

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
профессионального образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Методы оптимизации**

**Кафедра прикладной математики**

**Образовательная программа**

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Форма обучения

**очная**

Статус дисциплины: базовая

*Махачкала, 2018*

Рабочая программа дисциплины составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриат) от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики Ризаев М.К. к.ф.-м.н. доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от « 14 » июня 2018 г.,  
протокол №10

Зав. кафедрой Ризаев Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук от « 27 » июня 2018г., протокол №6.

Председатель Бейбалаев Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением « 28 » 06 2018г. М

Рабочая программа дисциплины *методы оптимизации* составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриат) от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики Ризаев М.К. к.ф.-м.н. доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры прикладной математики от « 14 » июня 2018 г.,  
протокол №10  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук от « 27 » июня 2018г., протокол №6.  
Председатель \_\_\_\_\_ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018г. \_\_\_\_\_

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *методы оптимизации* входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением следующего материала: основные элементы теории экстремальных задач: производная отображения, суперпозиции операторов, теоремы о среднем и полном дифференциале конечномерные теоремы об обратной и неявной функциях; гладкие конечномерные задачи: без ограничений, с ограничениями типа равенств, со смешанными ограничениями; задача выпуклого программирования: элементы выпуклого исчисления, выпуклая задача без ограничений, выпуклая задача с ограничениями, теорема Куна-Таккера; линейное программирование: основные виды задач, геометрический способ решения, симплекс метод решения; классическое вариационное исчисление: задача Больца, простейшая задача, изопериметрическая задача; задача Лагранжа: принцип Лагранжа для задачи Лагранжа, задача с подвижными концами, задача со старшими производными; оптимальное управление: задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина, приложения принципа к решению задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общепрофессиональных* – ОПК-1, профессиональных= ПК-7, ПК-11.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
7	144	36		36			72	экзамен
Ито го	144	36		36			72	

## 1. Цели освоения дисциплины

- Целями освоения дисциплины (модуля) методы оптимизации являются :
- овладение основными понятиями , сведениями теории методов оптимизаций: конечномерные экстремальные задачи, элементы выпуклого и линейного программирования, задачи вариационного исчисления, элементы оптимального управления;
  - творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач методов оптимизаций;
  - овладеть методами решения, исследования основных классов экстремальных задач как для освоения изучаемой дисциплины, так и для освоения других дисциплин и создания базы последующим курсам, изучаемым на высших ступенях образования.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина *методы оптимизации* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 математика. Знания по методам оптимизаций необходимы для данной специальности, они крайне необходимы как основной элемент в совокупности знаний, предусмотренных программой обучения по данному направлению. Изучение методов оптимизаций предполагает знание математического анализа, дифференциальных уравнений, линейной алгебры, функционального анализа и других дисциплин.

Освоение данной дисциплины весьма необходимо при прохождении смежных университетских курсов, таких как методы вычислений. вычислительная математика, теоретическая механика, дополнительные главы уравнений в частных производных и других естественнонаучных дисциплин.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции из ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа,	Знает: Конечномерные задачи линейного программирования, Постановку задачи выпуклого программирования, геометрический и симплекс

ОПК-1	<p>комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятности, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теории механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p>методы решения задачи линейного программирования, необходимые условия экстремума в классических задачах вариационного исчисления.</p> <p>Умеет: испытывать стационарные точки в конечномерных задачах и критические кривые в задачах вариационного исчисления на существование экстремумов</p> <p>Владеет: методами построения математических моделей различных задач на экстремумы из естествознания, практики</p>
ПК-7	<p>Обладать способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний.</p>	<p>Знает: методы математического и алгоритмического моделирования задач методов оптимизаций.</p> <p>Умеет: применять методы математического и алгоритмического моделирования при решении экстремальных задач из методов оптимизаций.</p> <p>Владеет: математическим аппаратом теорий экстремальных задач и методами моделирования для использования при анализе управленческих задач.</p>
ПК-11	<p>Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики.</p>	<p>Знает: известные основные классы экстремальных задач и методы их решения, основные разделы вариационного исчисления, принцип максимума Понтрягина и его приложения.</p> <p>Умеет: публично излагать известные классические задачи методов оптимизаций, способы их решения в зависимости от</p>

		<p>начальных и краевых ограничений, проконсультировать и ввести оптимально в круг рассматриваемых проблем, оценить степень адекватности принятой математической модели рассматриваемому реальному процессу.</p> <p>Владеет: информацией об известных методах решения задач оптимизации с целью представления своих новых возможных достижений в области оптимизаций и оценки подобных работ коллег по работе, других исследователей.</p>
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекции	Практические	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
Модуль 1. Нелинейное программирование								
Всего по модулю 1	7		10	10			16	

1.Задачи методов оптимизации. Основные этапы развития.			2	2			2	
2.Основные элементы теории экстремальных задач.			2	2			2	
3.Конечномерная задача без ограничений.			2	2			4	
4.Конечно мерная задача с ограничениями типа равенств.			2	2			4	
5.Конечномерная задача с ограничениями типа равенств и неравенств.			2	2			4	
Модуль 2. Линейное и выпуклое программирования.								
Всего по модулю 2			12	12			12	
1.Задача линейного программирования.			2	2			2	
2.Геометрический способ решения задачи линейного программирования.			2	2			2	
3.Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.			4	4			4	
4.Элементы выпуклого анализа.			2	2			2	
5.Задача выпуклого программирования.			2	2			2	
Модуль 3. Вариационные исчисления.								

Всего по модулю 3.			14	14			8	
1.Задача Больца			2	2				
2.Простейшая задача классического вариационного исчисления.			2	2				
3.Изопериметрическая задача.			2	2				
4.Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.			2	2			2	
5.Задача с подвижными концами.			2	2			2	
6.Задача со старшими производными.			2	2			2	
7.Задача оптимального управления.			2	2			2	
Модуль 4. Подготовка к экзамену								
Всего по модулю 3							36	
Самостоятельная подготовка к экзамену							36	
Итого :			36	36			72	

### 4.3. Содержание дисциплины, структурирование по темам (разделам)

#### Лекции

#### Модуль1. Нелинейное программирование

**Тема1.** Задачи методов оптимизации. Основные этапы развития.

Предмет методов оптимизаций. Основные этапы развития методов оптимизаций. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами.

**Тема2.** Основные элементы теории экстремальных задач.

Производная отображения, суперпозиция отображений. Теоремы о среднем и полном дифференциале. Конечномерные теоремы об обратной и неявной функциях.

**Тема3.** Конечномерная задача без ограничений.

Постановка задачи, необходимые и достаточные условия экстремума в случае гладкости. Знакопеременность квадратичных форм, критерий Сильвестра.

**Тема4.** Конечномерная задача с ограничениями типа равенств. Постановка задачи. Метод множителей Лагранжа. Необходимые условия экстремума в случае гладкости. Правило решения.

**Тема5.** Конечномерная задача с ограничениями типа равенств и неравенств. Постановка задачи, функция Лагранжа. Необходимые условия экстремума в случае гладкости. Правило решения.

## **Модуль 2. Линейное и выпуклое программирования.**

**Тема6.** Задача линейного программирования.

Задача оптимального выпуска продукции. Транспортная задача. Постановка задачи линейного программирования. Каноническая и основная задачи линейного программирования.

**Тем7.** Геометрический способ решения задачи линейного программирования.

Область допустимых элементов задачи, угловые точки, критерий угловатости точки. Градиент целевой функции, линии уровня, касательное положение графика целевой функции. Оптимальное решение задачи.

**Тема8.** Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Преобразование общей задачи линейного программирования к каноническому виду, симплекс таблица. Идея симплекс-метода и его обоснование, симплекс преобразования.

**Тема 9.** Элементы выпуклого анализа.

Выпуклые множества и функционалы в нормированных пространствах, их свойства. Отделить выпуклых множеств, теорема об отделимости. Субдифференциал функционала.

**Тема 10.** Задача выпуклого программирования.

Выпуклая задача без ограничений, необходимое условие экстремума. Задача выпуклого программирования, теорема Куна–Таккера.

## **Модуль 3. Вариационное исчисление.**

**Тема 11.** Задача Больца.

Основная лемма вариационного исчисления, лемма Дюбуа – Реймона. Необходимое условие экстремума, правило решения

**Тема 12.** Простейшая задачи классического вариационного исчисления.

Постановка задачи, необходимое условие экстремума. Интегралы уравнения Эйлера, правило решения задачи.

**Тема 13.** Изопериметрическая задача.

Постановка задачи, необходимое условие экстремума, правило решения задачи.

**Тема 14.** Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

Постановка задачи Лагранжа, необходимое условие экстремума, теорема Эйлера – Лагранжа.

**Тема 15.** Задачи с подвижными концами.

Постановка задачи, необходимое условие экстремума. Правило решения, анализ одной задачи.

**Тема 16.** Задачи со старшими производными.

Постановка задачи, необходимое условие экстремума, уравнение Эйлера – Пуассона.

**Тема 17.** Задача оптимального управления.

Постановка задачи. Принцип максимума Понтрягина, формулировки в общем и частном случаях. Приложение к решению задач.

### **Практические занятия**

#### **Модуль 1. Нелинейное программирование**

**Тема 1.** Задачи методов оптимизаций. Основные этапы развития. Текстовые задачи на экстремум, математическое моделирование их и решение с последующим анализом.

**Тема 2.** Основные элементы теории экстремальных задач.

Производные отображений; решение задач на дифференцируемость операторов. Производные конечномерных отображений.

**Тема 3.** Конечномерная задача без ограничений.

Определение экстремумов функций многих переменных. Достаточные условия, критерий Сильвестра. Решение задач.

**Тема 4.** Конечномерная задача с ограничениями типа равенств. Вычисление экстремумов функций многих переменных при ограничениях задаваемых системой уравнений. Решение задач.

**Тема 5.** Конечномерная задача с смешанными ограничениями.

Определение экстремумов функций многих переменных при смешанных ограничениях. Решение задач.

#### **Модуль 2. Линейное и выпуклое программирование.**

**Тема 6.** Задача линейного программирования.

График и градиент целевой функции. Область допустимых элементов задачи линейного программирования. Решение задач.

**Тема 7.** Геометрический способ решения задачи линейного программирования.

Задача линейного программирования в пространствах размерности  $n = 2, 3$  и её решение геометрическим способом.

**Тема 8.** Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Преобразование общей задачи к каноническому виду. Решение задач симплекс-методом.

**Тема 9.** Элементы выпуклого анализа.

Выпуклость множеств, их отделимость. Субдифференциал. Решение задач.

**Тема 10.** Задача выпуклого программирования.

Выпуклая задача без ограничений. Решение задач без ограничений, определение точек экстремума.

### **Модуль 3. Вариационное исчисление.**

**Тема 11.** Задача Больца.

Необходимое условие экстремума. Исследование приращения функционала, решение задач.

**Тема 12.** Простейшая задача классического вариационного исчисления.

Решение простейших задач, анализ знакоопределенности приращения целевого функционала в окрестности стационарной кривой.

**Тема 13.** Изопериметрическая задача.

Решение изопериметрических задач вариационного исчисления. Исследование стационарных кривых на предмет существования экстремумов.

**Тема 14.** Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

Функция Лагранжа, необходимое условие экстремума, решение задач с ограничениями.

**Тема 15.** Задачи с подвижными концами.

Решение задач с подвижными концами, проверка необходимых условий экстремума, использование дополнительного анализа.

**Тема 16.** Задача со старшими производными.

Необходимое условие экстремума, уравнение Эйлера – Пуассона, решение задач с подвижными концами.

**Тема 17.** Задача оптимального управления.

Принцип максимума Понтрягина в частном случае. Приложение к решению задач.

## **5. Образовательные технологии.**

В основе преподавания дисциплины методы оптимизации лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного осмысливания теоретического материала, содержащего глубокие и фундаментальные понятия, связанные с оптимизационными задачами.

Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Особенно, это касается тех задач оптимизации, в которых наглядные элементы-схемы, рисунки—составляют необходимую составляющую. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер – классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **6.1. Учебно-методические пособия для самостоятельной работы**

1. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К. Вариационное исчисление и методы оптимизации. г.Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2010.

2. Загиров Н.Ш., Гаджиева Т.Ю. Методы оптимизации. Методические рекомендации к решению задач. г.Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2014.
3. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Фомин С.В. Оптимальное управление.
4. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М:Высшая школа, 1968.
5. Гончаров В.А. Методы оптимизации: учебное пособие. М:Высшее образование. 2009.

## 6.2. Задание для самостоятельной работы.

### Модуль 1. Нелинейное программирование.

Исследовать отображение на дифференцируемости по Фреме и найти производные в случае дифференцируемости.

1.  $f: R^2 \rightarrow R^2, f(x_1, x_2) = (x_1^3 + x_2^3, x_1x_2), \vec{x} = (1, 2)$
2.  $f: R^n \rightarrow R^1, f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2$
3.  $f: H \rightarrow R^1, f(x) = \|x\|, H$  – гильбертово пространство.

Решить следующие задачи на экстремумы.

4. Вписать в круг треугольник с максимальной суммой квадратов сторон.
5. Найти наибольшую площадь четырехугольника с заданными сторонами.
6. Вписать в шар пространство  $R^n$  симплекс наибольшего объема.

Решить следующие конечномерные задачи.

7.  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow extr, \vec{x} \in R^3$ .
8.  $-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_1 + x_1x_2 + 2x_3 \rightarrow extr, \vec{x} \in R^3$ .
9.  $4x_1 + 3x_2 \rightarrow extr, x_1^2 + x_2^2 = 4$ .
10.  $x_1x_2^2x_3^3 \rightarrow extr, x_1 + x_2 + x_3 = 1$ .
11.  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1^4 + x_2^4 \leq 1$ .
12.  $x_1^4 + x_2^4 \rightarrow extr, x_1^2 + x_2^2 \leq 1$ .

### Модуль 2. Линейное и выпуклое программирование.

Решить геометрически и симплекс – методом задачи линейного программирования.

13.  $f(x_1, x_2) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow min; x_1 \leq 2, x_1 + 2x_2 \geq 2, x_2 \geq 2, x_1 + x_2 \leq 3, x_1, x_2 \geq 0$ .
14.  $f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 \rightarrow min; -x_1 + x_2 \leq 0, 2x_1 + x_2 \leq 3, x_1 - x_2 \leq 1, x_1, x_2 \geq 0$ .
15.  $f(x_1, x_2) = -2x_1 - x_2 \rightarrow min; 2x_1 + x_2 \geq 1, 3x_1 - x_2 \geq -1, x_1 - 4x_2 \leq 2; x_1, x_2 \geq 0$ .

1. Найти субдифференциал нормы (как выпуклой однородной функции) в нормированном пространстве.
2. Доказать, что если  $f: R^2 \rightarrow R$  и при этом  $f^*(x) = f(x)$ , то  $f(x) = |x|^2/2$ .
3. Вычислить субдифференциал  $f(\vec{x}) = \max_i |x_i|, \vec{x} \in R^n$ .

4.  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 3|x_1 + x_2 + 2| \rightarrow \inf$ .  
 5.  $x_1^2 + x_2^2 + 2\max(x_1, x_2) \rightarrow \inf$ .

### Модуль 3. Вариационное исчисление.

Решить задачи Больца.

6.  $\int_0^2 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(2) \rightarrow \text{extr}$ .  
 7.  $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 6x^2(1) \rightarrow \text{extr}$ .  
 8.  $\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 10x^2(3) - x(0) \rightarrow \text{extr}$ .

Решить простейшие задачи классического вариационного исчисления.

9.  $\int_1^e (x - t\dot{x}^2) dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 1, x(2) = 2$ .  
 10.  $\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 3, x(2) = 1$ .  
 11.  $\int_0^1 x^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = 1, x(1) = \sqrt{2}$ .

Решить задачи со старшими производными.

12.  $\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_0^\pi x \cos t dt = \frac{\pi}{2}; x(0) = 1, x(\pi) = -1$ ;  
 13.  $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_0^1 x e^{-t} dt = e; x(1) = 2, x(0) = 2e + 1$ .

Решить задачи со старшими производными.

14.  $\int_0^1 (24tx - \ddot{x}^2) dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = 0, \dot{x}(1) = 0,1$ .  
 15.  $\int_0^1 (\ddot{x}^2 - 24tx) dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = \dot{x}(0) = 0, x(1) = 0,2; \dot{x}(1) = 1$ .

КОД компетенция из ФГОС ВО	Наименование компетенция из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура оценивания.

ОПК-1	<p>Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятности, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теории механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p>Знет: Конечномерные задачи на экстремум, задачу линейного программирования. Постановку задачи выпуклого программирования, геометрический и симплекс методы решения задачи линейного программирования, необходимые условия экстремума в классических задачах вариационного исчисления.</p> <p>Умеет: испытывать стационарные точки в конечномерных задачах и критические кривые в задачах вариационного исчисления на существование экстремумов</p> <p>Владеет: методами построения математических моделей различных задач на экстремумы из естествознания, практики</p>	Коллоквиумы, контрольные работы, экзамен.
ПК-7	<p>Обладать способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе</p>	<p>Знает: методы математического и алгоритмического моделирования задач методов оптимизаций.</p> <p>Умеет: применять методы математического и</p>	Коллоквиумы, контрольные работы,

	<p>управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний.</p>	<p>алгоритмического моделирования при решении экстремальных задач из методов оптимизаций. Владеет: математическим аппаратом теорий экстремальных задач и методами моделирования для использования при анализе управленческих задач.</p>	<p>экзамен</p>
<p>ПК-11</p>	<p>Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики.</p>	<p>Знает: известные основные классы экстремальных задач и методы их решения, основные разделы вариационного исчисления, принцип максимума Понтрягина и его приложения. Умеет: публично излагать известные классические задачи методов оптимизаций, способы их решения в зависимости от начальных и краевых ограничений, проконсультировать и ввести оптимально в круг рассматриваемых проблем, оценить степень адекватности принятой</p>	<p>Коллоквиумы, контрольные работы, экзамен</p>

		<p>математической модели рассматриваемому реальному процессу. Владеет: информацией об известных методах решения задач оптимизации с целью представления своих новых возможных достижений в области оптимизаций и оценки подобных работ коллег по работе , других исследователей.</p>	
--	--	--	--

### **6.3. Темы для самостоятельного изучения. Виды и содержание самостоятельной работы.**

Согласно учебному плану самостоятельная работа предусмотрена ко всем модулям. Темы для самостоятельной работы расписаны при указании тем лекционных и практических занятий.

#### **Модуль 4. Самостоятельная работа, экзамен.**

При подготовке к экзамену студентам указывается перечень вопросов подлежащих освоению при самостоятельной работе. Они тождественно отражают содержание лекционных и практических заданий.

### **7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

#### **7.1 Перечень компетенций с указанием их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием их формирования приведем в описании образовательной программы.

#### **7.2. Типовые контрольные задания.**

##### **7.2.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.**

##### **Модуль 1. Нелинейное программирование.**

1. Дайте определение производной по Фреше, приведите формулу для производной суперпозиции отображений.
2. Сформулируйте конечномерную теорему об обратной и неявной функции.

3. Приведите теорему о среднем в случае нормированного пространства, разъясните ее смысл.
4. Найдите первую и вторую производные отображения:  $f: R^n \rightarrow R^1$ .
5. Найдите первую производную отображения:  $f: R^n \rightarrow R^m$ .
6. Сформулировать необходимое условие для безусловного экстремума функции многих переменных.
7. Сформулировать достаточное условие безусловного экстремума функции многих переменных.
8. Сформулировать критерий Сильвестра проверки достаточных условий безусловного экстремума функции многих переменных.
9. Приведите постановку гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств. Что такое функция и вектор множителей Лагранжа?
10. Сформулировать необходимые условия экстремума в конечномерной задаче с ограничениями типа равенств.
11. Приведите алгоритм решения задачи на экстремум функции многих переменных в случае ограничений типа равенств.
12. Приведите постановку задачи минимизации функции многих переменных при ограничениях типа равенств и неравенств.
13. Сформулировать необходимые условия экстремума в задаче со смешанными ограничениями.
14. В чем состоит условие дополняющей нежесткости в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
15. В чем состоит условие неотрицательности множителей Лагранжа в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
16. Приведите условие стационарности в задачах минимизации функций многих переменных с ограничениями.

### **Модуль 2. Линейное и выпуклое программирование.**

1. Сформулируйте задачу об оптимальном выпуске продукции.
2. Приведите постановку транспортной задачи.
3. Напишите общую задачу линейного программирования. Укажите ее частные случаи.
4. В чем состоит эквивалентность основной и канонической задач линейного программирования?
5. Дайте определение области допустимых элементов задачи линейного программирования. Приведите пример в случае размерности  $n = 2, 3$ .
6. Дайте определение угловой точки ОДР. Приведите примеры для случая  $n = 2, 3$ .
7. Сформулируйте критерий угловатости точки в случае канонической задачи линейного программирования.

8. Описать алгоритм графического решения задачи линейного программирования.
9. Объясните алгоритм преобразования основной задачи к каноническому виду.
10. Описать алгоритм выбора базисных переменных, угловой точки и составления первичной симплекс – таблицы.
11. Сформулировать признак оптимальности угловой точки через оценки  $\Delta_i$ .
12. В каком случае задача линейного программирования не имеет решения? Свяжите ответ с оценками  $\Delta_i$ .
13. Сформулировать правила пересчета ограничений, оценок задачи линейного программирования при переходе к новому базису.
14. Всегда ли решение задачи линейного программирования, записанной в канонической форме может быть найдено за конечное число шагов?
15. Дайте определение выпуклого множества. Сформулировать его геометрический смысл. Какое множество называется конусом?
16. Эффективное множество и надграфик. Собственный функционал. Выпуклый однородный функционал.
17. Выпуклые множества в нормированных пространствах, их свойства. Ядро множества.
18. Выпуклые функционалы. Неравенство Йенсена, критерий выпуклости.
19. Отделимость выпуклых множеств в нормированных пространствах. Приведите пример в случае пространства  $R^n$ .
20. Теорема отделимости в конечномерном случае.
21. Субдифференциал функционала. Субдифференциал выпуклой однородной функции.
22. Субдифференциал дифференцируемого функционала.
23. Выпуклая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума.
24. Пусть выпуклый функционал  $f$  задан на выпуклом множестве  $U$ . Является ли точка локального минимума точкой его глобального минимума на  $U$ ?
25. Выпуклый функционал  $f$  задан на выпуклом множестве  $U$  и достигает своего минимума в двух различных точках. Достигает ли функционал минимума во всех точках отрезка, соединяющих эти точки?
26. Функционал  $f$  строго выпукл и задан на выпуклом множестве  $U$ . Может ли он достигать своего глобального минимума на  $U$  более чем в одной точке?

27. Сформулируйте задачу выпуклого программирования. В чём состоит принцип максимума для функции Лагранжа.

28. Приведите постановку задачи выпуклого программирования. Приведите условия дополняющей надёжности и не отрицательности множителей Лагранжа из теоремы Куна-Таккера.

29. В каком случае принципы максимума для функции Лагранжа, условия дополняющей надёжности и неотрицательности множителей Лагранжа являются достаточными в теореме Куна-Таккера?

30. В чём состоит условие Слейтера из теоремы Куна-Таккера?

### Модуль 3. Вариационные исчисления.

1. Сформулировать основную лемму вариационного исчисления.
2. Приведите формулировку леммы Дюбуа-Реймона.
3. Сформулируйте задачу Больца, приведите необходимые условия экстремума.
4. Приведите алгоритм, правило решения задачи Больца.
5. Сформулировать простейшую задачу вариационного исчисления, напишите необходимые условия экстремума.
6. Приведите постановку изопериметрической задачи, укажите функцию Лагранжа этой задачи.
7. Сформулируйте необходимые условия экстремума для изопериметрической задачи.
8. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.
9. Необходимое условие экстремума в задаче Лагранжа, уравнение Эйлера-Лагранжа.
10. Задача с подвижными концами, необходимое условие экстремума.
11. Сформулировать задачу со старшими производными.
12. Необходимые условия экстремума в задаче со старшими производными, правило решения задачи.
13. Привести формулировку задачи оптимального управления.
14. Сформулировать принцип максимума Понтрягина.

#### 7.2.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Правильный ответ	Формулировка тестового задания
1)	<p>Производная отображения <math>F: C([0,1]) \rightarrow R, F(x(\cdot)) = x^2(1)</math> есть отображение:</p> <p>1) <math>F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = 2x(1)y(1);</math>      3) <math>F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = y^2(1);</math>                  2) <math>F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = 2y(1);</math>      4) <math>F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = x^2(1)y^2(1).</math></p>

2)	<p>Производная отображения <math>F: R^n \rightarrow R^m, F(\vec{x}) = A\vec{x}</math>, где <math>A</math> – матрица порядка <math>m \times n</math>, есть отображение:</p> <p>1) <math>F'(\vec{x})[h] = (\vec{x}, \vec{h})</math>;                      3) <math>F'(\vec{x})[h] = A\vec{x}</math>;  2) <math>F'(\vec{x})[h] = A\vec{h}</math>;                              4) <math>F'(\vec{x})[h] = \vec{x} + \vec{h}</math>.</p>
3)	<p>Величины <math>A</math> и <math>B</math> связаны соотношением <math>\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{30}</math>, причём <math>40 \leq A \leq 60, 60 \leq B \leq 120</math>. Величина <math>A</math> принимает наименьшее значение при следующем значении величины <math>B</math>:</p> <p>1) 60;    2) 80;    3) 120;    4) 100.</p>
4)	<p>Функция <math>f(\vec{x}) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2</math> достигает минимальное значение в точке:</p> <p>1) (0 ; 1); 2) (1 ; 1); 3) (2 ; 1); 4) (1 ; 0).</p>
1)	<p>Конечномерная задача без ограничений <math>f(\vec{x}) = x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}</math> имеет точку экстремума:</p> <p>1) (5 ; 2) <math>\in</math> <i>loc min</i>;                              3) (5 ; 2) <math>\in</math> <i>loc max</i>;  2) (2 ; 5) <math>\in</math> <i>loc min</i>;                              4) (2 ; 5) <math>\in</math> <i>loc max</i>;</p>
2)	<p>Конечномерная задача <math>4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}, x_1^2 + x_2^2 = 1</math> имеет следующие стационарные точки:</p> <p>1) <math>\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)</math>; 2) <math>\left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)</math>  3) <math>\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)</math>; <math>\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)</math>;                      4) (0; 1); (1; 0).</p>
3)	<p>Каноническая задача линейного программирования:</p> <p>1) содержит ограничение типа строгого неравенства;  2) всегда имеет конечное решение;  3) содержит только ограничения типа равенств;  4) содержит ограничения только типа неравенств.</p>
4)	<p>Область допустимых элементов задачи линейного программирования в <math>R^2</math> задана неравенствами <math>x_1 + x_2 \geq 6, x_1 + x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math>. Тогда число угловых точек этой области равно:</p> <p>1) 3;    2) 5;    3) 6;    4) 4.</p>
1)	<p>Задача линейного программирования <math>L(\vec{x}) = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \text{min}</math>,  <math>\begin{cases} x_1 \geq 0, x_1 \leq 3, \\ x_2 \geq 0, x_2 \leq 3 \end{cases}</math> имеет решение:</p>

	<p>1. <math>\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (+3; +3), L_{\text{min}} = -9;</math>      2. <math>\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (+3; 0), L_{\text{min}} = -3;</math>  3. <math>\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (0; 3), L_{\text{min}} = -6;</math>      4. <math>\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (2; 3), L_{\text{min}} = -8;</math></p>
2)	<p>Для выпуклости собственного функционала <math>f</math> необходимо и достаточно:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) дифференцируемость <math>f</math> во всех точках;</li> <li>2) выполнение неравенства Иенсена;</li> <li>3) ограниченность функционала <math>f</math>;</li> <li>4) непрерывность функционала <math>f</math>.</li> </ol>
3)	<p>Для того чтобы точка <math>\hat{x}</math> доставляла в выпуклой задаче без ограничений <math>f(x) \rightarrow \text{inf}</math> абсолютный минимум, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Существовал субдифференциал <math>\partial f(\hat{x})</math>;</li> <li>2) Функционал <math>f</math> был дифференцируем;</li> <li>3) Выполнялось включение <math>0 \in \partial f(\hat{x})</math>;</li> <li>4) Выполнялось условие <math>\partial f(\hat{x}) = f(\hat{x})</math>.</li> </ol>
1)	<p>Если точка <math>\hat{x}</math> является решением задачи выпуклого программирования, то:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) имеет место принцип минимума для функции Лагранжа;</li> <li>2) не имеет место условие дополняющей нежесткости;</li> <li>3) все множители Лагранжа <math>\lambda_i \leq 0</math>;</li> <li>4) в точке <math>\hat{x}</math> целевой функционал дифференцируем.</li> </ol>
1)	<p>Уравнение Эйлера простейшей задачи вариационного исчисления <math>\int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = x(1) = 0</math> имеет вид:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>x'' + x = 0;</math>    2) <math>x'' - x = 0;</math></li> <li>3) <math>x'' - 2x = 0;</math>    4) <math>x'' - x^2 = 0;</math></li> </ol>
1)	<p>Уравнение Эйлера для простейшей задачи классического вариационного исчисления имеет вид:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\frac{d}{dt} \hat{L}_{\dot{x}}(t) = \hat{L}_x(t);</math>      2) <math>\hat{L}_{\dot{x}}(t) = \frac{d}{dt} \hat{L}_x(t);</math></li> <li>3) <math>\frac{d}{dt} \hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\hat{L}_x(t);</math>      4) <math>\hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\frac{d}{dt} \hat{L}_x(t);</math></li> </ol>
2)	<p>Решение простейшей задачи вариационного исчисления <math>\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = 1, x(1) = 0</math> имеет вид:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>(1+t) \in \text{absmin};</math>      2) <math>(t-1) \in \text{absmin};</math></li> <li>3) <math>(1-t) \in \text{absmin};</math>      4) <math>(t^2+1) \in \text{absmin}</math></li> </ol>
3)	<p>Условие трансверсальности в задаче Больца задаются выражением:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = \hat{l}_{x_i}, i = 0,1;</math>      2) <math>\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = (-1)^2 \hat{l}_{x_i}, i = 0,1;</math></li> </ol>

	3) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -\hat{l}_{x_i}, i = 0,1;$ 4) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -t_i \hat{l}_{x_i}, i = 0,1.$
4)	Функция Лагранжа изопериметрической задачи $\int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \inf; \int_0^1 x dt = 0, x(1) = x(2) = 0$ имеет вид: 1) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) - \lambda_1 x^2;$ 2) $\lambda_0 \dot{x}^2 + \lambda_1 x^2;$ 3) $\lambda_0(\dot{x}^2 + x^2) - \lambda_1 x^2;$ 4) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) + \lambda_1 x.$
2)	Уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными: $\int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = \dot{x}(1) = 0$ имеет вид: 1) $x^{(3)}(t) = 0;$ 2) $x^{(4)}(t) = 0;$ 3) $x^{(5)}(t) = 0;$ 4) $x^{(6)}(t) = 0;$
3)	Задача Больца задается в пространстве: 1) $C([t_0; t_1]);$ 2) $C^{(4)}([t_0; t_1]);$ 3) $C^{(1)}([t_0; t_1]);$ 4) $C^{(2)}([t_0; t_1]);$
4)	Допустимый управляемый процесс $\xi(t)$ является элементом: 1) задачи Больца; 2) изопериметрической задачи; 3) задачи со старшими производными; 4) задачи оптимального управления.

### 7.2.3. Варианты контрольных работ для текущего контроля

#### Контрольная работа №1.

##### Вариант №1.

1. Найти производную по Фреше отображения:  $F(x(\cdot)) = \int_{-1}^1 x^3(t) dt,$

$$F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \text{extr}.$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 \rightarrow \text{extr}; \quad 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 19.$$

##### Вариант №2.

1. Найти производную по Фреше отображения:

$$F(x(\cdot)) = x^2(1)x(-1), F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Вычислить экстремумы в безусловной конечномерной задаче:

$$2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{extr}.$$

3. Решить конечномерную задачу:

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 26$$

### Вариант № 3.

1. Найти производную по Фреше

$$\text{отображения: } F(x(\cdot)) = \left( \int_{-1}^1 x(t) dt \right)^2, F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$-x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 - \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$-2x_1 + 2x_2 + x_3 = 24.$$

### Вариант № 4.

1. Найти производную по Фреше

$$\text{отображения: } F(x(\cdot)) = \int_{-1}^1 x^3(t)e^t dt, F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$-2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$\begin{aligned} x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 &\rightarrow \text{extr,} \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 &= 42. \end{aligned}$$

### Контрольная работа №2.

#### Вариант №1.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -4x_1 - 10x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \leq 24, & 2x_1 + x_2 \leq 17, \\ 3x_1 - x_2 \leq 18; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### Вариант №2.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \geq 20, & x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### Вариант №3.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -6x_1 - 8x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 30, & x_1 + x_2 \leq 13, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 15; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### Вариант №4.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -5x_1 - 4x_2 \rightarrow \min; \quad \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 \geq 24, & -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### Контрольная работа №3.

#### Вариант №1.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt - 2x(1) + x^2(2) \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^{3/2} (\dot{x}^3 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x\left(\frac{3}{2}\right) = 1.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = 2, \quad x(0) = x(1) = 0.$$

#### Вариант № 2.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt - 2x(1)sh(1) \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^2 (\dot{x}^2 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(2) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 x^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 t x dt = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 2.$$

#### Вариант 3.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 6x^2(3) \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 (x^2 - x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^\pi x^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^\pi x \sin t dt = 1, \quad x(0) = x(\pi) = 0.$$

#### Вариант 4.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 e^x \dot{x}^2 dt + 4e^{x(0)} + 32e^{-x(1)} \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 \dot{x} e^{\dot{x}} dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_1^2 t x dt = \frac{7}{3}, \quad x(1) = 1, \quad x(2) = 2.$$

### Вопросы для контроля самостоятельной работы студента

1. Производная по направлению, вариации по Лагранжу.
2. Производные высших порядков операторов. Формула Тейлора.
3. Теорема о полном дифференциале для операторов.
4. Элементы выпуклого анализа, основные сведения.
5. Субдифференциал и его свойства.
6. Достаточные условия экстремума в безусловной задаче.
7. Правило множителей Лагранжа в задачах с ограничениями.
8. Теорема Куна-Таккера в задаче выпуклого программирования.
9. Целочисленное линейное программирование.
10. Принципы Лагранжа в задачах классического вариационного исчисления.
11. Задачи со старшими производными.
12. Задача с подвижными концами, ее особенности.
13. Принципы Лагранжа в задаче оптимального уравнения.
14. Постановка задачи оптимального уравнения, ее частные случаи.
15. Принципы Лагранжа для Ляпуновских задач.

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля-50% и промежуточного контроля -50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий-10 баллов,
- участие на практических занятиях-10 баллов,
- коллоквиум-40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ-40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) – 100 баллов.

### 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### а) основная литература:

1. . Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва : Физматлит, 2011. - 368 с. - ISBN 978-5-9221-0559-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76629>(18.06.2018).
2. Вариационное исчисление и методы оптимизации / [сост.: Н.Ш.Загиров, М.К.Ризаев]; М-во образования и науки РФ, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2010. - 63 с. - 38-00.Первозванский А. А. Поиск. М. Наука. 1970.
- 3.Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное уравнение. М.; Наука, 1979.
4. Галеев, Э.М. Краткий курс теории экстремальных задач : учебное пособие для вузов по спец. "Математика" / Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - М. : Изд-во МГУ, 1989. - 203,[1] с. - 00-45.
5. Алексеев, Владимир Михайлович. Сборник задач по оптимизации: Теория. Примеры. Задачи : [Для мат. спец. вузов] / Алексеев, Владимир Михайлович, Галеев, Эльдат Михайлович, Тихомиров, Владимир Михайлович. - М. : Наука, 1984. - 288 с. : ил. ; 21 см. - 00-90.

**б) дополнительная литература:**

1. Галеев Э.М. Курс лекций по вариационному исчислению и оптимальному управлению. М.: Изд-во МГУ, 1996.
2. Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.И. Методы оптимизации. Минск: Изд-ву БГУ, 1981
3. Пантелеев А.Б., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005.
4. Карманов, Владимир Георгиевич. Математическое программирование : учебное пособие для студентов вузов / Карманов, Владимир Георгиевич. - Изд. 2-е. - М. : Наука, 1980. - 256 с. ; 21 см. + черт. - 00-44.

**9. Перечень ресурсов информационно- телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>  
<http://edu.icc.dgu.ru>

**10. Методические указания для обучающихся на освоению дисциплины.**

Учебная программа по методам оптимизаций распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по методом оптимизации рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины методы оптимизации. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.