	36
<i>Четвертый семестр</i>								
Модуль 1. Двойные интегралы								
1. Мера Жордана в R^2 . Свойства.			2	2			10	
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			6	6			10	
Всего по модулю 1	4		8	8			20	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 2. Замена переменных								
1. Площадь плоской фигуры.			2	2			12	
2. Замена переменных в двойном интеграле.			4	4			12	
Всего по модулю 2	4		6	6			24	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 3. Тройные интегралы								
1. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.			4	4			4	
2. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.			4	4			4	
3. Несобственные кратные интегралы.			4	4			4	
Всего по модулю 3	4		12	12			12	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 4. Вариация функции и приложения к интегралам и рядам								
1. Вариация функции и спрямляемые кривые			2	2			4	
2. Понятие об интеграле Стильеса.			2	2			2	
3. Приложения вариации функции к рядам Фурье			2	2			2	

4. Криволинейные интегралы первого рода.			2	2			2	
5. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.			4	4			2	
Всего по модулю 4	4		12	12			12	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 5. Поверхностные интегралы								
1. Понятие площади гладкой поверхности.			2	2			4	
2. Поверхностные интегралы первого рода.			4	4			6	
3. Поверхностные интегралы второго рода.			4	4			6	
Всего по модулю 5	4		10	10			16	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 6. Элементы теории поля								
1. Скалярные и векторные поля.			4	4			10	
2. Векторная форма записи интегральных формул.			4	4			10	
Всего по модулю 6	4		8	8			20	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 7. Промежуточная аттестация								
1. Зачет	4							
2. Экзамен	4							36
ИТОГО за 4 семестр			56	56			104	36
ИТОГО			246	244			374	144

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Поле вещественных чисел

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства

Множества и операции над ними. Структура и формы математических утверждений. Методы доказательства. Функция, способы ее задания. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков.

Тема 2. Построение множества вещественных чисел

Рациональные числа. Необходимость расширения множества рациональных чисел.

Вещественные (действительные) числа как множество бесконечных десятичных дробей.

Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Арифметические операции над вещественными числами. Определение степени и логарифма. Лемма об

отделимости множества вещественных чисел. Дедекиндовы сечения. Непрерывность

множества вещественных чисел. Лемма о вложенных отрезках. Числовая ось. Измерение

отрезков. Лемма о конечном покрытии интервалами. Лемма о предельных точках

множества. Об аксиоматическом построении множества вещественных чисел.

Эквивалентность основных принципов (основных лемм) математического анализа.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Числовые последовательности

Числовые последовательности и подпоследовательности. Предел числовой

последовательности. Бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Примеры на нахождение пределов. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченных последовательностях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Число e . Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Модуль 3. Предел функции одной переменной

Тема 4. Предел функции одной переменной.

Постановка задачи и различные определения предела функции. Односторонние пределы. Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции.

Тема 5. Замечательные пределы.

Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Символы Ландау. Различные виды неопределенностей.

Модуль 4. Непрерывность функции одной переменной

Тема 6. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.

Тема 7. Глобальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Теорема о существовании непрерывной обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 8. Определения производной и дифференциала.

Постановка задачи. Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 9. Правила дифференцирования.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 10. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.

Модуль 6. Исследование функций одной переменной

Тема 11. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 12. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций. Приложение к вычислению пределов.

Тема 13. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Критерии и признаки выпуклости. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 14. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

Тема 15. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде

Тема 16. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций.

Тема 17. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

Модуль 3. Определенный интеграл Римана

Тема 18. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Тема 19. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 20. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение.

Модуль 4. Методы интегрирования

Тема 21. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница.

Тема 22. Замена переменной и интегрирование по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Тема 23. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов. Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 24. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 25. Сходимость в k -мерном пространстве.

Определение сходимости в k -мерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек в k -мерном пространстве. Различные типы множеств в k -мерном пространстве.

Тема 26. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.

Тема 27. Непрерывность функций многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 28. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения.

Тема 29. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.

Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.

Модуль 6. Исследование функций многих переменных

Тема 30. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства.

Тема 31. Формула Тейлора.

Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 32. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Тема 33. Теоремы о неявных функциях.

Постановка задачи. Понятие неявной функции. Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции.

Теорема о существовании дифференцируемого неявного отображения для конечномерных пространств. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений. Замена переменных. Понятие независимости системы функций.

Третий семестр

Модуль 1. Числовые ряды

Тема 34. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

Тема 35. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 36. Знакопеременяющиеся ряды.

Знакопеременяющийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 37. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 38. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды.

Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Тема 39. Понятие о суммировании рядов.

Суммирование рядов по методу Абеля-Пуассона. Метод Чезаро.

Тема 40. Кратные и повторные ряды.

Двойные ряды. Различные виды сходимости. Повторные ряды.

Тема 41. Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды

Тема 42. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности.

Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

Тема 43. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.

Тема 44. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 45. Область сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Тема 46. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.

Ряд Тейлора для суммы степенного ряда. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Коши, в форме Лагранжа. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 47. Приближение непрерывных функций многочленами.

Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 48. Интегралы, зависящие от параметра.

Определения собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Сходимость, признаки сходимости.

Тема 49. Признаки равномерной сходимости интегралов.

Равномерная сходимость. Функциональные свойства собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Тема 50. Гамма- и бета- функции Эйлера и их приложения.

Эйлеровы интегралы. Свойства гамма-функции и бета- функции Эйлера.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 51. Ортогональные системы функций.

Понятие ортогональной системы функций. Примеры ортогональных систем.

Понятие общего ряда Фурье.

Тема 52. Тригонометрический ряд Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье 2π – периодических функций.

Лемма Римана. Ядро Дирихле и интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье.

Тема 53. Сходимость ряда Фурье в точке.

Признак Дини. Следствия. Примеры.

Тема 54. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и для нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$ при произвольном положительном l .

Тема 55. Ряды Фурье непрерывных функций.

Суммы Фейера и их равномерная сходимость.

Теорема Вейерштрасса о приближении периодических функций посредством тригонометрических полиномов.

Тема 56. Ряды Фурье функций с интегрируемым квадратом.

Среднее квадратичное отклонение. Минимальное свойство сумм Фурье общего вида.

Тождество и неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 57. Мера Жордана в R^2 . Свойства.

Мера Жордана в R^2 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств.

Тема 58. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.

Модуль 2. Замена переменных

Тема 59. Площадь плоской фигуры.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах.

Тема 60. Замена переменных в двойном интеграле.

Формулы замены переменных в двойном интеграле.

Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложение двойного интеграла.

Модуль 3. Тройные интегралы

Тема 61. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Мера Жордана в R^3 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Свойства.

Объем тела в криволинейных интегралах.

Тема 62. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 63. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о несобственных кратных интегралах. Признаки сходимости.

Модуль 4. Вариация функции и приложения к интегралам и рядам

Тема 64. Вариация функции и спрямляемые кривые.

Определение и некоторые свойства функций ограниченной вариации.

Тема 65. Понятие об интеграле Стильтьеса.

Определение и вычисление интеграла Стильтьеса. Классы функций, для которых интеграл Стильтьеса существует.

Тема 66. Приложения вариации функции к рядам Фурье.

Признак Дирихле-Жордана сходимости ряда Фурье. Сравнение с признаком Дини.

Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Тема 67. Криволинейные интегралы первого рода.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства.

Тема 68. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.

Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 5. Поверхностные интегралы

Тема 69. Понятие площади гладкой поверхности.

Параметрические уравнения поверхности. Гладкие поверхности. Площадь гладкой поверхности. Пример Шварца.

Тема 70. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Тема 71. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Модуль 6. Элементы теории поля

Тема 72. Скалярные и векторные поля.

Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция.

Тема 73. Векторная форма записи интегральных формул.

Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл.

Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Поле вещественных чисел

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства
Графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков.

Тема 2. Построение множества вещественных чисел

Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Арифметические операции над вещественными числами. Определение степени и логарифма.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Числовые последовательности

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Модуль 3. Предел функции одной переменной

Тема 4. Предел функции одной переменной.

Различные определения предела функции. Односторонние пределы. Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции.

Тема 5. Замечательные пределы.

Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Различные виды неопределенностей.

Модуль 4. Непрерывность функции одной переменной

Тема 6. Непрерывные функции одной переменной.

Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.

Тема 7. Глобальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Теорема о существовании непрерывной обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 8. Определения производной и дифференциала.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 9. Правила дифференцирования.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Правила дифференцирования.

Тема 10. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталья.

Модуль 6. Исследование функций одной переменной

Тема 11. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 12. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций. Приложение к вычислению пределов.

Тема 13. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции.

Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Критерии и признаки выпуклости. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 14. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

Тема 15. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде

Тема 16. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций.

Тема 17. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

Модуль 3. Определенный интеграл Римана

Тема 18. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Тема 19. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 20. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение.

Модуль 4. Методы интегрирования

Тема 21. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.

Тема 22. Замена переменной и интегрирование по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Тема 23. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов. Критерии сходимости несобственных интегралов.

Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 24. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 25. Сходимость в k -мерном пространстве.

Определение сходимости в k -мерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек в k -мерном пространстве. Различные типы множеств в k -мерном пространстве.

Тема 26. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций.

Повторные пределы функции.

Тема 27. Непрерывность функций многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 28. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения.

Тема 29. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.

Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.

Модуль 6. Исследование функций многих переменных

Тема 30. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства.

Тема 31. Формула Тейлора.

Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 32. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Тема 33. Теоремы о неявных функциях.

Постановка задачи. Понятие неявной функции. Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции.

Теорема о существовании дифференцируемого неявного отображения для конечномерных пространств. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений. Замена переменных. Понятие независимости системы функций.

Третий семестр

Модуль 1. Числовые ряды

Тема 34. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

Тема 35. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 36. Знакопеременяющиеся ряды.

Знакопеременяющийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 37. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 38. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды.

Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Тема 39. Понятие о суммировании рядов.

Суммирование рядов по методу Абеля-Пуассона. Метод Чезаро.

Тема 40. Кратные и повторные ряды.

Двойные ряды. Различные виды сходимости. Повторные ряды.

Тема 41. Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды

Тема 42. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности.

Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

Тема 43. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-

Харди, Дирихле-Харди.

Тема 44. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 45. Область сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Тема 46. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.

Ряд Тейлора для суммы степенного ряда. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Коши, в форме Лагранжа. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 47. Приближение непрерывных функций многочленами.

Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 48. Интегралы, зависящие от параметра.

Определения собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Сходимость, равномерная сходимость, признаки сходимости. Функциональные свойства собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Тема 49. Эйлеровы интегралы. Приложения.

Эйлеровы интегралы. Свойства гамма-функции и бета- функции Эйлера.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 51. Ортогональные системы функций.

Понятие ортогональной системы функций. Примеры ортогональных систем.

Понятие общего ряда Фурье.

Тема 52. Тригонометрический ряд Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье 2π – периодических функций.

Лемма Римана. Ядро Дирихле и интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье.

Тема 53. Сходимость ряда Фурье в точке.

Признак Дини. Следствия. Примеры.

Тема 54. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и для нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$ при произвольном положительном l .

Тема 55. Ряды Фурье непрерывных функций.

Суммы Фейера и их равномерная сходимость.

Теорема Вейерштрасса о приближении периодических функций посредством тригонометрических полиномов.

Тема 56. Ряды Фурье функций с интегрируемым квадратом.

Среднее квадратичное уклонение. Минимальное свойство сумм Фурье общего вида.

Тождество и неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 57. Мера Жордана в R^2 . Свойства.

Мера Жордана в R^2 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств.

Тема 58. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного

интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.

Модуль 2. Замена переменных

Тема 59. Площадь плоской фигуры.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах.

Тема 60. Замена переменных в двойном интеграле.

Формулы замены переменных в двойном интеграле.

Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложение двойного интеграла.

Модуль 3. Тройные интегралы

Тема 61. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл. Существование. Свойства.

Мера Жордана в R^3 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Свойства.

Объем тела в криволинейных интегралах.

Тема 62. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 63. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о несобственных кратных интегралах. Признаки сходимости.

Модуль 4. Вариация функции и приложения к интегралам и рядам

Тема 64. Вариация функции и спрямляемые кривые.

Определение и некоторые свойства функций ограниченной вариации.

Тема 65. Понятие об интеграле Стильбеса.

Определение и вычисление интеграла Стильбеса. Классы функций, для которых интеграл Стильбеса существует.

Тема 66. Приложения вариации функции к рядам Фурье.

Признак Дирихле-Жордана сходимости ряда Фурье. Сравнение с признаком Дини.

Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Тема 67. Криволинейные интегралы первого рода.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства.

Тема 68. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.

Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 5. Поверхностные интегралы

Тема 69. Понятие площади гладкой поверхности.

Параметрические уравнения поверхности. Гладкие поверхности. Площадь гладкой поверхности. Пример Шварца.

Тема 70. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Тема 71. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Модуль 6. Элементы теории поля

Тема 72. Скалярные и векторные поля.

Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция.

Тема 73. Векторная форма записи интегральных формул.

Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Выражение площади

поверхности через криволинейный интеграл.

Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

I

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n .
1. Найти супремум и инфимум множества $E = \left\{ \frac{2n+1}{n+1}, n = 1, 2, \dots \right\}$.
2. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

II

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$ в точке $a = 0$.
2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.
3. Исследовать на дифференцируемость в точке $x = 0$ функцию $f(x)$, если $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$.
4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

III

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1+1}} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы $\int_1^e x \ln x dx$, $\int_0^{\pi} \sin x \cdot e^{\cos x} dx$.

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$.

IV

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$,

4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n$, 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n$.

3. Найти области сходимости рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$

4. Разложить в ряд Фурье: а) $f(x) = 1 - x$, $x \in (2;4)$; б) $f(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0, \\ -1, x < 0 \end{cases}$

V

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C (x+y) ds$, если C :

$x = t$, $y = \frac{3t^2}{\sqrt{2}}$, $z = t^3$, $0 \leq t \leq 1$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$, где C – четверть астроида

$x = R \cos^3 t$, $y = R \sin^3 t$ от точки $(R,0)$ до точки $(0,R)$.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x-y) dx dy$, $D: y^2 = \frac{b^2}{2} x$, $y = \frac{b}{a} x$ ($a > 0, b > 0$).

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$,

$D: y = x, y = -x, y = 1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (1-x^2) y dx + x(1+y^2) dy$, где C –

окружность $x^2 + y^2 = R^2$.

VI

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, $C: x = a(\cos t + t \sin t)$,
 $y = a(\sin t - t \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.
2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$, где C – полуокружность
 $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$.
3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1 - xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.
4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1$,
 $0 \leq y \leq 1$.
5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$,
где C – эллипс

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Поле вещественных чисел	
1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства.	Рефераты на темы: 1. Метод доказательства от противного и метод исключений. 2. Метод математической индукции
2. Построение множества вещественных чисел.	Доклады на темы: 1. Лемма Вейерштрасса о точных границах. 2. Дедекиндовы сечения. 3. Необходимость расширения множества рациональных чисел.
Раздел 2. Числовые последовательности	
1. Предел последовательности.	Доклад на тему: Теорема Штольца.
2. Монотонные последовательности	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Теорема Эйлера.
Раздел 3. Предел функции одной переменной	
1. Предел функции одной переменной.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений.
2. Замечательные пределы.	Реферат на тему: Теорема Эйлера. Решение задач и упражнений.
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	
1. Непрерывные функции одной переменной	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции.
2. Глобальные свойства непрерывных функций.	Доклады на темы: 1. Теоремы Вейерштрасса для компактных множеств. 2. Теорема Кантора для компактных множеств.
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	
1. Определения производной и дифференциала.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.

2. Правила дифференцирования.	Решение задач и упражнений.
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
Раздел 6. Исследование функций одной переменной	
4. Производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
5. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
6. Исследование функций и построение их графиков.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Раздел 7. Неопределенный интеграл	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений.
2. Основные методы интегрирования.	Решение задач и упражнений.
Раздел 8. Функции, интегрируемые в конечном виде	
1. Интегрирование рациональных функций	Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
2. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.	Решение задач и упражнений.
Раздел 9. Определенный интеграл Римана	
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.	Решение задач и упражнений.
2. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.	Доклады на темы: 1. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. 2. Интегрируемость разрывной функции Римана.
3. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем	Решение задач и упражнений.
Раздел 10. Методы интегрирования	
1. Формула Ньютона-Лейбница.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана.	Решение задач и упражнений.
3. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.	Решение задач.
4. Приложения интеграла к геометрии и механике.	Доклады на темы: 1. Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2. Спрямолинейные кривые. 3. Кривая Пеано.
Раздел 11. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	
1. Сходимость в k -мерном пространстве.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывные функции многих переменных.	Решение задач.
4. Частные производные и полный дифференциал.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
5. Частные производные и	Решение задач и упражнений.

дифференциал сложной функции. Производная по направлению.	
Раздел 12. Исследование функций многих переменных	
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
2. Формула Тейлора.	Решение задач и упражнений.
3. Исследование функций многих переменных на экстремум.	Доклад на тему: Метод Лагранжа.
4. Теоремы о неявных функциях.	Реферат на тему: Функция и способы ее задания.
Раздел 13. Числовые ряды	
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.	Решение задач.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.
Раздел 14. Знакопеременные ряды	
1. Знакопеременные ряды.	Решение задач.
2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	Доклад на тему: Синус- и косинус-ряды.
4. Понятие о суммировании рядов.	Решение задач.
5. Кратные и повторные ряды.	Решение задач.
6. Бесконечные произведения. Связь с рядами.	Решение задач.
Раздел 15. Функциональные последовательности и ряды	
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.	Решение задач и упражнений.
2. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.	Решение задач и упражнений.
3. Функциональные свойства сумм рядов.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.
Раздел 16. Степенные ряды	
1. Область сходимости. Функциональные свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.	Решение задач и упражнений.
3. Приближение непрерывных функций многочленами.	Доклад на тему: Суммы Фейера.
Раздел 17. Интегралы с параметрами	
1. Интегралы, зависящие от параметра.	Решение задач и упражнений.
2. Признаки равномерной сходимости интегралов.	Реферат на тему: Приложения эйлеровых интегралов.
3. Гамма- и бета- функции Эйлера и их приложения.	Решение задач и упражнений.
Раздел 18. Ряды Фурье	
1. Ортогональные системы функций.	Решение задач и упражнений.
2. Тригонометрический ряд Фурье.	Реферат на тему: Леммы Римана и Дирихле.
3. Сходимость ряда Фурье в точке.	Доклад на тему: Сравнение признаков Дини и

	Дирихле сходимости рядов Фурье.
4. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2l-периодических функций.	Решение задач и упражнений.
5. Ряды Фурье непрерывных функций.	Решение задач и упражнений.
6. Вариация функции. Понятие об интеграле Стильбеса. Приложения к рядам Фурье.	Решение задач и упражнений.
7. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.	Решение задач и упражнений.
8. Ряды Фурье функций с интегрируемым квадратом.	Рефераты на темы: 1. Равенство Парсеваля и приложения. 2. Полные и замкнутые системы функций.
Раздел 19. Двойные интегралы	
1. Мера Жордана в R^2 . Свойства.	Реферат на тему: Общая мера Жордана.
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
Раздел 20. Замена переменных	
1. Площадь плоской фигуры.	Решение задач и упражнений.
2. Замена переменных в двойном интеграле.	Решение задач и упражнений.
Раздел 21. Тройные интегралы	
1. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
3. Несобственные кратные интегралы.	Решение задач и упражнений.
Раздел 22. Вариация функции и приложения к интегралам и рядам	
1. Вариация функции и спрямляемые кривые.	Доклад на тему: Критерий спрямляемости кривых.
2. Понятие об интеграле Стильбеса.	Доклад на тему: Вопросы существования интеграла Стильбеса.
3. Приложения вариации функции к рядам Фурье.	Доклад на тему: Признак Дирихле-Жордана сходимости ряда Фурье.
4. Криволинейные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
5. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.
Раздел 23. Поверхностные интегралы	
1. Понятие площади гладкой поверхности.	Доклад на тему: Пример Шварца о вычислении площади поверхности.
2. Поверхностные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
3. Поверхностные интегралы второго рода.	Решение задач и упражнений.
Раздел 24. Элементы теории поля	
1. Скалярные и векторные поля. Стокса и Гаусса-Остроградского.	Решение задач и упражнений.
2. Векторная форма записи	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность $x_n = \frac{1}{3n-7}$?
5. Верно ли «Бесконечно большая последовательность не ограничена сверху»?

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Условия существования определенного интеграла.
4. Некоторые классы интегрируемых функций.
5. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
6. Основная теорема интегрального исчисления.
7. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Числовой ряд. Частичная сумма и остаток.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Общий критерий сходимости числовых рядов.
5. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
6. Интегральный признак сходимости рядов.
7. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
8. Признак Коши сходимости числовых рядов.
9. Условная и безусловная сходимости рядов.
10. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
11. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.
12. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
13. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
14. Преобразование Абеля.
15. Признак Абеля сходимости рядов.
16. Признак Дирихле сходимости рядов.
17. Бесконечные произведения. Их сходимости.
18. Критерий сходимости произведения.
19. Сравнение сходимости произведений и рядов.

Примерные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кратные интегралы»

1. Мера Жордана, ее свойства.
2. Определение двойного интеграла, его свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
4. Замена переменных в двойном интеграле.

5. Определение и свойства криволинейного интеграла первого рода.
6. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
7. Формула Грина.
8. Тройной интеграл. Свойства. Вычисление.
9. Замена переменных в тройном интеграле.
10. Поверхностный интеграл первого рода. Определение. Свойства. Вычисление.
11. Поверхностный интеграл второго рода. Определение. Свойства. Вычисление.
12. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

-2)	<p>Пусть $E = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$. Тогда верно утверждение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\sup E = 1, \inf E$ не существует. 2) $\inf E = 0, \min E$ не существует. 3) $\inf E = 0, \sup E$ не существует. 4) $\max E = 1, \inf E$ не существует.
-3)	<p>Выберите неверное утверждение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) В любой окрестности любого действительного числа найдется рациональное число. 2) Любое действительное число расположено между двумя целыми числами. 3) Супремум ограниченного множества рациональных чисел всегда рациональное число. 4) Инфимум любого множества натуральных чисел является натуральным числом.
-2)	<p>Пусть $E = \left\{\frac{n-1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$. Тогда</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\inf E$ не существует; 2) $\min E = 0$; 3) $\sup E$ не существует; 4) $\max E = 1$.
-3)	<p>Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 - 7}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 1; 2) не существует; 3) 0,5; 4) 0.
-2)	<p>Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5n + 1}{n^2 + 7n + 6}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ∞; 2) 1; 3) 2; 4) 0.
-3)	<p>Обратной к функции $f(x) = -\sqrt{x}$ на промежутке $[0, +\infty)$ является</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $g(x) = x^2$ на $(-\infty, +\infty)$; 2) $g(x) = -x^2$ на $(-\infty, 0)$; 3) $g(x) = x^2$ на $(-\infty, 0]$; 4) $g(x) = \sqrt{x}$ на $(0, +\infty)$.
-2)	<p>Найти суперпозицию $f(g(x))$, если $f(x) = x^3$, $g(x) = 3^x$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) x^{3x}; 2) 3^{3x}; 3) x^{3^x}; 4) 3^{x^3}.
-3)	<p>Производная функции $\cos^2 3x$ равна</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $-6 \sin 3x$; 2) $6 \cos 3x$;

	1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) расходится.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-1)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ равна 1) 1. 2) 2,5. 3) ряд расходится. 4) 0,5.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p > 0$. 2) при всех $p > 1$. 3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$. 4) при $p = 0$.
-2)	Дифференциал второго порядка функции $f(x, y) = x^2 \sin(2y)$ в точке $M(1; \pi)$ равен 1) $dx^2 + 2dy^2$; 2) $8dxdy$; 3) $4dxdy$.
-2)	Найти частную производную z'_y неявной функции $z = z(x, y)$, определяемой уравнением $xz - z^2 + y^3 = 0$. 1) $\frac{y^3}{x-z}$; 2) $\frac{3y^2}{2z-x}$; 3) $\frac{3y^2}{z-x}$.

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
11. Некоторые сведения о разложении полиномов на неприводимые множители и рациональных функций на простейшие дроби.
12. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.
13. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования некоторых трансцендентных функций.
14. Непосредственное вычисление бесконечных сумм и произведений.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных

утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;

3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

1) 30 баллов;

2) 20 баллов в случае наличия неточностей;

3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по тестированию

Если студент *умеет* давать анализ теста по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на зачетах и экзаменах

На *зачете* по учебной дисциплине в *устной* или *письменной* форме проверяется выполнение студентом практической части курса и усвоение учебного материала лекционных и практических занятий.

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам. В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,

- участие на практических занятиях -20 баллов,

- коллоквиум – 30 баллов,

- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает курсовой экзамен, результаты которого оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

Критерии оценки знаний студентов на зачетах такие же, как на курсовых экзаменах. При этом общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса:

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

а) основная литература:

1. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> ().

2. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>()

3. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>().

4. [Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие](#) - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> ().

б) дополнительная литература:

1. [Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник](#) - Москва: Физматлит, 2001
Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> ().

2. [Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2.](#)

Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.

Гармонический анализ - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> ()

3. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> ()

4. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> ()

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

На лабораторных занятиях каждый студент получает задание для самостоятельного выполнения, как правило, перечень задач и упражнений по данной теме. После выполнения лабораторной работы рекомендуется организовать защиту этой лабораторной работы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.