

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Гармонический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) программы
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в ОПОП в форме факультатива

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины *Гармонический анализ* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки от 23.08. 2017 г. № 807.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н, профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Гармонический анализ* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений в форме факультативов образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины *Гармонический анализ* охватывает круг вопросов, связанных со свойствами тригонометрических систем функций, ряда Фурье и преобразования Фурье, коэффициентов и сумм Фурье, вопросами сходимости рядов Фурье.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
общепрофессиональных – ОПК-1,
профессиональных - ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *устного опроса* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 1 зачетная единица, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия на очном отделении							СРС	Форма промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					Консультации		
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			
6	36	34	34	-	-	-	-	2	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Гармонический анализ* являются:

- приобретение знаний и умений по исследованию свойств рядов и преобразования Фурье;
- владение методами теории рядов Фурье для возможности применения в дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Гармонический анализ* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений в форме факультативов образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Знания по этой дисциплине студентам необходимы для более глубокого овладения методами современного математического анализа, а также при прохождении курсов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов, методов оптимизации и др.

Изучение дисциплины *Гармонический анализ* предполагает знание основ математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений.

**3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины
(перечень планируемых результатов обучения)**

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура проверки освоения
<p>ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием различных методов из области математических и физических наук. <i>Владеет:</i> базовыми методами современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос</p>
	<p>ОПК-1.2.Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения методов современной математики при решении</p>	<p>Устный опрос</p>

		конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Знает:</i> различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современной математики.	Устный опрос
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученных в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Знает:</i> основы теории рядов Фурье и приложения рядов Фурье в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы рядов Фурье для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами теории рядов Фурье; навыками программирования на современных языках.	Устный опрос
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> области применения рядов Фурье; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> находить решения дифференциальных уравнений с помощью рядов Фурье; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> навыками приложения численных методов с применением рядов Фурье к решению естественнонаучных задач.	Устный опрос

	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в прикладной математике и информатике.	<i>Знает:</i> методы разложения функций в ряды Фурье; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы рядов Фурье в численном анализе с использованием современных информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов рядов Фурье.	Устный опрос
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий	ПК-2.1. Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем из теории вложения классов функций действительных переменных.	<i>Знает</i> свойства общих ортогональных систем функций и классических ортогональных многочленов; определения ортогонального ряда, частичных сумм, ряда Фурье; основные свойства коэффициентов Фурье .	Устный опрос
	ПК-2.2. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем теории вложения классов функций, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.	<i>Умеет</i> применять признаки различных видов сходимости тригонометрических рядов, а также других ортогональных рядов.	Устный опрос
	ПК-2.3. Владеет: классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем о свойствах функций из основных классов функций действительных переменных.	<i>Владеет</i> методами теории рядов Фурье и элементарными методами теории общих ортогональных рядов для применения в математике и в области других естественнонаучных дисциплин.	Устный опрос

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 1 зачетную единицу, 36 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по модулям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	лабор. занятия	практ. занятия	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Тригонометрические ряды Фурье								
1. Тригонометрическая система функций.	6		2					Устный опрос
2. Тригонометрические ряды Фурье.	6		4					Устный опрос
3. Свойства коэффициентов Фурье.	6		4					Устный опрос
4. Интеграл Дирихле.	6		4					Устный опрос
5. Признак Дини сходимости ряда Фурье.	6		4					Устный опрос
6. Средние Фейера.	6		4					Устный опрос
7. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье.	6		4					Устный опрос
8. Пространство интегрируемых с квадратом функций.	6		4					Устный опрос
9. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	6		4				2	Устный опрос
<i>Всего по модулю 1</i>	6		34				2	
<i>Промежуточная аттестация</i>								
Зачет								зачет
ИТОГО за семестр	6		34				2	зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Структура, аппроксимативные свойства и приложения сплайн-функций

Тема 1. Тригонометрическая система функций.

Основные свойства тригонометрической системы.

Тема 2. Тригонометрические ряды Фурье.

Ряд Фурье абсолютно интегрируемой на периоде функции.

Основные понятия.

Тема 3. Свойства коэффициентов Фурье.

Лемма Римана. Стремление коэффициентов к нулю.

Некоторые оценки коэффициентов.

Тема 4. Интеграл Дирихле.

Свойства ядра Дирихле. Принцип локализации Римана.

Тема 5. Признак Дини сходимости ряда Фурье.

Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини и его следствия.

Тема 6. Средние Фейера.

Восстановление непрерывной функции по коэффициентам Фурье.
 Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций полиномами.
 Тема 7. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье.
 Функции конечной вариации. Свойства коэффициентов Фурье.
 Признак Дирихле и его следствия.
 Тема 8. Пространство интегрируемых с квадратом функций.
 Понятие интегральной метрики.
 Ряды Фурье интегрируемых с квадратом функций.
 Свойства коэффициентов и частичных сумм Фурье.
 Тема 9. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
 Представление функций в виде интеграла Фурье.
 Преобразование Фурье. Некоторые свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Теория сплайнов и их приложения* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы:

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2.

Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.

Гармонический анализ - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев.

- 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> (2022).

Задания для самостоятельной работы:

1. Ортогональные системы функций. Общие свойства.
2. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.
3. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
Модуль 1. Структура, аппроксимативные свойства и приложения сплайн-функций	
1. Тригонометрическая система функций.	Реферат: Основные свойства тригонометрической

	системы.
2. Тригонометрические ряды Фурье.	Решение задач и упражнений.
3. Свойства коэффициентов Фурье.	Реферат: Интерполяция рациональными функциями.
4. Интеграл Дирихле.	Реферат: Принцип локализации Римана.
5. Признак Дини сходимости ряда Фурье.	Решение задач и упражнений.
6. Средние Фейера.	Реферат: Оценка скорости сходимости средних Фейера.
7. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье.	Решение задач и упражнений.
8. Пространство интегрируемых с квадратом функций.	Реферат: Соотношения между различными видами сходимости.
9. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы устного опроса

1. Ортогонализация систем функций.
2. Тригонометрическая система функций.
3. Тригонометрические ряды Фурье.
4. Разложение функций в ряды Фурье.
5. Интеграл Дирихле.
6. Признаки Дини и Дирихле сходимости рядов Фурье.
7. Другие достаточные условия сходимости рядов Фурье.
8. Суммы Фейера и их свойства.
9. Интеграл Фурье.
10. Преобразование Фурье.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет) - 100 баллов.

Критерии оценки на зачетах

На *зачете* по учебной дисциплине в *устной* или *письменной* форме проверяется выполнение студентом практической части курса и усвоение учебного материала лекционных и практических занятий. Результаты на зачете оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

1) от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и

логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, если у студента *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

При этом выставляется оценка «зачтено» или «незачтено», если набрал выше или, соответственно, ниже 50 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (2022).

2. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>(2022).

в) дополнительная литература:

1. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> (2022).

2. [Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены](#) - Москва: Наука, 1979

Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены / П.К. Суетин. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Наука, 1979. - 415 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157> (2022).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(2022).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине *Гармонический анализ* распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Гармонический анализ* рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «*Система Гарант*»;
- справочная правовая система «*КонсультантПлюс*».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Гармонический анализ*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.