



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:

11.03.04 Электроника и нанoeлектроника

Профиль подготовки:

«Микroeлектроника и твердотельная электроника»

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Форма обучения:

Очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,  
фундаментальный модуль ОПОП

Махачкала, 2022


Рабочая программа дисциплины «**Теория функций комплексного переменного**» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника (уровень бакалавриат) от «8» февраля 2021 г. №83.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 15.03.2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **11.03.04 Электроника и наноэлектроника**. Дисциплина реализуется на физическом факультете, кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с комплексными числами, аналитическими функциями и теории вычетов и применяются в гидродинамике, в теории упругости, электротехнике и т.д. Дисциплину «Теория функций комплексного переменного» необходимо изучать для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

- Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности (ОПК-1).

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

| Семестр | Учебные занятия |  |                      |                      |     |              |                          | Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен) |         |
|---------|-----------------|--|----------------------|----------------------|-----|--------------|--------------------------|---|---------|
|         | в том числе:    |  |                      |                      |     |              |                          |   |         |
|         | всего           | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                      |                      |     |              | СРС, в том числе экзамен |   |         |
|         |                 | всего  | из них               |                      |     |              |                          |   |         |
|         |                 | Лекции   | Лабораторные занятия | Практические занятия | КСР | консультации |                          |   |         |
| 2       | 144             | 46   | 16                   | -                    | 30  | -            | -                        | 62+36   | экзамен |

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Теория функций комплексного переменного являются изучение комплексных чисел. Изучение на базе вещественного анализа, теории функций комплексного переменного. Ознакомление с прикладными аспектами теории функций комплексного переменного. Ознакомление с фундаментальными свойствами аналитических функций.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению **11.03.04 Электроника и наноэлектроника**.

Курс теория функций комплексного переменного преподается на 1 курсе, после изучения вещественного анализа, алгебры и геометрии.

К исходным требованиям, необходимым для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного», относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», а также навыки, приобретенные в процессе прохождения учебной практики.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является основой для изучения дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Электричество и магнетизм», «Атомная физика», для последующего изучения других дисциплин вариативной части профессионального цикла.

**3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).**

| <b>Код и наименование компетенции из ОПОП</b>  | <b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>  | <b>Планируемые результаты обучения</b>   | <b>Процедура усвоения</b>                           |
|--|--|--|---|
| ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности | ОПК-1.1. Анализирует и обрабатывает научно-техническую информацию по естественным наукам и математике для решения поставленной инженерной задачи | Знает: - физико-математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности<br>Умеет: - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, анализировать и обрабатывать соответствующую научно-техническую литературу с учетом зарубежного опыта<br>Владеет: - навыками критического анализа научнотехнической литературы в сфере профессиональной деятельности | Устный опрос.<br>Коллоквиум.<br>Контрольная работа. |
|  | ОПК-1.2. Использует положения, законы и методы естественных наук и математики для решения поставленной инженерной задачи                         | Знает: - основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности<br>Умеет: - применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера<br>Владеет: - навыками находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.   |   |

**4. Объем, структура и содержание дисциплины.**

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 2, академических часов 72

4.2. Структура дисциплины.

| <b>№ п/п</b> | <b>Раздел Дисциплины</b> | <b>Семестр</b> | <b>Неделя</b> | <b>Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)</b> | <b>Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)<br/>Форма промежуточной аттестации (по семестрам)</b> |
|--------------|--------------------------|----------------|---------------|---|---|
|              |                          |                |               |   |   |

|   |   |            |  | ЛК        | сем       | СРС                     | КСМ |                                    |
|---|---|------------|--|-----------|-----------|-------------------------|-----|------------------------------------|
| <b>Модуль I. Функции комплексного переменного</b> |   |            |  |           |           |                         |     |                                    |
| 1   | <b>Раздел I. Функции комплексного переменного</b> | 2          |  | 8         | 10        | 18                      |     | Коллоквиум<br>контрольная работа   |
| <b>Модуль II. Интеграл. Вычеты</b>                |   |            |  |           |           |                         |     |                                    |
| 2   | <b>Раздел II. Теория интеграла Коши</b>           | 2          |  | 4         | 10        | 22                      |     | Коллоквиум<br>контрольная работа   |
| 3   | <b>Раздел III. Ряд Лорана, вычеты.</b>            | 2          |  | 4         | 10        | 22                      |     | Коллоквиум,<br>контрольная работа, |
| <b>Модуль III</b>                                 |   |            |  |           |           |                         |     |                                    |
| 4   | Подготовка и сдача экзамена                       |            |  |           |           | 36                      |     |                                    |
|   | <b>Итого за 2 семестр</b>                         | <b>144</b> |  | <b>16</b> | <b>30</b> | <b>62+</b><br><b>36</b> |     |                                    |

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

#### Модули I

##### Тема 1. Комплексные числа.

Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме. Формула Муавра. Стереографическая проекция. Сфера Римана.

**Тема 2.** Последовательности и ряды комплексных чисел. Функция комплексного переменного. Предел, непрерывность, производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная. Аналитические функции. Конформные отображения.

**Тема 3.** Элементарные функции и конформные отображения. Дробно-линейные отображения. О гомеоморфности, конформности дробно-линейных отображений. Круговое свойство дробно-линейных отображений. Точки симметричные относительно окружности. Свойство сохранения симметрии дробно-линейных отображений. Группа дробно-линейных отображений. Специальные дробно-линейные отображения. Дробно-линейное отображение верхней полуплоскости на единичный круг. Дробно-линейное отображение единичного круга на единичный круг. Функция  $e^z$ , определение и свойства. Тригонометрические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Степенные и показательные функции  $a^z, z^a$ . Функция  $\text{Ln } z$ .

#### Модуль II

##### Тема 4. Теория интеграла.

Путь и кривая. Определение интеграла по пути. Свойство ортогональности степеней. Свойства интеграла: линейность, аддитивность, эквивалентность, ориентируемость, неравенства. Интеграл по кривой. Интегральные теоремы Коши. Интегральная теорема Коши для треугольников. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши для односвязных областей. Интегральная теорема Коши для многосвязных областей. Интегральная формула Коши. Первообразная.

##### Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.

Степенные ряды. Признак Коши-Адамара. Об аналитичности суммы степенного ряда и следствия из него. Ряд Тейлора. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. О единственности разложения функции в степенной ряд. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о единственности

аналитической функции. Ряд Лорана. Главная часть ряда Лорана. О единственности разложения в ряд Лорана. Неравенства Коши.

#### **Тема 6. Вычеты. Приложения .**

Особые точки аналитической функции. Изолированные особые точки и их классификация. Устранимая особая точка, полюс и существенно особая точка. Порядок полюса. О связи изолированных особых точек с разложением в ряд Лорана. Изолированная особая точка  $\infty$ . Ряд Лорана в точке  $\infty$  и о его связи с типом особенности в  $\infty$ . Понятие вычета в конечной изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе. Вычет в изолированной особой точке  $\infty$ . Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов для нахождения интегралов по пути. Применение вычетов для нахождения определенных интегралов.

### **4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине**

**Тема 1.** Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме. Формула Муавра

**Тема 2.** Последовательности и ряды комплексных чисел.

**Тема 3.** Функция комплексного переменного. Предел, непрерывность функции комплексного переменного. С-линейные и R-линейные функции. Условия Коши-Римана. Производная. Аналитические функции.

**Тема 4.** Дробно-линейные отображения. Функция  $e^z$ . Тригонометрические функции комплексного переменного.

**Тема 5.** Интеграл по пути.

**Тема 6.** Интегральные теоремы Коши.

**Тема 7.** Первообразная.

**Тема 8.** Степенные ряды. Ряд Тейлора и ряд Лорана.

Нули аналитической функции. Ряд Лорана.

**Тема 9.** Особые точки аналитической функции.

**Тема 10.** Вычеты.

**Тема 11.** Применение вычетов для нахождения определенных интегралов.

### **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

*Учебно-методические пособие для самостоятельной работы*

Магомедов Г.А., Сиражудинов М.М., Рагимханов Р.К., «Теория функций комплексного переменного». Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2010.

*Задания для самостоятельной работы*

## Задание 1. Перечень вопросов к экзамену

1. Определение функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$  с помощью рядов.
2. Конформные отображения.
3. Обратимость функций  $e^z$ ,  $z^n$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ .
4. Понятие Римановой поверхности.
5. Точки ветвления.
6. Различные определения однозначной аналитической функции и их сравнение.
7. Теорема Вейерштрасса.
8. Интеграл типа Коши.
9. Аналитическое продолжение.
10. Теорема Пикара. Особые точки многозначного характера.
11. Логарифмический вычет.
12. Индекс функции. Принцип аргумента.
13. Принцип сохранения областей.
14. Теорема Руше. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
15. Принцип максимума модуля аналитической функции.
16. Принцип минимума.
17. Интегральная теорема Коши для треугольников.
18. Теорема о среднем значении

Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы приведены ниже в п. 7.2.1

### **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

7.2. Типовые контрольные задания

#### **7.2.1 Примерные темы рефератов и курсовых работ:**

1. Использование вычетов для вычисления несобственных интегралов
2. Использование вычетов для вычисления собственных интегралов
3. Изолированные особые точки
4. Использование вычетов для суммирования рядов
5. Римановы поверхности.

#### **7.2.2 Вопросы к коллоквиуму**

1. Понятие аналитичности функции в точке, в области. Необходимые и достаточные условия аналитичности.
2. Основные свойства аналитических функций
  - а) независимость интеграла от пути
  - б) разложимость в степенной ряд (Теорема Тейлора)
  - в) бесконечная дифференцируемость аналитических функций
  - г) принцип единственности аналитических функций
3. Различные определения однозначной аналитической функции.
4. Ряд Лорана. Сходимость.
5. Разложение функции в ряд Лорана (Теорема Лорана).
6. Разложение функции в окрестности бесконечно-удаленной точки.
7. Изолированные особые точки однозначного характера и их типы

8. Вычеты. Определения.
9. Формулы для вычетов относительно полюса.
10. Основная теорема о вычетах.
11. Приложения вычетов к вычислению интегралов.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

#### **а) основная литература:**

##### **1. Шабат, Борис Владимирович.**

Введение в комплексный анализ. Ч.1 : Функции одного переменного / Шабат, Борис Владимирович ; Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2004. - 336 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5-8114-0568-5 : 200-00.

##### **2. Привалов, Иван Иванович.**

Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / Привалов, Иван Иванович. - Изд. 15, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Высш. шк. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2009, 1999, 1984. – 432 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0913-6 : 299-97.

##### **3. Магомедов, Гаджи Абдулкадырович.**

Теория функций комплексного переменного : учеб. пособие для практикума / Магомедов, Гаджи Абдулкадырович, Сиражудинов, Магомед Магомедалиевич, Рагимханов, Римихан Курбанович. - Махачкала : ИПЦ ДГУ, 2010, 20003. - 154 с. - ISBN 5-7788-0120-3 : 100-00.

4. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс] / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова, Г.М. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2002. — 208 с. — 985-470-054-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>

#### **б) дополнительная литература:**

##### **1. Сидоров, Ю.В.**

Лекции по теории функций комплексного переменного : учебник / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. - 3-е изд., испр. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 480 с. - ISBN 5-02-013954-8 : 1-30.

##### **2. Шабунин, Михаил Иванович.**

Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Шабунин, Михаил Иванович, Е. С. Половинкин. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2009. - 362,[6] с. - (Технический университет). - Рекомендовано УМО вузов РФ по образованию в обл. приклад. мат. и физ. - ISBN 978-5-94774-330-2 : 215-00.

##### **3. Привалов, Иван Иванович.**

Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / Привалов, Иван Иванович. - Изд. 15, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Высш. шк. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2009, 1999, 1984. - 432 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0913-6 : 299-97.

4. **Галкин С.В.** Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С.В. Галкин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. — 242 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31301.html>



## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

| №  | Название   | Электронный адрес                            | Содержание  |
|----|--|--|---|
| 1. | Math.ru  | www.math.ru                                  | Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.  |
| 2. | Exponenta.ru                                       | www.exponenta.ru                             | <p><b>Студентам:</b><br/>- запустить установленный у Вас математический пакет; выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии</p> <p><b>Преподавателям:</b><br/>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</p> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b><br/> <b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.<br/> <b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</p> |
| 3. | Математика   | www.mathematics.ru                           | учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.  |
| 4. | Российское образование.                            | www.edu.ru                                   | федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.  |
| 5. | Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ        | http://elib.dgu.ru,<br>http://edu.icc.dgu.ru |   |
| 6. | Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru) | www.mathnet.ru                               | Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.  |

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по теории функций комплексного переменного распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и

технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по комплексному анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины комплексный анализ. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.