МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные главы уравнений в частных производных

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: **вариативная**

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины **«Дополнительные главы уравнений в частных производных»** составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки
01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры) от 12 марта 2015 г. № 228

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Меджидов З. Г., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018 г., протокол № 6.

Председатель ____________ Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2018 г. ____________ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) *01.03.02 - прикладная математика и информатика***.** Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Дополнительные главы уравнений в частных производных представляет собой один из трудных и важных разделов математики, имеющий приложения к физическим задачам. Этот раздел является продолжением курса обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и сознательное его освоение немыслимо без устойчивых и глубоких знаний по обыкновенным дифференциальным уравнениям и уравнениям в частных производных. Уравнения в частных производных применяются в гидродинамике, в теории упругости и т.д. Дисциплины «Уравнения в частных производных» и ее продолжение «Дополнительные главы уравнений в частных производных» нужно изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики. Курс «Дополнительные главы уравнений с частными производными» посвящен методам исследования вопросов корректности математических моделей естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными.

Теоретической основой таких методов является функциональный анализ, обобщенные функции и пространства Соболева.

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

профессиональных – ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия и самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольной работы, коллоквиума, зачета и экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
8	144	28	28				88	Экзамен, зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *«Дополнительные главы уравнений в частных производных»* являются:

• обеспечение более глубокого изучения студентами теории уравнений математической физики;

• теории обобщенных функций и слабых решений уравнений в частных производных;

• творческое овладение основными методами и технологиями доказательств теорем и решения задач действительного анализа, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *«Дополнительные главы уравнений в частных производных»* входит в вариативную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению *01.03.02 прикладная математика и информатика.* Знания по дисциплине «Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений с частными производными» для изучения вопросов корректности математических моделей естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-3	Способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	Знает: определения производных в смысле обобщенных функций; символ уравнения в частных производных; обобщенных аналитических функций; обобщенных функций; постановки краевых задач. Умеет: применять обобщенные функции и обобщенные аналитические функции к уравнениям в частных производных, возникающих при моделировании естественно-научных задач. Владеет: разными методами доказательств теорем существования решений краевых задач.

1. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации
				Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия	Контр. сам. раб.	Самост. работа	
	Модуль 1. ***Уравнения в частных производных***								
1	Символ уравнения. Классификация уравнений.	8	1-2	4		4		4	*Устный опрос*
2	Уравнения первого порядка	8	3	2		2		6	*Тестирование*
3	Метод Фурье	8	4-5	4		4		6	*Контрольная работа*
	Итого по модулю 1	***36***		***10***		***10***		***16***	*Коллоквиум*
	Модуль 2. ***Обобщенные функции***								
1	Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций	8	6-7	4		4		10	*Устный опрос*
2	Фундаментальное решение	8	8-9	4		4		10	*Устный опрос*
	Итого по модулю 2	36		***8***		***8***		***20***	*Контрольная работа*
	Модуль 3. ***Обобщенные аналитические функции***								
1	Неоднородное уравнение Коши-Римана	8	10-12	6		6		10	*Устный опрос*
2	Уравнение Карлемана - Векуа	8	13-14	4		4		6	*Тестирование*
	Итого по модулю 3	***36***		***10***		***10***		***16***	*Коллоквиум*
	Модуль 3. ***Промежуточная аттестация***								
	Экзамен							36	Экзамен
	ИТОГО за 8 семестр	**144**		**28**		**28**		**88**	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Уравнения в частных производных

Тема 1. Символ уравнения. Классификация уравнений.

Определение уравнения в частных производных. Основные типы уравнений в частных производных. Приведение к каноническому виду. Понятие символа оператора. Главный символ. Определение типа уравнения в частных производных по символу.

Тема 2. Уравнения первого порядка

Уравнения в частных производных первого порядка. Основные методы нахождения общих интегралов.
Корректные и некорректные задачи для уравнений в частных производных. Основные методы решения.

Тема 3. Метод Фурье

Общая схема метода Фурье. Обоснование метода Фурье.

Модуль 2. Обобщенные функции

Тема 4. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций

Основные и обобщенные функции. Основные понятия. Обобщенные решения дифференциальных уравнений.

Тема 5. Фундаментальное решение

Фундаментальные решения уравнений в частных производных. Общее решение неоднородного уравнения. Дифференциальные уравнения в комплексных переменных. Основные задачи. Интегрирование линейных уравнений в частных производных с помощью рядов.

Модуль 3. Обобщенные аналитические функции

Тема 6. Неоднородное уравнение Коши-Римана

Неоднородное уравнение Коши-Римана и его решение. Потенциальный и сингулярный операторы и их свойства.

Тема 7. Уравнение Карлемана - Векуа

Уравнение Карлемана-Векуа и его решение. Обобщенные аналитические функции и их свойства. Понятие об обобщенных аналитических функциях многих переменных.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1. Уравнения в частных производных

Тема 1. Символ уравнения. Классификация уравнений.

Определение уравнения в частных производных. Основные типы уравнений в частных производных. Приведение к каноническому виду. Понятие символа оператора. Главный символ. Определение типа уравнения в частных производных по символу.

Тема 2. Уравнения первого порядка

Уравнения в частных производных первого порядка. Основные методы нахождения общих интегралов.
Корректные и некорректные задачи для уравнений в частных производных. Основные методы решения.

Тема 3. Метод Фурье

Общая схема метода Фурье. Обоснование метода Фурье.

Модуль 2. Обобщенные функции

Тема 4. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций

Основные и обобщенные функции. Основные понятия. Обобщенные решения дифференциальных уравнений.

Тема 5. Фундаментальное решение

Фундаментальные решения уравнений в частных производных. Общее решение неоднородного уравнения. Дифференциальные уравнения в комплексных переменных. Основные задачи. Интегрирование линейных уравнений в частных производных с помощью рядов.

Модуль 3. Обобщенные аналитические функции

Тема 6. Неоднородное уравнение Коши-Римана

Неоднородное уравнение Коши-Римана и его решение. Потенциальный и сингулярный операторы и их свойства.

Тема 7. Уравнение Карлемана - Векуа

Уравнение Карлемана-Векуа и его решение. Обобщенные аналитические функции и их свойства. Понятие об обобщенных аналитических функциях многих переменных.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Дополнительные главы уравнений в частных производных* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.
По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных ви-

деопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы:

1. **М.М. Карчевский**, **М.Ф. Павлова** Уравнения математической физики. Дополнительные главы: Учебное пособие/ Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008 http://repository.kpfu.ru/?p_id=9371
2. **Михлин** С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977

6.1. Примерные варианты самостоятельных работ по теме «Пространства основных и обобщенных функций»

Вариант 1

1. Доказать, что функция $\varphi(x)=e^{-x^2}$, $x\in R$, принадлежит основному пространству S.
2. Доказать, что если непрерывная функция f обращается в нуль в области G в смысле обобщенных функций, то $f(x)=0$ для всех $x\in G$.
3. Доказать, что если функция $f(x)$ имеет производную в классическом смысле, то она совпадает с производной в смысле обобщенных функций.
4. Доказать, что ряд $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} a_k\delta(x-k)$ сходится в K' при любых $a_k\in R$.
5. Доказать предельное соотношение (в K') при $t\to+\infty$: $\frac{e^{ixt}}{x-i0}\to 2\pi i\delta(x)$.
6. Доказать равенство: $x^n\delta^{(n)}(x)=(-1)^n n!\delta(x)$.
7. Пусть $0\le a\le b$. Доказать, что

$$\theta(x-a)*\theta(x-b)=(x-a-b)\theta(x-a-b).$$

Вариант 2

1. Верно ли, что $e^x\ \varphi(x)\in S(R)$ для $\forall\varphi\in S$?
2. Доказать равенство $\theta(x)\sin x*\theta(x)\cos x=\frac{1}{2}x_+\cdot\sin x$.
3. Доказать предельное соотношение (в K') при $t\to+\infty$: $\frac{e^{-ixt}}{x-i0}\to 0$.
4. Пусть $|a_k|\le A|k|^m+B$ для некоторого $m>0$ и $\forall k=0\pm1,\pm2,\ldots$. Тогда тригонометрический ряд $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}a_k e^{ikx}$ сходится в $K'(R)$.
5. Доказать, что функционал $(\delta,\varphi)=\varphi(0)$ сингулярен.
6. Доказать равенство $\theta(x)\sin x*\theta(x)\sin x=\frac{1}{2}[\theta(x)\sin x-x_+\cdot\cos x]$.

7. Доказать, что если ряд $\sum_{m=0}^{\infty} a_m \delta^{(m)}(x)$ сходится в K', то все коэффициенты a_m, начиная с некоторого номера, равны нулю.

Вариант 3

1. Доказать предельное соотношение (в K') при $t \to +\infty$: $\frac{e^{-ixt}}{x+i0} \to -2\pi i\delta(x)$.
2. Доказать, что если $\varphi(x) \in S$, то функции $\varphi^{(n)}(x)$ для любого $n \ge 0$ абсолютно интегрируемы на всей прямой $\mathbb{R}$.
3. Доказать, что если последовательность $\{\varphi_m(x)\}_1^\infty \subset K(R)$ сходится в пространстве K к функции φ, то $a\varphi_n \xrightarrow{K} a\varphi$ для любой бесконечно дифференцируемой функции a.
4. Доказать, что функция $\frac{1}{\pi x}\sin\frac{x}{\varepsilon}$ стремится к $\delta(x)$ при $\varepsilon \to +0$.
5. Верно ли, что $x^n\varphi(x) \in S(R),\ n \in N$ для $\forall \varphi \in S$?
6. Доказать равенство $\theta(x)\cos x * \theta(x)\cos x = \frac{1}{2}[\theta(x)\sin x + x_+ \cdot \cos x]$.
7. Доказать, что если функция $f(x)$ имеет производную в классическом смысле, то она совпадает с производной в смысле обобщенных функций.

6.2. Другие виды самостоятельной работы, распределенные по темам, со ссылками на рекомендуемую литературу

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	*Виды и содержание самостоятельной работы*
Модуль 1. *Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций*	
1. Переход к пределу под знаком интеграла. 2. Фундаментальные решения для некоторых уравнений в частных производных.	Рефераты и доклады на тему: 1. Реферат на тему: Сравнение переходов к пределу в интегралах Римана и Лебега. 2. Медленно растущие обобщенные функции
3. Аппроксимация гладкими функциями. Цепное правило.	Доклады и рефераты на темы: 1.Преобразование координат. 2. Продолжение функций.
Модуль 2. Пространства Соболева	
1. Определение интеграла Лебега. Свойства.	Реферат на тему: Различные подходы к определению интеграла Лебега.
2. Неравенство Пуанкаре.	Реферат на тему: Неравенство Пуанкаре.
3.Пространство Соболева периодических функций.	Доклад на тему: Разностные отношения

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ПК-3	*Знает*: определения производных в смысле обобщенных функций; символ уравнения в частных производных; обобщенных аналитических функций; обобщенных функций; постановки краевых задач. *Умеет*: применять обобщенные функции и обобщенные аналитические функции к уравнениям в частных производных, возникающих при моделировании естественнонаучных задач. *Владеет*: разными методами доказательств теорем существования решений краевых задач.	Изучение тем дисциплины по лекциям, основной литературе [1] – [4], на практических занятиях решать задачи из книг [1], [2], [6]; выступления с докладами; круглый стол на тему «Обобщенные решения уравнений в частных производных».

7.2. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Эллиптические уравнения. Определения и примеры.
2. Эллиптические системы уравнений. Определения и примеры.
3. Основные и обобщенные функции. Функция Дирака.
4. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
5. Обобщенные производные. Примеры.
6. Производные в смысле Соболева.
7. Свойства производных в смысле Соболева.
8. Ядро усреднения. Усреднение функции.
9. Свойства усредненных функций.

Примерные вопросы к экзамену

10. Эллиптические уравнения. Определения и примеры.
11. Эллиптические системы уравнений. Определения и примеры.
12. Основные и обобщенные функции. Функция Дирака.
13. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.

14. Обобщенные производные. Примеры.
15. Производные в смысле Соболева.
16. Свойства производных в смысле Соболева.
17. Ядро усреднения. Усреднение функции.
18. Свойства усредненных функций.
19. Линейные функционалы над пространством Лебега.
20. Достаточное условие существования производной в смысле Соболева от произведения функций.
21. Определение пространства Соболева.
22. След элемента из пространства Соболева.
23. Теоремы вложения.
24. Неравенство Фридрихса.
25. Неравенство Пуанкаре.
26. Эквивалентные нормы в пространствах Соболева.
27. Эквивалентная норма для одного пространства Соболева над полем R с комплекснозначными элементами.
28. Обобщенное уравнение Бельтрами.
29. Задача Римана-Гильберта для системы Коши-Римана.
30. Задача Римана-Гильберта для обобщенного уравнения Бельтрами.
31. Неравенство острого угла для недивергентного эллиптического оператора второго порядка.
32. Задача Дирихле для недивергентного эллиптического оператора второго порядка.
33. Пространства Соболева периодических функций.
34. Периодическая задача для обобщенного оператора Бельтрами.

Примерные тестовые задания

Задача 1. Уравнение Лапласа – уравнение
1) параболического типа (0)
2) гиперболического типа (0)
3) неопределенного типа (0)
4) смешанного типа (0)
5) эллиптического типа (1)

Задача 2. Система Коши-Римана – система уравнений
1) параболического типа (0)
2) гиперболического типа (0)
3) неопределенного типа (0)
4) смешанного типа (0)
5) эллиптического типа (1)

Задача 3. Уравнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + (2i)^{-1}\partial_z u = f$ – уравнение
1) параболического типа (0)
2) гиперболического типа (0)
3) неопределенного типа (0)
4) смешанного типа (0)

5) эллиптического типа (1)

Задача 4. Уравнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + \mu\partial_z u = f,\ \|\mu\|_{L_\infty(Q)} \le k_0 < 1,$ – уравнение
1) параболического типа (0)
2) гиперболического типа (0)
3) неопределенного типа (0)
4) смешанного типа (0)
5) эллиптического типа (1)

Задача 5. Обобщенное **у**равнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + \mu\partial_z u + \nu\partial_{\bar{z}}\bar{u} = f,\ \|\mu\|_{L_\infty(Q)} + \|\nu\|_{L_\infty(Q)} \le k_0 < 1,$ – уравнение
1) параболического типа (0)
2) гиперболического типа (0)
3) неопределенного типа (0)
4) смешанного типа (0)
5) эллиптического типа (1)

Задача 6. Функция $f(x) = \frac{1}{x}$
1) суммируема на отрезке $[0; 1]$ (0)
2) суммируема с квадратом на отрезке $[0; 1]$ (0)
3) суммируема с квадратом на отрезке $[-1; 1]$ (0)
4) локально суммируема на полуинтервале $(0; 1]$
5) локально суммируема на $(0; +\infty)$.

Задача 7. Выберите все верные варианты ответов:
1) Функция Дирихле $D(x)$, равная 1 в рациональных точках и равная 0 в иррациональных точках, на отрезке $[0; 1]$ …
а) является суммируемой (интегрируемой по Лебегу) и неинтегрируемой по Риману (в собственном или несобственном смысле);
б) является суммируемой и интегрируемой по Риману в несобственном смысле;
в) не является ни суммируемой, ни интегрируемой по Риману.
2) Функция $f(x)$, равная $\frac{1}{\sqrt{x}}$ при $x \in (0; 1]$ и нулю при $x = 0$, на отрезке $[0; 1]$ …
а) является суммируемой (интегрируемой по Лебегу) и интегрируемой по Риману в несобственном смысле;
б) не является суммируемой и является интегрируемой по Риману в несобственном смысле;
в) не является суммируемой и интегрируемой по Риману.

Примерные варианты контрольных работ по теме «Пространства основных и обобщенных функций»

Вариант 1

1. Доказать, что функция $\varphi(x)=\begin{cases} e^{-\frac{|ab|}{(x-a)(b-x)}} \text{ при } x\in(a,b), \\ 0 \text{ при } x\notin(a,b) \end{cases}$ принадлежит основному пространству $K(\mathbb{R})$.
2. Доказать, что если последовательность $\{\varphi_m(x)\}_1^\infty \subset K(R)$ сходится в пространстве K к функции φ, то $a\varphi_n \xrightarrow{K} a\varphi$ для любой бесконечно дифференцируемой функции a.
3. Доказать, что функционал $(\delta,\varphi)=\varphi(0)$ сингулярен.
4. Доказать, что функционалы $\left(\mathrm{P}\frac{1}{x},\varphi\right)=Vp\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)}{x}dx$ и $\left(\mathrm{P}\frac{1}{x^2},\varphi\right)=Vp\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)-\varphi(0)}{x^2}dx$ являются обобщенными функциями. Показать, что $\mathrm{P}\frac{1}{x}\cdot x=1$, $\mathrm{P}\frac{1}{x^2}\cdot x^2=1$, $\left(\mathrm{P}\frac{1}{x}\right)'=-\left(\mathrm{P}\frac{1}{x^2}\right)$.
5. Показать, что функционал $(y',\varphi)=\int\limits_0^\infty \lambda x^{\lambda-1}[\varphi(x)-\varphi(0)]dx$ является производной обобщенной функции $y=x_+^\lambda=\begin{cases} x^\lambda \text{ } при\ x>0, \\ 0 \text{ } при\ x<0 \end{cases}$.
6. Показать, что: $\theta'(x)=\delta(x)$, $\theta'(x-h)=\delta(x-h)$, $\operatorname{supp}\delta(x-h)=\{h\}$.
7. Доказать, что если ряд $\sum\limits_{m=0}^{\infty}a_m\delta^{(m)}(x)$ сходится в K', то все коэффициенты a_m, начиная с некоторого номера, равны нулю.

Вариант 2

1. Доказать, что функция $\varphi(x)=\begin{cases} \sin^{m+1}\frac{x-a}{b-a} \text{ при } x\in[a,b], \\ 0 \text{ при } x\notin[a,b] \end{cases}$ принадлежит основному пространству $K^m[a,b]$.
2. Доказать, что если последовательность $\{\varphi_m(x)\}_1^\infty \subset K(R)$ сходится в пространстве K к функции φ, то $a\varphi_n \xrightarrow{K} a\varphi$ для любой бесконечно дифференцируемой функции a.
3. Доказать, что следующие функции стремятся к $\delta(x)$ при $\varepsilon\to+0$:

$$а)\ \frac{1}{2\sqrt{\pi\varepsilon}}e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}},\ б)\ \frac{1}{\pi x}\sin\frac{x}{\varepsilon}.$$

4. Показать, что функционал $(y',\varphi)=\int\limits_0^\infty \frac{1}{x}[\varphi(x)-\varphi(0)\theta(1-x)]dx$ является производной обобщенной функции $y=\ln x_+ = \begin{cases} \ln x \; при \; x>0, \\ 0 \; при \; x<0 \end{cases}$.
5. Вычислить $\frac{d^3}{dt^3}|t|$.
6. Пусть *g(x)* – локально интегрируемая функция, α_i=*const*. Доказать, что равенство (в K') $g(x)+\sum\limits_{k=1}^{n}\alpha_k\delta(x-x_k)=0$ имеет место тогда и только тогда, когда $g(x)\overset{K'}{=}0$ и α_k*=0, k=1,…,n.*.
7. Доказать равенство: $x^n\delta^{(n+k)}(x)=(-1)^n\frac{(n+k)!}{k!}\delta^{(k)}(x)$

Вариант 3

1. Доказать, что если $\varphi(x)\in S$, то функции $\varphi^{(n)}(x)$ для любого $n\geq 0$ абсолютно интегрируемы на всей прямой ***R***.
2. Доказать, что для того чтобы для функции $\varphi\in K$ существовала $\psi\in K$ такая, что $\varphi=\psi'$ необходимо и достаточно, чтобы $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)dt=0$.
3. Доказать, что следующие функции стремятся к *δ(x)* при $\varepsilon\to +0$:

   а) $\frac{1}{\pi}\frac{\varepsilon}{x^2+\varepsilon^2}$, б) $\frac{1}{\pi\varepsilon x^2}\sin^2\frac{x}{\varepsilon}$.
4. Доказать, что если $f_n(x)=\cos nx$, то $f_n^{(k)}\overset{K'}{\to}0$, $\forall k\geq 0$.
5. Вычислить: а) $\frac{d}{dx}\{x\}$, где $\{x\}$ - дробная часть x; б) $\frac{d}{dx}[x]$, где $[x]$ - целая часть x; в) $\frac{d}{dx}\theta(1-|x|)$.
6. Разложив функцию $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{x^2}{4\pi}$ в ряд Фурье на отрезке *[0,2π]* и дважды продифференцировав полученный ряд, доказать формулу
$$\frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}e^{ikx}=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(x-2k\pi).$$
7. Пусть $|a_k|\leq A|k|^m+B$ для некоторого *m>0* и $\forall k=0\pm1,\pm2,\ldots$ Доказать, что тогда тригонометрический ряд $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}a_ke^{ikx}$ сходится в $K'(R)$.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего

контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий – 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум – 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос – 50 баллов,
- письменная контрольная работа – 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1) **Владимиров, Василий Сергеевич.**
Уравнения математической физики : учебник для физ.-техн. спец. вузов. / Владимиров, Василий Сергеевич. - 5-е доп. - М : Наука, 1988. - 512 с. : ил. ; 22 см. - с.509-512. - ISBN 5-02-013769-X : 1-30.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2) **Владимиров, Василий Сергеевич.**
Обобщенные функции в матетатической физике. / Владимиров, Василий Сергеевич. - 2-е испр, доп. - М : Наука, 1979. - 318 с. : ил. ; 22 см. - (Соврем. физ.-техн. проблемы.). - с.310-314.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3) **Владимиров В.С.** и др. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1982.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4) **Михлин С.Г.**
Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
5) **Пичугин Б.Ю.** Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: курс лекций/ Пичугин Б.Ю., Пичугина А.Н. – Электрон. текстовые данные. – Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016. – 180 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/59669.html. – ЭБС «IPRbooks»
6) **Субботин А.И**. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации [Электронный ресурс]/ Субботин А.И.— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2003.— 336 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16578.html. — ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная литература:

7) **Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф.**
Сборник задач по уравнениям математической физики, М. Наука, 1977.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

8) **Алексеев А.Д**. Уравнения с частными производными в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Алексеев А.Д., Кудряшов С.Н., Радченко Т.Н.– Электрон. текстовые данные.– Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2009.– 80 с.– Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/47167.html. – ЭБС «IPRbooks»

9) **М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова**
Уравнения математической физики. Дополнительные главы: Учебное пособие/ Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008 http://repository.kpfu.ru/?p_id=9371

10) **Петровский И.Г**., Лекции об уравнениях с частными производными, М. Физматгиз, 1961.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

11) **Тихонов А.Н., Самарский А.А.,** Уравнения математической физики, М. Наука, 1972.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

12) **Паршев Л.П.** Уравнения в частных производных первого порядка [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению типового расчета/ Паршев Л.П., Калинкин А.В. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. – 28 с.– Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/31307.html. — ЭБС «IPRbooks»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт – для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	**Студентам:** - запустить установленный у Вас математический пакет, выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решит свою задачу по аналогии; **Преподавателям:**

			- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. **Всем заинтересованным пользователям:** **1.** можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. **2.** найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Язык обобщенных функций (или распределений, как их еще называют в литературе) является основным языком многих современных направлений математики. Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» способствует выработке навыков применения этого языка у будущих бакалавров бакалавров. Поэтому творческое овладение этой дисциплиной особенно важно для тех, кто собирается продолжить учебу в магистратуре и аспирантуре по различным направлениям. Обобщение понятия решения уравнений не только расширяет круг решаемых задач, но и значительно упрощает решение этих задач, автоматизируя многие математические операции.

Систематическое изложение научных материалов, освещение главных тем данной дисциплины проводится в ходе лекционного курса. Изучение теоретического курса выполняется самостоятельно каждым студентом по итогам каждой из лекций, используя конспект (электронный) лекций, учебники, представленные в разделе 8 «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины», результаты контролируются преподавателем на практических занятиях.

Если возникают вопросы, следует обратиться на кафедру к преподавателю, согласно графику консультаций ведущего преподавателя. Обращаясь за консультацией, необходимо указать, каким учебником пользовались и какой раздел, глава, параграф вам не понятен.

Решения задач и самостоятельные работы по заданию (индивидуальному, где требуется) преподавателя сдаются в конце каждой зачетной единицы.

Для сдачи зачетной единицы «Дифференциальные уравнения в пространстве обобщенных функций» необходимо проанализировать лекционный материал с использованием источников литературы, предварительно повторить темы «Фундаментальное решение» и «Преобразование Фурье».

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить соответствующий теоретический материал из следующих литературных источников, рекомендованных в п. 8: [1], [2], [4], [5].

Решать задачи и упражнения из учебных пособий и задачников: [1], [5], [6].

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Дополнительные главы уравнений в частных производных» необходимы:
Системное программное обеспечение: ОС Windows 7/8/10;
Прикладное программное обеспечение: MSOffice 2007/2010/2013;
Сетевые приложения: электронная почта, поисковые системы Google, Yandex.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения лекционных и практических занятий по дисциплине необходима аудитория на 20-25 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.
Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины «Обобщенные функции». Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.
В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.