

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Непрерывные дроби и их приложения

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) программы
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений; дисциплина по выбору

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины *Непрерывные дроби и их приложения* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки от 23.08. 2017 г. № 807.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Алейдаров С.М., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 31 » 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Непрерывные дроби и их приложения* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору, по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с непрерывными дробями, вопросами их сходимости, оценок скорости сходимости подходящих дробей и вопросами наилучших приближений вещественных чисел рациональными.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общепрофессиональных* – ОПК-1; *профессиональных* – ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Сем естр	Учебные занятия							Форма промежуточн ой аттестации	
	Всего	в том числе							
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
		Всего	из них						
Лек ции	Лаборат орные занятия		Практич еские занятия	КСР	конс ульт ации				
8	108	40	16		24			32+36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Освоение основных понятий, связанных с теорией непрерывных дробей, и владение основными методами исследования задач с помощью непрерывных дробей для возможности применения в дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Непрерывные дроби и их приложения* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору, по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: математический анализ, теория чисел, комплексный анализ, функциональный анализ.

Дисциплина является основой для последующего изучения других дисциплин и прохождения практик. Знания по данному курсу необходимы при работе над выпускной квалификационной работой и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	Устный опрос
	ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	Устный опрос

		<p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>	Устный опрос
<p>ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</p>	<p>ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.</p>	<p><i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и</p>	Устный опрос

		интегрального исчисления; навыками программирования на современных языках.	
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.	Устный опрос
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает</i> основные свойства непрерывных функций, дифференцируемых функций, функций ограниченной вариации, абсолютно непрерывных функций. <i>Умеет:</i> определить принадлежность индивидуальных функций к тому или иному классу функций; анализировать соотношения между различными классами непрерывных функций. <i>Владеет</i> основными методами теории вложения классов функций действительных переменных.	Устный опрос
ПК-2. Способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе	ПК-2.1. Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем из теории вложения	<i>Знает</i> основные свойства подходящих дробей, признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей с положительными частными знаменателями.	Устный опрос

существующих методик в математике и компьютерных науках	классов функций действительных переменных.		
	ПК-2.2. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем теории вложения классов функций, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.	<i>Умеет</i> применять свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей, а также уметь разлагать квадратичные иррациональности в правильные непрерывные дроби.	Устный опрос
	ПК-2.3. Владеет: классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем о свойствах функций из основных классов функций действительных переменных.	<i>Владеет</i> методами теории непрерывных дробей для решения задач в математике и в других областях научно-исследовательской деятельности.	Устный опрос

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (экзамен)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Подходящие дроби								
1. Основные тождества			2	2				
2. Свойства подходящих дробей			4	4				
Всего по модулю 1	8		6	6			24	КОЛЛОКВИУМ
Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей								

1. Теорема Зейделя			2	2				
2. Непрерывные дроби общего вида			2	4				
3. Приближение чисел			2	4				
4. Некоторые приложения			4	8				
Всего по модулю 2	8		10	18			8	КОЛЛОКВИУМ
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Экзамен	8							36
ИТОГО за семестр	8		16	24			32	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Подходящие дроби

Тема 1. Основные тождества.

Непрерывные (цепные) дроби. Основные типы непрерывных дробей. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.

Тема 2. Свойства подходящих дробей.

Тождества для разности двух соседних подходящих дробей.

Тождества для разностей соседних подходящих дробей одинаковой четности.

Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей

Тема 1. Теорема Зейделя.

Признаки сходимости непрерывных дробей с положительными членами звеньев.

Теорема Зейделя и ее приложения.

Тема 2. Непрерывные дроби общего вида.

Тождественные преобразования непрерывных дробей.

Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.

Тема 3. Приближение чисел.

Правильные непрерывные дроби как аппарат приближения вещественных чисел рациональными. Наилучшие приближения вещественных чисел.

Тема 4. Некоторые приложения.

Приложения к построению календарей. Экономные системы счисления. Некоторые обобщения непрерывных дробей.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Подходящие дроби

Тема 1. Основные тождества.

Непрерывные (цепные) дроби. Основные типы непрерывных дробей. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.

Тема 2. Свойства подходящих дробей.

Тождества для разности двух соседних подходящих дробей.

Тождества для разностей соседних подходящих дробей одинаковой четности.

Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей

Тема 1. Теорема Зейделя.

Признаки сходимости непрерывных дробей с положительными членами звеньев.

Теорема Зейделя и ее приложения.

Тема 2. Непрерывные дроби общего вида.

Тождественные преобразования непрерывных дробей.

Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.

Тема 3. Приближение чисел.

Правильные непрерывные дроби как аппарат приближения вещественных чисел рациональными. Наилучшие приближения вещественных чисел.

Тема 4. Некоторые приложения.

Приложения к построению календарей. Экономные системы счисления. Некоторые обобщения непрерывных дробей.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Вагабов А.И. Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2012.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Подходящие дроби</i>	
1. Основные тождества.	Доклад на тему: Типы непрерывных дробей.
2. Свойства подходящих дробей.	Доклад на тему: Промежуточные дроби.
<i>Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей</i>	
1. Теорема Зейделя.	Доклад на тему: Сходимость С-дробей.
2. Непрерывные дроби общего вида.	Доклад на тему: Дроби Паде.
3. Приближение чисел.	Доклад на тему: Рациональные приближения числа π .
4. Некоторые приложения.	Доклад на тему: Экономные системы счисления.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Основные типы непрерывных дробей.
2. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.
3. Свойства подходящих дробей.
4. Теорема Зейделя.
5. Непрерывные дроби общего вида.
6. Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.
7. Наилучшие приближения вещественных чисел.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- Изучение тем последовательно по модулям с проведением коллоквиумов – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на экзаменах

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам.

В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

- 1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. Хинчин, А.Я. Цепные дроби / А.Я. Хинчин ; ред. Л.Ю. Чернышевой. - Изд. 3-е. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. - 112 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449480> (2022).

2. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел: учебное пособие / С.В. Сизый. - 2-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2008. - 191 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68386> (2022).

в) дополнительная литература:

1. Хованский, А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа / А.Н. Хованский; ред. А.Ф. Лапко. - Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1956. - 204 с. - (Библиотека прикладного анализа и вычислительной техники). - ISBN 978-5-4458-4959-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220538> (2022).

2. Математический анализ (функции, пределы, ряды, цепные дроби) / ред. Л.А. Люстерник, А.Р. Янпольского, А.Ф. Лапко и др. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1961. - 442 с. - (Справочная математическая библиотека). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112182> (2022).

3. Гельфонд А.О. решение уравнений в целых числах. Изд. 5-е, испр. – Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 96 с.- (Физико-математическое наследие: математика (теория чисел).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(2022).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, Изучение тем последовательно по модулям с проведением коллоквиумов и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.