МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная и компьютерная алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала - 2021

Рабочая программа дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

02.03.01 - Математика и компьютерные науки
Приказ № 807 Минобрнауки России от 23.08.2017 г.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «24» 09 2021 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой ________________ Сиражудинов М.М.

и
на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «29» сентября 2021 г., протокол № 1.

Председатель ________________ Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «29» 09 2021 г.

Начальник УМУ ________________ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Фундаментальная и компьютерная алгебра» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01-Математика и компьютерные науки.
Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, общепрофессиональных – ОПК-1, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме трех экзаменов.

Объем дисциплины 15 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 540 ч.

Объем дисциплины в очной форме

<table>
<tr><th rowspan="5">Семестр</th><th colspan="8">Учебные занятия</th><th rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)</th></tr>
<tr><th colspan="8">в том числе</th></tr>
<tr><th rowspan="3">Всего</th><th colspan="5">Контактная работа обучающихся с преподавателем</th><th rowspan="3">КСР</th><th rowspan="3">СРС, в том числе экз.</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Всего</th><th colspan="4">из них</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабораторные занятия</th><th>Практические занятия</th><th>консультации</th></tr>
<tr><td>1</td><td>180</td><td>68</td><td>34</td><td>0</td><td>34</td><td>-</td><td>-</td><td>76+36</td><td>экзамен</td></tr>
<tr><td>2</td><td>180</td><td>60</td><td>30</td><td>0</td><td>30</td><td>-</td><td>-</td><td>84+36</td><td>экзамен</td></tr>
<tr><td>3</td><td>180</td><td>56</td><td>28</td><td>0</td><td>28</td><td>-</td><td>-</td><td>88+36</td><td>экзамен</td></tr>
<tr><td>итого</td><td>540</td><td>184</td><td>92</td><td>0</td><td>92</td><td>-</td><td>-</td><td>248+108</td><td>экзамен-3</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» является:
– получение базовых знаний по алгебре и копьютерной алгебре: комплексные числа и многочлены, матричная алгебра и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства, линейные операторы и функционалы, канонический вид линейных операторов (жорданова форма, симметрические, ортогональные и унитарные операторы), билинейные формы, метрические линейные пространства, группы преобразований и классификация движений, основы тензорной алгебры, основные структуры современной алгебры;
– привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических и геометрических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Фундаментальная и компьютерная алгебра» входит в обязательную часть ОПОП, по направлению 02.03.01 - Математика и компьютерные науки.

Алгебра является одними из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с аналитической геометрией, математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций**	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура освоения**
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	*Знает:* структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. *Умеет:* анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. *Владеет:* навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	*Знает:* принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. *Умеет:* системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. *Владеет:* навыками систематизации разнородных явлений путем	

		математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	*Знает:* современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. *Умеет:* применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. *Владеет:* навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	*Знает:* теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. *Умеет:* решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. *Владеет:* базовыми методами современного	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

		математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.	
	ОПК-1.2.Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	*Знает:* способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. *Умеет:* применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. *Владеет:* навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	*Знает:* различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. *Умеет:* корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. *Владеет:* навыками выбора методов решения задач современного математического	

		анализа.	
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	*Знает*: основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. *Умеет:* применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. *Владеет*: базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	*Знает*: области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования. *Умеет*: решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности	

		аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. *Владеет*: методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	*Знает:* методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. *Умеет*: применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. *Владеет*: навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений.	

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 15 зачетных единиц, 540 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	СРС	КСР	
1	**Модуль 1. Комплексные числа.**								
2	**Тема 1.** Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	1	1-2	18	4	4	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
3	**Тема 2.** Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	1	3-4	18	4	4	10		
4	**Итого по модулю 1:**	**1**	**1-4**	**36**	**8**	**8**	**20**		Коллоквиум
5	**Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени.**								
6	**Тема 3.** Решение уравнений 3, 4-й степени.	1	5-6		4	4	28		Устный опрос, письменная контрольная работа
7	**Итого по модулю 2:**	**1**	**5-6**		**4**	**4**	**28**		Коллоквиум
8	**Модуль 3. Матрицы и определители.**								
9	**Тема 4.** Матрицы и действия с ними.	1	7	6	2	2	2		Устный опрос, письменная контрольная работа
10	**Тема 5.** Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.	1	8-10	20	6	6	8		
11	**Тема 6.** Обратная матрица. Ранг матрицы.	1	11-12	10	4	4	2		
12	**Итого по модулю 3:**	**1**	**7-12**	**36**	**12**	**12**	**12**		Коллоквиум
13	**Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений.**								
14	**Тема 7.** Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	1	13-14	14	4	4	6		Устный опрос, письменная контрольная работа
15	**Тема 8.** Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических		15-17	22	6	6	10		

	уравнений.							
16	**Итого по модулю 4:**	**1**	**13-17**	**36**	**10**	**10**	**16**		Коллоквиум
17	**Модуль 5. Подготовка к экзамену.**								
18	Подготовка к экзамену	1	18	36			36		Экзамен
19	**Итого по модулю 5:**	**1**	**18**	**36**			**36**		**Экзамен**
20	**Итого за 1 семестр:**	**1**	**1-18**	**180**	**34**	**34**	**112**		**Экзамен**
21	**Модуль 6. Многочлены.**								
22	**Тема 9.** Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	2	1-2	16	4	4	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
23	**Тема 10.** Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	2	3-4	20	4	4	12		
24	**Итого по модулю 6:**	**2**	**1-4**	**36**	**8**	**8**	**20**		Коллоквиум
25	**Модуль 7. Квадратичные формы.**								
26	**Тема 11.** Линейные преобразования.	2	5	6	2	2	2		Устный опрос, письменная контрольная работа
27	**Тема 12.** Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	2	6-8	18	6	6	6		
28	**Тема 13. З**накоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	2	9-10	12	4	4	4		
29	**Итого по модулю 7:**	**2**	**5-10**	**36**	**12**	**12**	**12**		Коллоквиум
30	**Модуль 8. Линейное пространство.**								
31	**Тема 14.** Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	2	11-12	36	4	4	26		Устный опрос, письменная контрольная работа
32	**Итого по модулю 8:**	**2**	**11-12**	**36**	**4**	**4**	**26**		Коллоквиум
33	**Модуль 9. Линейные преобразования пространства *Vn*.**								
34	**Тема 15.** Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь	2	13-14	18	4	4	10		Устный опрос, письменная контрольная

	между матрицами линейного преобразования в разных базисах.								работа
35	**Тема 16.** Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	2	15	18	2	2	14		
36	**Итого по модулю 9:**	**2**	**13-15**	**36**	**6**	**6**	**24**		Коллоквиум
37	**Модуль 10. Подготовка к экзамену.**								
38	Подготовка к экзамену	2	16	36			36		Экзамен
39	**Итого по модулю 10:**	**2**	**16**	**36**			**36**		**Экзамен**
40	**Итого за 2 семестр:**	**2**	**1-16**	**180**	**30**	30	**120**		**Экзамен**
41	**Модуль 11. Евклидово пространство.**								
42	**Тема 17.** Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	3	1	12	2	2	8		
43	**Тема 18.** Матрица Грамма и ее свойства.	3	2	8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
44	**Тема 19.** Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.	3	3-4	16	4	4	8		
45	**Итого по модулю 11:**	**3**	**1-4**	**36**	**8**	**8**	**20**		Коллоквиум
46	**Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы.**								
47	**Тема 20.** Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	3	5	18	2	2	14		Устный опрос, письменная контрольная работа
48	**Тема 21.** Псевдообратные матрицы. Свойства.	3	6	18	2	2	14		
49	**Итого по модулю 12:**	**3**	**5-6**	**36**	**4**	**4**	**28**		Коллоквиум
50	**Модуль 13. Линейные операторы.**								
51	**Тема 22.** Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	3	7-8	18	4	4	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
52	**Тема 23.** Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	3	9-10	18	4	4	10		
53	**Итого по модулю 13:**	**3**	**7-10**	**36**	**8**	**8**	**20**		Коллоквиум

54	**Модуль 14. Группа, кольцо, поле.**								
55	**Тема 24.** Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	3	11-12	18	4	4	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
56	**Тема 25.** Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	3	13-14	18	4	4	10		
57	**Итого по модулю 14:**	**3**	**11-14**	**36**	**8**	**8**	**20**		Коллоквиум
58	**Модуль 15. Подготовка к экзамену.**								
59	Подготовка к экзамену	3	15	36			36		Экзамен
60	**Итого по модулю 15:**	**3**	**15**	36			36		**Экзамен**
61	**Итого за 3 семестр:**	**3**	**1-15**	**180**	**28**	**28**	**124**		**Экзамен**
62	**Итого:**	**1-3**		**540**	**92**	**92**	**356**		

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел

Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари.

Модуль 3. Матрицы и определители

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Понятие матрицы. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц.

Тема 5. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.

Понятие определителя n-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Свойства определителей. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка. Миноры матрицы двух видов. Определители специального вида: определитель треугольной матрицы, определитель блочной матрицы, определитель Вандермонда, определители суммы и произведения матриц.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Миноры матрицы. Базисный минор матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Системы n-линейных уравнений с n-неизвестными. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Модуль 5. Подготовка к экзамену

2 семестр

Модуль 6. Многочлены

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД

Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема о делении многочленов с остатком.

Делители. Свойства делителей. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Теорема о представлении НОД.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни

Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x–c$. Кратные корни многочлена. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета вычисления корней многочлена.

Модуль 7. Квадратичные формы

Тема 11. Линейные преобразования

Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Критерий эквивалентности квадратичный форм.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Модуль 8. Линейное пространство

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.

Модуль 9. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 15. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Модуль 10. Подготовка к экзамену

3 семестр

Модуль 11. Евклидово пространство

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.

Тема 18. Матрица Грамма и ее свойства

Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.

Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений

Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы

Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.

Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц.

Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства.

Скелетное разложении матрицы. Существование и единственность псевдообратной матрицы. Свойства псевдообратных матриц.

Модуль 13. Линейные операторы

Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора

Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Матрица линейного оператора в данном базисе.

Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора

Понятие инвариантных подпространств. Примеры инвариантных подпространств. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Модуль 14. Группа, кольцо, поле

Тема 24. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы

Декартово произведение множеств. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы и общепринятые обозначения группы. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии. Перестановки и мультипликативная группа подстановок. Аддитивная группа вычетов. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях. Определение изоморфизма групп.

Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей

Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.

Модуль 15. Подготовка к экзамену

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Занятие 1. Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Решение заданий.

Занятие 2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа. Решение заданий.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Занятие 3. Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Решение заданий.
Занятие 4. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел. Решение заданий.

Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Занятие 5. Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение заданий.
Занятие 6. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари. Решение заданий.

Модуль 3. Матрицы и определители

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Занятие 7. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Решение заданий.

Тема 5. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида

Занятие 8. Понятие определителя n-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Решение заданий.
Занятие 9. Свойства определителей n-го порядка. Вычисление определителей n-го порядка используя свойства. Решение заданий.
Занятие 10. Вычисления определителя n-го порядка используя теорему Лапласа. Определители специального вида: определитель треугольной матрицы, определитель блочной матрицы, определитель Вандермонда, определители суммы и произведения матриц. Решение заданий.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Занятие 11. Обратная матрицы. Примеры вычисления обратной матрицы. Решение заданий.
Занятие 12. Вычисление ранг матрицы. Миноры матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Решение заданий.

Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Занятие 13. Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений.
Занятие 14. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Занятие 15. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Занятие 16. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Занятие 17. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Модуль 5. Подготовка к экзамену

2 семестр

Модуль 6. Многочлены

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД

Занятие 1. Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Решение заданий.

Занятие 2. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Решение заданий.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни

Занятие 3. Корни многочлена. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x–c$. Решение заданий.

Занятие 4. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета вычисления корней многочлена. Решение заданий.

Модуль 7. Квадратичные формы

Тема 11. Линейные преобразования

Занятие 5. Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований. Решение заданий.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Занятие 6. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Вычисление ранга квадратичной формы. Решение заданий.

Занятие 7. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи невырожденного линейного преобразования. Решение заданий.

Занятие 8. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Решение заданий.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Занятие 9. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Решение заданий.

Занятие 10. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби. Решение заданий.

Модуль 8. Линейное пространство

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Занятие 11. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Решение заданий.

Занятие 12. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Решение заданий.

Модуль 9. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 15. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Занятие 13. Связь между базисами. Преобразование координат вектора. Решение заданий.

Занятие 14. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах. Решение заданий.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Занятие 15. Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Решение заданий.

Модуль 10. Подготовка к экзамену

3 семестр

Модуль 11. Евклидово пространство

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Занятие 1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Решение заданий.

Тема 18. Матрица Грамма и ее свойства

Занятие 2. Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама. Решение заданий.

Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений

Занятие 3. Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Решение заданий.

Занятие 4. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений. Решение заданий.

Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы

Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства

Занятие 5. Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц. Решение заданий.

Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства

Занятие 6. Скелетное разложении матрицы. Вычисление псевдообратной матрицы. Решение заданий.

Модуль 13. Линейные операторы

Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора

Занятие 7. Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Решение заданий.

Занятие 8. Нахождение матрицы линейного оператора в данном базисе. Решение заданий.

Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора

Занятие 9. Инвариантные подпространства. Примеры инвариантных подпространств. Решение заданий.

Занятие 10. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Решение заданий.

Модуль 14. Группа, кольцо, поле

Тема 24. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы

Занятие 11. Алгебраические операции (закон композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Решение заданий.

Занятие 12. Группы. Свойства групп. Абелевы группы. Примеры групп. Решение заданий.

Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей

Занятие 13. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Примеры колец. Решение заданий.
Занятие 14. Определение поля, свойства поля. Примеры полей. Решение заданий.

Модуль 15. Подготовка к экзамену

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	10
Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	10
Решение уравнений 3, 4-й степени.	28
Матрицы и действия с ними.	2
Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.	8
Обратная матрица. Ранг матрицы.	2
Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	6
Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	10
Подготовка к экзамену	36
Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	8
Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	12
Линейные преобразования.	2
Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	6
Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	4
Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	26

Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	10
Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	14
Подготовка к экзамену	36
Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	8
Матрица Грамма и ее свойства.	4
Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.	8
Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	14
Псевдообратные матрицы. Свойства.	14
Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	10
Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	10
. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	10
Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	10
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	356

6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

6.3. Порядок контроля:

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;
«хорошо» - владение разделами «Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами», «Методы решения СЛАУ» умение решать задачи по этим темам;
«удовлетворительно» - знания по разделам «Комплексные числа. Действия над комплексными числами», «Матрицы и действия над ними» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

Самостоятельная работа 1

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.
2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)\,z_1-(6-i)\,z_2=-19+23i\\(5+2i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=8+4i\end{cases}$.
3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.
4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.
5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

Самостоятельная работа 2

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$.
2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-2&1&1\\2&-3&4&1&2\\0&2&0&3&-1\\4&-1&3&-2&4\\0&2&0&0&2\end{vmatrix}$.
3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.
4. Вычислить ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&3&-2\\-1&3&1&2&2\\3&0&-3&-1&-6\\0&-4&0&4&0\\5&1&-5&2&-10\end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 3

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4-x_5=2, \\ 3x_1+x_2+2x_3+3x_4+x_5=6, \\ -2x_1-x_2+x_3-x_4-2x_5=-2, \\ 2x_1+2x_2+2x_3+4x_4-2x_5=6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+x_4=4, \\ 4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6, \\ 8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12, \\ 3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0, \\ x_1-x_2+4x_3=15, \\ 2x_1-x_2-x_3=1. \end{cases}$$

Самостоятельная работа 4

1. Разделить $f(x)=x^6+4x^5+2x^4+x^3+5x-1$ на $g(x)=x^4-x^3+2x^2-x+3$
2. Найти НОД $f(x)=2x^4+x^3+2x^2+x$ и $g(x)=x^4-3x^3+x^2-3x$
3. По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x)=x^6-4x^5+3x^3-2x^2-4x+3$
4. Разложить по степеням $x+2$ $f(x)=x^5-3x^4+2x^3-4x^2+2x-1$
5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i.

Самостоятельная работа 5

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1=2y_1+y_2 \\ x_2=y_1 \qquad -y_3 \\ x_3=y_1+2y_2+3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2+2x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2+5x_2^2+\lambda x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3$.

Самостоятельная работа 6

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1 = (-4;-2;3), a_2 = (-2;3;-4), a_3 = (3;3;-5)$.

3.Образует ли базис система векторов $x_1 = (-1;-2;0), x_2 = (2;-3;4), x_3 = (1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3;4;5)$

4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

Самостоятельная работа 7

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1 = (3;0;-3), a_2 = (-1;3;-4), a_3 = (-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1;2;0), y_2 = (-1;-3;-1), y_3 = (1;0;0)$.

3.Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1 = (-1;-2;0;-2), x_2 = (2;-3;4;0)$.

4. Написать матрицу Грамма.

Самостоятельная работа 8

1. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Разложить матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ в скелетное разложение.

3. Найти псевдообратную матрицу A^+ для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить псевдообратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 9

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \quad\; y_2 + y_3 \\ x_3 = \qquad 2y_3 \end{cases}$.

2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.

3. Записать характеристический определитель для матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы
$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 10

1. Поверить образует ли закон композиции операция умножения чисел на множестве действительных чисел
2. Образует ли группу $(Q,\cdot)$, где Q – множество рациональных чисел.
3. Образует ли кольцо $(Z,+,\cdot\,)$, где Z – множество целых чисел.
4. Образует ли кольцо с единицей $(M_n,+,\cdot\,)$, где M_n – множество квадратных матриц. Является ли оно коммутативным кольцом.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Темы рефератов:

Мнимая единица *i* и ее свойства.
Матрицы – что это такое.
Лаплас – великий французский математик.
Гаусс – король математики.
Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.
Билинейные формы
Великий математик Коши

7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля

Варианты контрольных работ

1 вариант

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)\,z_1-(6-i)\,z_2=-19+23i\\(5+2i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через sin$x$ и cos$x$: sin$6x$.

2 вариант

1. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4 вариант

1. Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$

2. Найти НОД $f(x)=2x^4+x^3+2x^2+x$ и $g(x)=x^4-3x^3+x^2-3x$
3. По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x)=x^6-4x^5+3x^3-2x^2-4x+3$
4. Разложить по степеням $x+2$ $f(x)=x^5-3x^4+2x^3-4x^2+2x-1$
5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i.

5 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 \qquad - \; y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2+2x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2+5x_2^2+\lambda x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3$.

6 вариант

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1=(-4;-2;3), a_2=(-2;3;-4), a_3=(3;3;-5)$.
3. Образует ли базис система векторов $x_1=(-1;-2;0), x_2=(2;-3;4), x_3=(1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1=(3;4;5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

7 вариант

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1=(3;0;-3), a_2=(-1;3;-4), a_3=(-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1=(1;2;0), y_2=(-1;-3;-1), y_3=(1;0;0)$.
3. Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1=(-1;-2;0;-2), x_2=(2;-3;4;0)$.
4. Написать матрицу Грамма.

8 вариант

1. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Разложить матрицу $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ в скелетное разложение.

3. Найти псевдообратную матрицу A^{+} для матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить псевдообратную матрицу $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

9 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \quad\ y_2 + y_3 \\ x_3 = \qquad\ 2y_3 \end{cases}$.

2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.

3. Записать характеристический определитель для матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы
$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

10 вариант

1. Поверить образует ли закон композиции операция умножения чисел на множестве действительных чисел

2. Образует ли группу $(Q,\cdot)$, где Q – множество рациональных чисел.

3. Образует ли кольцо $(Z,+,\cdot)$, где Z – множество целых чисел.

4. Образует ли кольцо с единицей $(M_n,+,\cdot)$, где M_n – множество квадратных матриц. Является ли оно коммутативным кольцом.

7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.

4. Возведение в степень и извлечение корня n-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя n-го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка.
5. Свойства определителей n-го порядка.
6. Определители специального вида.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Многочлены»

1. Многочлены и действия над ними.
2. Деление многочленов с остатком.
3. Делители и их свойства.
4. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
5. Взаимно простые многочлены.
6. Корни многочленов.
7. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Кратные корни многочленов.
9. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
10. Формулы Виета.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Квадратичные формы»

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.

4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейное пространство»

1. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
2. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Линейные преобразования пространства Vn.
7. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
8. Подпространство линейного пространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Евклидово пространство»

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Ортогональные и унитарные матрицы»

1. Ортогональные матрицы.
2. Свойства ортогональных матриц.
3. Унитарные матрицы.
4. Свойства унитарных матриц.
5. Скелетное разложении матрицы.
6. Существование и единственность псевдообратной матрицы.
7. Свойства псевдообратных матриц.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейные операторы»

1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
2. Произведение линейных операторов.
3. Обратный оператор.
4. Матрица линейного оператора в данном базисе.
5. Понятие инвариантных подпространств.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
7. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Группа, кольцо, поле»

1. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
2. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
3. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
4. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
5. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
6. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
7. Аддитивная группа вычетов.
8. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
9. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях.
10. Определение изоморфизма групп.
11. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
12. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
13. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.

Тесты

Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	Вычислить $\frac{(1+i)^2-(4+i)\cdot(2+3i)}{(1-i)\cdot(2+i)}$; 1) 3-1.7$i$ 2) 0.5+0.75i 3) i 4) 1-i 5) -0.3-4.1i
-2)	Вычислить $\frac{(3+i)-(4-2i)\cdot(1-3i)}{1+i}$; 1) $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$ 2) $\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 3) $-\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 4) $\frac{7}{2}+\frac{9}{2}i$ 5) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
-1)	Вычислить $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)^{100}$; 1) $-\frac{1}{2^{50}}$ 2) $\frac{1}{2^{40}}$ 3) $2^{100}i$ 4) $\frac{1}{2^{25}}i$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
-3)	Вычислить $(-2+2i)^{80}$; 1) 2^{45} 2) 3^{80} 3) 8^{40} 4) $4^{10}i$ 5) -2^{40}
-5)	Вычислить $\sqrt[3]{1}$; 1) 1 2) i 3) $\{\pm 1;\pm i\}$ 4) $\{-1;\pm i\}$ 5) $\left\{1;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-4)	Вычислить $\sqrt[4]{-81}$; 1) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i;-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\{3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i;-3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i\}$ 3) $\{1;\pm i;-1;\pm i\}$ 4) $\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i;-\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 5) $\left\{\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-2)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}$; 1) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-5)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\pi+i\sin\pi$; 1) i 2) $-i$ 3) $1+i$ 4) 1 5) -1
-5)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $3+3i$; 1) $r=2\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{6}$ 2) $r=3,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 3) $r=1,\varphi=0$ 4) $r=5,\varphi=\frac{\pi}{4}$ 5) $r=3\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{4}$
-1)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$; 1) $r=1,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 2) $r=2,\varphi=\frac{5\pi}{6}$ 3) $r=1,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 4) $r=2,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 5) $r=1,\varphi=\frac{11\pi}{6}$
-2)	Представить в тригонометрическом виде $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 1) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $1\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ 3) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

	4) $-2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$
-5)	Представить в тригонометрическом виде $-1+i$; 1) $1(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 3) $-2(\cos 0-\sin 0)$ 4) $5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 5) $1\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
-3)	Вычислить $\frac{\cos 110^0+i\sin 110^0}{\cos 20^0+i\sin 20^0}$; 1) 1 2) $1+i$ 3) i 4) $-i$ 5) $1+2i$
-4)	Вычислить $\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}$; 1) 1 2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-2)	Вычислить i^{123}; 1) 1 2) $-i$ 3) -1 4) $1+i$ 5) i
-5)	Вычислить i^{-386}; 1) $\frac{1}{2}i$ 2) i 3) 1 4) $-i$ 5) -1
-2)	Решить квадратное уравнение $x^2-(2+i)x+(-1+7i)=0$; 1) $\{1+i, 1-i\}$ 2) $\{3-i, -1+2i\}$ 3) $\{1+2i, 3+i\}$ 4) $\{-1+2i, 3-2i\}$ 5) $\{2-i, 3+2i\}$
-1)	Решить квадратное уравнение $x^2-(3-2i)x+(5-5i)=0$; 1) $\{2+i, 1-3i\}$ 2) $\{4+i, 1-i\}$ 3) $\{2+i, 1-4i\}$ 4) $\{2-i, 1+3i\}$ 5) $\{1+i, 4i\}$
-3)	Решить кубическое уравнение $x^3-6x+9=0$; 1) $\left\{-2, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 2) $\{-5, -3, 1\}$ 3) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{1, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\right\}$ 5) $\left\{3, \frac{1}{3}\pm\frac{1}{4}i\right\}$
-2)	Решить кубическое уравнение $x^3+12x+63=0$; 1) $\{-1, \pm 3\}$ 2) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$ 3) $\{2, 5\pm 3i\}$ 4) $\{3, 1\pm i\}$ 5) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$

Тест 2. Матрицы и определители

-4)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&1&4\\0&5&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0&3\\1&2&-2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2&0&4\\1&1&-1\end{pmatrix}$. Вычислить A+2B-3C; 1) $\begin{pmatrix}2&1&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}3&7\\-2&0\\5&-1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}-6&1&-2\\-1&12&-1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&-1&-2\\-1&12&1\end{pmatrix}$
-1)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&7\\-1&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&-2\\1&4\end{pmatrix}$. Вычислить 2A-B+3C;

	1) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 8 & 22 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
-5)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 14 \\ -3 & 19 \\ -19 & 17 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -6 & 14 & -2 \\ 10 & -19 & 17 \end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
-5)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix}$; 1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1
-1)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix} \frac{3}{22} & -\frac{1}{22} & \frac{14}{22} \\ \frac{3}{22} & \frac{9}{22} & -\frac{8}{22} \\ -\frac{1}{22} & -\frac{3}{22} & \frac{10}{22} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{20}{11} & \frac{8}{11} & \frac{7}{11} \\ \frac{13}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{8}{11} & \frac{1}{11} & \frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} \frac{3}{19} & -\frac{1}{19} & \frac{14}{19} \\ \frac{3}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{8}{19} \\ -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1};

	1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0
-4)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4
-5)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить A^2; 1) $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 7 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 9 \\ 0 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Вычислить $(A \times B)^T$; 1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & 5 & 0 \\ -7 & -5 & 0 \\ 14 & 10 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & -7 & 14 \\ 5 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$; 1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$; 1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7

-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; 1) 35 2) 3 3) -4 4) 18 5) 30
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 & -3 \\ 6 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$; 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{vmatrix}$; 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 81 \end{vmatrix}$; 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40
-3)	Вычислить $\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) x_1y_1 3) 0 4) $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ 5) x_3y_3
-2)	Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12

Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0.$ 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1.$ 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1.$ 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1.$
-4)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$

	1) $x_1=3, x_2=-1, x_3=4$. 2) $x_1=\frac{3}{2}, x_2=-\frac{7}{2}, x_3=\frac{5}{2}$. 3) $x_1=\frac{1}{2}, x_2=-\frac{1}{2}, x_3=0$. 4) $x_1=\frac{1}{2}, x_2=-\frac{15}{2}, x_3=7$. 5) $x_1=-\frac{1}{2}, x_2=\frac{15}{2}, x_3=\frac{7}{2}$.
-2)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0, \\ x_1-x_2+4x_3=15, \\ 2x_1-x_2-x_3=1. \end{cases}$ 1) $x_1=1, x_2=-2, x_3=3$. 2) $x_1=1, x_2=-2, x_3=3$. 3) $x_1=\frac{1}{2}, x_2=\frac{1}{6}, x_3=-\frac{5}{3}$. 4) $x_1=1, x_2=1, x_3=0$. 5) $x_1=3, x_2=-4, x_3=1$.
-5)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3=2, \\ 4x_1+x_2+2x_3=7, \\ x_1-2x_2+3x_3=-3. \end{cases}$ 1) $x_1=2, x_2=-3, x_3=1$. 2) $x_1=1, x_2=1, x_3=-1$. 3) $x_1=5, x_2=2, x_3=-1$. 4) $x_1=-1, x_2=3, x_3=5$. 5) $x_1=2, x_2=1, x_3=-1$.
-3)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ -2x_1+x_2+3x_3-2x_4=2, \\ -x_1+3x_2+2x_3-x_4=\lambda. \end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-1$ 3) $\lambda=3$ 4) $\lambda=0$ 5) $\lambda=-2$
-1)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+5x_4=7, \\ x_1-x_2+2x_3+4x_4=4, \\ x_1+2x_2-x_3+\lambda x_4=3. \end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-5$ 3) $\lambda=0$ 4) $\lambda=5$ 5) $\lambda=-3$
-1)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} 5x_1+3x_2+2x_3+5x_4=17, \\ 5x_1+4x_2+2x_3+6x_4=19, \\ 4x_1+3x_2+3x_3+6x_4=19. \end{cases}$ 1) $x_1=1, x_2=2-x_4, x_3=3-x_4$. 2) $x_1=3x_4, x_2=3-x_4, x_3=2+x_4$. 3) $x_1=1+x_4, x_2=2+2x_4, x_3=1-x_4$. 4) $x_1=-1, x_2=1-x_4, x_3=2-x_4$. 5) $x_1=3, x_2=x_4, x_3=-3+2x_4$.
-2)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ 3x_1+x_2+2x_3+3x_4=6, \\ -2x_1-x_2+x_3-x_4=-2. \end{cases}$ 1) $x_1=2-x_4, x_2=1-x_4, x_3=x_4$. 2) $x_1=1-\frac{1}{5}x_4, x_2=1-\frac{6}{5}x_4, x_3=1-\frac{3}{5}x_4$. 3) $x_1=1+\frac{1}{3}x_4, x_2=1+\frac{1}{4}x_4, x_3=2-\frac{1}{3}x_4$. 4) $x_1=x_4, x_2=3+2x_4, x_3=-x_4$. 5) $x_1=2x_4, x_2=1-x_4, x_3=3-2x_4$.
-5)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4=6, \\ 4x_1+3x_2+2x_3+5x_4=16, \\ 2x_1+3x_2+x_3+4x_4=11. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=4, x_3=-1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=0$.

	3) $x_1=2, x_2=5, x_3=-3, x_4=0.$ 4) $x_1=3, x_2=1, x_3=-1, x_4=0.$ 5) $x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=0.$
-3)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=5, \\ -x_1+2x_2+2x_3+x_4=5, \\ 3x_1-x_2+x_3+2x_4=2. \end{cases}$ 1) $x_1=5, x_2=3, x_3=1, x_4=0.$ 2) $x_1=1, x_2=1, x_3=2, x_4=0.$ 3) $x_1=1, x_2=2, x_3=1, x_4=0.$ 4) $x_1=-1, x_2=2, x_3=1, x_4=0.$ 5) $x_1=2, x_2=2, x_3=2, x_4=0.$
-1)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+x_4=4, \\ 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=7, \\ x_1-x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$ 1) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=2.$ 2) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=4.$ 3) $x_1=-1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2.$ 4) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2.$ 5) $x_1=3, x_2=3, x_3=1, x_4=2.$
-4)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ -2x_1+x_2+2x_3-x_4=3, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=4. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=1, x_3=2, x_4=3.$ 2) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3.$ 3) $x_1=-1, x_2=2, x_3=2, x_4=3.$ 4) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=3.$ 5) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3.$
-3)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1+x_2-x_3=0, \\ 4x_1+\lambda x_2-2x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda=0$ 2) $\lambda=-2$ 3) $\lambda=4$ 4) $\lambda=-1$ 5) $\lambda=3$
-1)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1-x_2+3x_3=0, \\ 3x_1+x_2+\lambda x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda\neq 2$ 2) $\lambda\in(-\infty,3)$ 3) $-2\leq\lambda\leq 2$ 4) $\lambda>2$ 5) $\lambda<2$

Тест 4. Многочлены

-3)	Разделить $f(x)=x^6+4x^5+2x^4+x^3+5x-1$ на $g(x)=x^4-x^3+2x^2-x+3$ 1) $f(x)=g(x)\cdot(x^2-x)+x^2+x+1$ 2) $f(x)=g(x)\cdot(x^2-3x-3)+x^3+11x+3$ 3) $f(x)=g(x)\cdot(x^2-3x-3)+5x^3-6x^2+11x+8$ 4) $f(x)=g(x)\cdot(x^4-4)+5x^5+x^3-2$ 5) $f(x)=g(x)\cdot(x-1)+3$
-1)	Разделить $f(x)=3x^5-4x^4+x^3-2x^2+5x-3$ на $g(x)=x^3-2x^2+5x-4$ 1) $f(x)=g(x)\cdot(3x^2+2x-10)-20x^2+63x-43$ 2) $f(x)=g(x)\cdot(3x+1)$ 3) $f(x)=g(x)\cdot(3x^2+2x-4)+7$

	4) $f(x)=g(x)\cdot(2x-1)+x^3+x$ 5) $f(x)=g(x)\cdot(x^3+x-3)+2x^2+4x-3$
-3)	Найти НОД $f(x)=2x^4+x^3+2x^2+x$ и $g(x)=x^4-3x^3+x^2-3x$ 1) $x+1$ 2) x^2+2x-1 3) x^3+x 4) $x-4$ 5) x^4+x^2-x
-5)	Найти НОД $f(x)=2x^3+3x^2-x-12$ и $g(x)=x^3+7x^2+16x+16$ 1) x^2+2x+1 2) x^4+x 3) x^3-1 4)1 5) x^4+3x^2+4
-5)	По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x)=x^6-4x^5+3x^3-2x^2-4x+3$ 1) 1 2) 532 3) 17 4) -59 5) -189
-1)	По схеме Горнера найти $f(-2)$ если $f(x)=3x^5+2x^4-x^3+4x^2+x-4$ 1) -46 2) -2 3) 19 4) 53 5) 157
-2)	Разложить по степеням $x-3$ $f(x)=3x^4+2x^3-14x^2+20x-11$ 1) $f(x)=(x-3)^4+2(x-3)^3+(x-3)+11$ 2) $f(x)=3(x-3)^4+38(x-3)^3+166(x-3)^2+314(x-3)+220$ 3) $f(x)=(x-3)^4+(x-3)^2+1$ 4) $f(x)=(x-3)^5+3(x-3)^3-(x-3)+123$ 5) $f(x)=3(x-3)^3+38(x-3)^2+166(x-3)+314$
-1)	Разложить по степеням $x+2$ $f(x)=x^5-3x^4+2x^3-4x^2+2x-1$ 1) $f(x)=(x+2)^5-13(x+2)^4+66(x+2)^3-168(x+2)^2+218(x+2)-117$ 2) $f(x)=(x+2)^3-20(x+2)^2+(x+2)+1$ 3) $f(x)=(x+2)^5-20(x+2)^4-11(x+2)^3+2(x+2)^2-(x+2)+12$ 4) $f(x)=(x+2)^4-(x+2)^2+27(x+2)+3$ 5) $f(x)=5(x+2)^5-123$
-4)	Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i. 1) $f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$ 2) $f(x)=x^3+3x^2+9x-27$ 3) $f(x)=x^4+2x-1$ 4) $f(x)=x^4-4x^3+5x^2-4x+4$ 5) $f(x)=x^4+4x^3+2x^2+3x-15$
-1)	Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i. 1) $f(x)=x^3-(4+i)x^2+(4+4i)x-4i$ 2) $f(x)=x^3+2ix^2-3ix+(1+i)$ 3) $f(x)=x^3+4x^2+x-(5+i)$ 4) $f(x)=(1-i)x^3+(2+i)x^2+(1+2i)x+(3-i)$ 5) $f(x)=x^3+2x^2-3x+4$

7.1.4. Экзаменационные вопросы

1 семестр

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня n-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.
7. Матрицы и операции над ними.
8. Транспонированная матрица.
9. Понятие определителя n-го порядка.
10. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка.
11. Свойства определителей n-го порядка.
12. Определители специального вида.
13. Обратная матрица.
14. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
15. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
16. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
20. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

2 семестр

1. Многочлены и действия над ними.
2. Деление многочленов с остатком.
3. Делители и их свойства.
4. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
5. Взаимно простые многочлены.
6. Корни многочленов.
7. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Кратные корни многочленов.
9. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
10. Формулы Виета.
11. Линейные преобразования неизвестных.
12. Обратное линейное преобразование.
13. Произведение линейных преобразований.
14. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
15. Ранг квадратичной формы.
16. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
17. Нормальный вид квадратичной формы.

18. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
19. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
20. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
21. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
22. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.
23. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
24. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
25. Базис и размерность линейного пространства.
26. Связь между базисами.
27. Преобразование координат вектора.
28. Линейные преобразования пространства Vn.
29. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
30. Подпространство линейного пространства.
31. Сумма и пересечение подпространств.
32. Прямая сумма подпространств.

3 семестр

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.
10. Ортогональные матрицы.
11. Свойства ортогональных матриц.
12. Унитарные матрицы.
13. Свойства унитарных матриц.
14. Скелетное разложении матрицы.
15. Существование и единственность псевдообратной матрицы.
16. Свойства псевдообратных матриц.
17. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
18. Произведение линейных операторов.
19. Обратный оператор.
20. Матрица линейного оператора в данном базисе.
21. Понятие инвариантных подпространств.

22. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
23. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.
24. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
25. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
26. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
27. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
28. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
29. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
30. Аддитивная группа вычетов.
31. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
32. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях.
33. Определение изоморфизма групп.
34. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
35. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
36. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 c. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45380.html

2. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин, Владимир Александрович ; Э.Г.Позняк. - 6-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005. - 278 с. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики/ под ред. А.Н.Тихонова и др. вып. 4) (Серия "Классический университетский учебник"). - Предм. указ.: с. 274-278. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0481-0 : 149-93. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : учеб. для ун-тов / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука, 1977. - 496 с. : ил. - 1-10. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 с. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/61981.html
2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Сборник задач по алгебре / И. В. Аржанцев и др. ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004393869/
4. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

http://www.elib.dgu.ru/
http://www.iprbookshop.ru/
http://intuit.ru/

10. Методические указания по освоению дисциплины

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.