

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Элементы теории сплайнов

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) программы
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в ОПОП в форме факультатива

Рабочая программа дисциплины *Элементы теории сплайнов* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки от 23.08. 2017 г. № 807.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Элементы теории сплайнов* входит в ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений в форме факультативов образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением различных видов сплайн-функций и их основных свойств, с освоением приложений сплайн-функций к решению дифференциальных уравнений и задач изogeометрической аппроксимации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
общепрофессиональных – ОПК-1,
профессиональных - ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *устного опроса* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 1 зачетная единица, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семе стр	Учебные занятия на очном отделении							Форма промежуточ ной аттестации	
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС		
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			Консультации
6	36	34	34	-	-	-	-	2	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Элементы теории сплайнов* являются:

- овладение понятиями: сплайн-функция, полиномиальный сплайн, рациональный сплайн, локальный сплайн, глобальный сплайн;
- творческое овладение основными методами теории сплайн-функций, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Элементы теории сплайнов* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений в форме факультативов образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Знания по этой дисциплине студентам необходимы для более глубокого овладения численными методами математического анализа, а также при прохождении курсов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов, методов оптимизации и др.

Изучение дисциплины *Элементы теории сплайнов* предполагает знание основ математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура проверки освоения
<p>ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием различных методов из области математических и физических наук. <i>Владеет:</i> базовыми методами современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос</p>
	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения методов современной</p>	<p>Устный опрос</p>

		математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Знает:</i> различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современной математики.	Устный опрос
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученных в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Знает:</i> основы теории сплайнов и различные приложения сплайн-функций в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы сплайн-функций для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами теории сплайнов; навыками программирования на современных языках.	Устный опрос
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> области применения сплайн-функций; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> находить приближенные решения дифференциальных уравнений с помощью сплайн-функций; решать задачи на формосохраняющие интерполяции функций сплайнами и аппроксимации функций посредством сплайн-функций; применять различные языки программирования в	Устный опрос

		численном анализе. <i>Владеет:</i> навыками приложения численных методов с применением сплайн-функций к решению естественнонаучных задач.	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в прикладной математике и информатике.	<i>Знает:</i> методы приближенного решения дифференциальных уравнений; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы сплайн-функций в численном анализе с использованием современных информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов сплайн-функций.	Устный опрос
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий	ПК-2.1. Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем из теории вложения классов функций действительных переменных.	<i>Знает:</i> постановку задачи наилучшего приближения в данном пространстве; основные свойства элементов наилучшего приближения; характеристики гладкости функции.	Устный опрос
	ПК-2.2. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем теории вложения классов функций, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.	<i>Умеет</i> применять характеристическое свойство элемента наилучшего приближения, структурные свойства функций, прямые и обратные теоремы теории приближения в экстремальных задачах.	Устный опрос
	ПК-2.3. Владеет: классическими методами доказательства	<i>Владеет</i> методами теории приближения в различных метриках для решения экстремальных задач в	Устный опрос

	основных принципов анализа и важнейших теорем о свойствах функций из основных классов функций действительных переменных.	математике и в других областях научно-исследовательской деятельности.	
--	--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 1 зачетную единицу, 36 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по модулям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	лабор. занятия	практ. занятия	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Структура, аппроксимативные свойства и приложения сплайн-функций								
1. Понятие о сплайн-функциях.	6		2					Устный опрос
2. Полиномиальные сплайны.	6		4					Устный опрос
3. Рациональные сплайн-функции.	6		4					Устный опрос
4. Сплайн-решения дифференциальных уравнений	6		4					Устный опрос
5. Понятие о разностных схемах.	6		4					Устный опрос
6. Методы сплайн-решений дифференциальных уравнений.	6		4					Устный опрос
7. Формосохраняющие сплайн-интерполяции	6		4					Устный опрос
8. Выпуклая сплайн-интерполяция.	6		4					Устный опрос
9. Сглаживающие сплайны.	6		4				2	Устный опрос
<i>Всего по модулю 1</i>	6		34				2	
<i>Промежуточная аттестация</i>								
Зачет								зачет
<i>ИТОГО за семестр</i>	6		34				2	зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине
Модуль 1. Структура, аппроксимативные свойства и приложения сплайн-функций

Тема 1. Понятие о сплайн-функциях.

Сплайн-функции, фрагменты, гладкость. Интерполяционные сплайны. Глобальные и локальные сплайны. Построение линейных сплайнов.

Тема 2. Полиномиальные сплайны.

Методы построения локальных сплайнов.

Вопросы существования и построения глобальных полиномиальных сплайнов.

Матричный метод построения глобальных сплайнов.

Вопросы существования глобальных полиномиальных сплайнов.

Оценки скорости сходимости сплайн-аппроксимаций.

Постановка задачи безусловной сходимости.

Тема 3. Рациональные сплайн-функции.

Вопросы существования рациональных интерполяционных сплайн-функций.

Оценки скорости сходимости в зависимости от гладкости приближаемой функции.

Тема 4. Сплайн-решения дифференциальных уравнений.

Некоторые методы решения начальной и краевых задач при помощи сплайнов.

Тема 5. Понятие о разностных схемах.

Численное дифференцирование. Разностная схема краевой (или начальной) задачи.

Понятие аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем.

Тема 6. Методы сплайн-решений дифференциальных уравнений.

Понятие о методе сплайн-коллокации.

Метод аппроксимации сплайнами точного решения дифференциальной задачи.

Вопросы сходимости сплайн-решений.

Тема 7. Формосохраняющие сплайн-интерполяции.

Геометрические характеристики точечных множеств.

Тема 8. Выпуклая сплайн-интерполяция.

Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами. Трудности ковыпуклой интерполяции классическими сплайнами. Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.

Тема 9. Сглаживающие сплайны.

Экстремальные свойства классических сплайнов. Понятие о сглаживающих сплайнах.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Элементы теории сплайнов* лежит лекционная система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы:

1. Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны. Л.: Изд-во ЛГУ, 1986. 120 с.

Задания для самостоятельной работы:

1. Построить кубический полином $P(x)$ такой, что в точках $0, 1/3, 2/3, 1$ он принимает соответственно значения $1, 0, 0, 0$. Эти значения можно взять также в качестве значений функции $f(x)$, равной $-3x + 1$ при $x \in [0, 1/3]$ и равной нулю при $x \in [1/3, 1]$.

Сравните значения производных интерполяционного полинома $P(x)$ и функции $f(x)$ в различных точках отрезка $[0,1]$.

2. Построить кубический сплайн $S(x)$ такой, что выполняются следующие условия:

1) на отрезке $[0,1]$ сплайн $S(x)$ имеет непрерывные производные до второго порядка включительно;

2) в точках $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$ значения сплайна $S(x)$ совпадают со значениями функции \sqrt{x} .

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
Модуль 1. Структура, аппроксимативные свойства и приложения сплайн-функций	
1. Понятие о сплайн-функциях.	Рефераты: 1. Интерполяционные полиномы Лагранжа. 2. Интерполяционные полиномы Эрмита.
2. Полиномиальные сплайны.	Реферат: Эрмитовы сплайны.
3. Рациональные сплайн-функции.	Реферат: Интерполяция рациональными функциями.
4. Сплайн-решения дифференциальных уравнений.	Реферат: Базисные сплайны.
5. Понятие о разностных схемах.	Решение задач и упражнений на оценку погрешности численного дифференцирования.
6. Метод сплайн-коллокации.	Реферат: Численное решение уравнения Рикатти.
7. Формосохраняющие сплайн-интерполяции	Реферат: Монотонная интерполяция полиномиальными сплайнами.
8. Выпуклая сплайн-интерполяция.	Реферат: Выпуклая интерполяция параболическими сплайнами.
9. Сглаживающие сплайны.	Реферат: Построение сглаживающих сплайнов.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы устного опроса

1. Сплайн-функции, фрагменты, гладкость.
2. Интерполяционные сплайны.
3. Глобальные и локальные сплайны.
4. Линейные, параболические и кубические сплайны.
5. Существование и единственность рациональных интерполяционных сплайн-функций.
6. Понятие численного дифференцирования.
7. Разностные аппроксимации производных различных порядков.
8. Понятие о методе сплайн-коллокации. Применение разных фрагментов.
9. Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами.
10. Экстремальные свойства классических сплайнов.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет) - 100 баллов.

Критерии оценки на зачетах

На *зачете* по учебной дисциплине в *устной* или *письменной* форме проверяется выполнение студентом практической части курса и усвоение учебного материала лекционных и практических занятий. Результаты на зачете оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

1) от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

При этом выставляется оценка «зачтено» или «незачтено», если набрал выше или, соответственно, ниже 50 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 319 с.
2. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука, 1976. 248 с.
3. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.

в) дополнительная литература:

1. Гребенников А. И. Метод сплайнов и решение некорректных задач теории приближений. М.: Изд-во МГУ, 1983. 208 с.
2. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения. М.: Наука, 1984. 352с.
3. Квасов Б.И. Методы изогометрической аппроксимации сплайнами. М.: Физматлит, 2006. 360 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине *Элементы теории слайнов* распределена по темам и по часам на лекции; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Элементы теории слайнов* рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «Система Гарант»;
- справочная правовая система «КонсультантПлюс».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Элементы теории слайнов*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.