

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Физический факультет

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата

03.03.02. Физика

Направленность (профиль) программы:

«Фундаментальная физика», «Медицинская физика»

Форма обучения:

очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала - 2022

Рабочая программа дисциплины «**Дифференциальные уравнения**» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению **03.03.02 Физика** от «7» августа 2020г. № 891

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 15.03.2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Спражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02.Физика
Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, универсальных УК-1, профессиональных ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и тестирование и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них Лекц ии	Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации		
3	144	36		36			36+36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Дифференциальные уравнения" является

- формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.
- обучение студентов основным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и использованию при математическом моделировании физических, биологических и других процессов .
- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений как средства математического моделирования .
- воспитание у студентов чувства ответственности, закладка нравственных, этических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, научного мировоззрения, способностей придерживаться законов и норм поведения, принятых в обществе и в своей профессиональной среде.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 Физика

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы

дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Б-УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;	Знает: основные методы критического анализа; методологию системного подхода, принципы научного познания. Умеет: производить анализ явлений и обрабатывать полученные результаты; выявлять проблемные ситуации, используя методы анализа, синтеза и абстрактного мышления; использовать современные теоретические концепции и объяснительные модели при анализе информации Владеет: навыками критического анализа	Коллоквиум, тестирование, устный опрос
	Б-УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Знает: систему информационного обеспечения науки и образования; Умеет: осуществлять поиск решений проблемных ситуаций на основе действий, эксперимента и опыта; выделять экспериментальные данные, дополняющие теорию (принцип дополнительности). Владеет: основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией.	Коллоквиум, тестирование, устный опрос
	Б-УК-1.3. Осуществляет	Знает: методы поиска	Коллоквиум,

	поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	информации в сети Интернет; правила библиографирования информационных источников; библиометрические и наукометрические методы анализа информационных потоков. Умеет: критически анализировать информационные источники, научные тексты; получать требуемую информацию из различных типов источников, включая Интернет и зарубежную литературу. Владеет: методами классификации и оценки информационных ресурсов	тестирование , устный опрос
	Б-УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата.	Знает: базовые и профессионально-профилированные основы философии, логики, права, экономики и истории; сущность теоретической и экспериментальной интерпретации понятий; сущность операционализации понятий и ее основных составляющих. Умеет: формулировать исследовательские проблемы; логически выстраивать последовательную содержательную аргументацию; выявлять логическую структуру понятий, суждений и умозаключений, определять их вид и логическую корректность. Владеет: методами логического анализа различного рода рассуждений, навыками ведения дискуссии и полемики	Коллоквиум, тестирование , устный опрос
	Б-УК-1.5. Рассматривает	Знает: требования,	

	и предлагает возможные варианты решения поставленных задач	предъявляемые к гипотезам научного исследования; виды гипотез (по содержанию, по задачам, по степени разработанности и обоснованности). Умеет: определять в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей разработке и предлагать способы их решения. Владеет: технологиями выхода из проблемных ситуаций, навыками выработки стратегии действий; навыками статистического анализа данных	
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Выявляет и анализирует проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности, основываясь на современной научной картине мира.	Знает: - физико-математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности - тенденции и перспективы развития современной физики, а также смежных областей науки и техники. Умеет: - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, анализировать и обрабатывать соответствующую научно-техническую литературу с учетом зарубежного опыта. Владеет: - навыками находить и критически анализировать информацию, выявлять естественнонаучную сущность проблем	Коллоквиум, тестирование, устный опрос
	ОПК-1.2. Реализует и совершенствует новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области	Знает: - основные понятия, идеи, методы, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач физики; - новые методологические подходы к решению задач	

	<p>профессиональной деятельности</p>	<p>в области профессиональной деятельности. Умеет: - реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности. Владеет: - навыками реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности</p>	
	<p>ОПК-1.3. Проводит качественный и количественный анализ выбранного методов решения выявленной проблемы, при необходимости вносит необходимые коррективы..</p>	<p>Знает: - основы качественного и количественного анализа методов решения выявленной проблемы. Умеет: - выбирать метод решения выявленной проблемы, проводить его качественный и количественный анализ, при необходимости вносить необходимые коррективы для достижения оптимального результата. Владеет: - навыками проводить качественный и количественный анализ методов решения вы- 26 26 явленной проблемы, оценивать эффективность выбранного метода.</p>	<p>Коллоквиум, тестирование , устный опрос</p>
<p>ПК-3. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические</p>	<p>ПК-3.1. Использует теоретические и практические знания для постановки и решения педагогических задач в предметной области и в области образования</p>	<p>Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области;</p>	<p>Коллоквиум, тестирование , устный опрос</p>

умения по предмету в профессиональной деятельности	ПК-3.2. Способен соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития	закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач (педагогика, методика преподавания предмета.) Умеет: анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов. Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач..	Коллоквиум, тестирование, устный опрос
	ПК-3.3. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций		

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 часов

№	Раздел дисциплины	Всего	Виды учебной работы, включая сам. раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			контроль	Формы текущ.контр. успеv-ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка							
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка		4	6	4	2	Контрольная работа
	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий		4	4	4	2	Контрольная работа

	множитель.						
	Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной		4	4	4	6	Коллоквиум
	Итого за модуль	36	12	14		10	
Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков							
	Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..		4	4	6	2	Контрольная работа
	Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка		6	6	6	2	Контрольная работа
	Раздел 6. Линейный дифференциальный оператор .Краевые задачи . Системы линейных дифференциальных уравнений		4	4	6	4	коллоквиум
	Итого за модуль 2	36	14	14		8	
Модуль 3. Общая теория систем дифференциальных уравнений							
	Раздел 7. Системы линейных дифференциальных уравнений		6	4	6	6	Контрольная работа
	Раздел 8. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений .		4	4	2	4	Контрольная работа
	Итого за 3 модуль	36	10	8	8	10	коллоквиум
	Модуль 4: подготовка к экзамену	36				36	экзамен
	ИТОГО	144	36	36	36	36	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения первого порядка» является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка. Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины. Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

Тема 3. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

Тема 5. Теорема Коши для уравнений первого порядка.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий. Вопросы продолжения решений. Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

Тема 7. Особые решения.

Понятие особого решения дифференциального уравнения первого порядка. Два метода нахождения особого решения. Склеенные решения.

Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаниями проведения одного уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, приложение их в колебательных процессах.

Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

Тема 2. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

Тема 3. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Ван-дер-монда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

Тема 4. Уравнение Эйлера. Неоднородные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Решение уравнений с помощью рядов.

Различные модификации однородного и неоднородного дифференциального уравнения Эйлера. Метод преобразования уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Понятие о краевых задачах. Функция Грина. Задача Штурма – Лиувилля.

Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений

Определение, общие свойства.

Теорема Коши. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение общего решения линейной однородной системы.

Построение однородной линейной системы по заданной фундаментальной системе. Нахождение частного решения неоднородной системы методом вариации произвольных постоянных.

Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.

Метод Эйлера нахождения частных решений. Характеристическое уравнение. Случай действительных различных корней.

Случай кратных корней:

-первый подслучай – число кратности совпадает с числом независимых собственных векторов;

-второй подслучай – число независимых собственных векторов меньше числа кратности характеристического корня. Метод неопределенных коэффициентов. Исследование траекторий в окрестности особых точек.

Понятие особой точки системы. Однородная система двух линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Случай седла, узлов, фокуса и центра. Метод построения траекторий системы. Условия грубости системы. Исследование Фроммера. Понятие о предельных циклах.

Понятие устойчивости по Ляпунову. Метод функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости тривиального решения системы дифференциальных уравнений (второй метод).

Тема 8. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных .

4.4. Темы практических занятий

Модуль 1.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Занятие 1. (в аудитории и вне аудитории)

1. Решение с помощью изоклин.

2. Составление дифференциальных уравнений.

(номера задач из сборника № 13, 15, 21, 31, 2, 10, 16, 22, 34)

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним

Занятие 1.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.

2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.

3. Однородные уравнения.

(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)

4. Уравнения, приводящиеся к однородным.

(№ 113, 114, 132, 133).

Тема 3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 1.

1. Однородное линейное уравнение

2. Неоднородное уравнение.

3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.

(№ 140, 167, 173, 174, 175)

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 1.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Тема 5. Теорема Коши для уравнения первого порядка.

Занятие 1.

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения.
(№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Занятие 1.

1. Примеры уравнений, неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения, решаемые методом введения параметра.
(№ 241, 242, 267, 268, 283, 284).
3. Уравнение Лагранжа.
4. Уравнение Клеро.
(№ 297, 288, 289, 290, 295, 296).

Тема 7. Особые решения.

Занятие 1.

1. Нарушение условия Липшица. Понятие особого решения.
2. Уравнения, для которых существуют необходимые и достаточные признаки особых решений.
(№ 259, 260, 261, 262, 263, 264).

Модуль 2.

Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков Уравнения, допускающие понижение порядка.

Занятие 1.

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.
3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал.
(№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

Тема 2. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений n -го порядка.

Занятие 1, 2.

1. Линейные преобразования
2. Линейная зависимость и независимость функций.
3. Построение уравнения по заданной системе решений.
(№ 641, 642, 649, 650, 661, 662, 665, 667, 673, 681, 682, 704, 705, 719).

Тема 3. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 1.

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней.
(№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений.
(№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

Занятие 2.

1. Неоднородные системы.

2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов.
(№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

Тема 4. Уравнение Эйлера.

Занятие 1.

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений.
(№ 593, 594, 599, 600).

Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Занятие 1.

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.
(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

Модуль 3.

Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений

Занятие 1.

1. Условие существования и единственности решений.
2. Фундаментальная система решений. (№ 846, 876).

Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.

Занятие 1.

1. Решение систем методом исключения переменных.
2. Построение однородных систем по заданным решениям.
3. Решение однородных систем методом Эйлера.
(№ 786, 787, 788, 789, 790, 791, 800, 801, 802, 803, 804).
4. Случай кратных корней характеристического уравнения.
(№ 808, 809, 810, 811, 812).
5. Неоднородные системы линейных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.
(№ 834, 847, 848, 849).

Занятие 2.

1. Непосредственное исследование на устойчивость тривиального решения.
2. Исследование устойчивости по первому приближению.
3. Нахождение области асимптотической устойчивости. (№ 882, 883, 901, 903, 907, 909, 912).
4. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова.
(№ 923, 927, 928, 929).

Тема 8. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Занятие 1.

1. Классификация уравнений в частных производных. Приведение их к каноническому виду.
2. Методы решения уравнений .

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Лабораторные занятия.

Вузовская лекция должна выполнять не только информационную функцию, но также и мотивационную, воспитательную и обучающую.

Информационная функция лекции предполагает передачу необходимой информации по теме, которая должна стать основой для дальнейшей самостоятельной работы студента.

Мотивационная функция должна заключаться в стимулировании интереса студентов к науке. На лекции необходимо заинтересовывать, озадачить студентов с целью выработки у них желания дальнейшего изучения той или иной экономической проблемы.

Воспитательная функция ориентирована на формирование у молодого поколения чувства ответственности, закладку нравственных, этических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, финансово-экономического мировоззрения.

Обучающая функция реализуется посредством формирования у студентов навыков работы с первоисточниками и научной и учебной литературой.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

Коллоквиум - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- *знать* основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;
- *уметь* давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;
- *владеть* навыками доказательства теорем по тематике модуля.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент владеет по данному модулю навыками решения типичных задач, то по этому модулю ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Тест с анализом - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимися для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

Критерии оценки по тестам с анализом

Если студент умеет давать анализ теста по данному модулю, то по этому модулю ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент по теме данного модуля самостоятельно подготовил доклад и выступил с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по отдельным разделам дисциплины обеспечивается материалом, размещенный на образовательном модуле ДГУ:

1. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2012 г.
2. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2012 г.
3. Киясов, С.Н.Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории. Учебное пособие.-Казань, КФУ, 2011г.
4. Мухарлямов Р.К. Панкратьева Т.Н. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. /Метод пособие. Казань, КФУ.-2013 г.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Доклады на тему: Физические задачи приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики.
Тема 2. Решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения.	Доклады на тему: 1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2. Фазовый портрет и динамика.

Тема 2. Операционный метод и его применение к решению дифференциальных уравнений и систем.	Доклады на тему: 1. Метод Рунге-Кутты и его применение для решения дифференциального уравнения.
Тема 3. Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.	Доклады на тему: 1. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.
Тема 4. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.
Тема 5. Решение уравнений с помощью рядов.	Доклады на тему: 1. Численные методы решения дифуравнений.
Тема 6. Краевые задачи	Доклады на тему: 1. Задача Штурма - Лиувилля 2. Функция Грина и ее построение..
Тема 7. Непростые неподвижные точки. Устойчивость.	Доклады на тему: 1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

1. Контрольные вопросы

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.

18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2 y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3 y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tgy}$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.
45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6; 15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5 \cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5; 125]$.

50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений

$$x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}.$$

51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.

52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$$53. x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z.$$

54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.

55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.

56. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$$x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2y.$$

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнения:

$$1) xy' = 3y; 2) y^2 + y'^2 = 1; 3) x^2y' - xy = yy'; 4) y' = 3y^{2/3}; 5) y = e^{xy/y}.$$

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

$$1) xydx + (x+1)dy = 0; 2) \sqrt{y^2 + 1}dx = xydy; 3) (x-y)dx + (x+y)dy = 0; 4) xy' + y = y^2; 5) y' = 10^{x+y}.$$

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) (x+2y-1)dx + xdy = 0; 2) (x-y)dx + (x+y)dy = 0; 3) (x+y)dx + (y-1)dy = 0; 4) (x^2+y)dx - xydy = 0; 5) (1-x)dx + (x+y)dy = 0.$$

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

$$1) (x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0; 2) (x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0; 3) (x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0; 4) xy^2(xy' + y) = 1; 5) (x^2 + 3\ln y)ydx = xdy.$$

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

$$1) x_0 = -1, y_0 < 0, y_0' - \text{любое}; 2) x_0 = -1, y_0 > 0, y_0' - \text{любое}; 3) x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1; 4) x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0; 5) x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0.$$

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

$$1) y = 2xy' - 4y'^2; 2) y = xy' - y'^2; 3) y = -xy' + 4\sqrt{y'}; 4) xy' - y = \ln y'; 5) x = y^2 + y'.$$

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

$$1) y = (7 - 3x)e^{x-2}; 2) y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1; 3) y = e^{2x} - 3e^x - 1; 4) y = e^{-x} - e + x - 1; 5) y = -2x^2 + 4x + 1.$$

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

$$1) y'' - 4y' + 5y = 0; 2) y^{IV} + 2y' + y = 0; 3) y''' - 3y'' + 3y' - y = 0.$$

- IX. Система функций линейно зависима:
 1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .
- X. Уравнением Эйлера является:
 1) $x^2 y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2 y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$;
 4) $x^3 y''' + x^2 y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$.
- XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:
 1) $x^2 y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2 y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$;
 4) $x^3 y''' + x^2 y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$.
- XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:
 1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$; 5)
 $f(x, y) = 1 + x + y$.
- XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:
 1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$; 5) $0,31 < d < 0,33$.
- XIV. Нулевое решение системы устойчиво:
 1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$;
 5) $x' = x, y' = -y$;
- XV. Особая точка $(0, 0)$ системы является седлом:
 1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4)
 $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.
- XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:
 1) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$;
 5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям

- I. Функция $y = x + C\sqrt{1 + x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:
 1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$;
 3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.
- II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид:
 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.
- III. Дифференциальное уравнение является однородным:
 1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$;
 3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.
- IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:
 1) $y^3 y' - xy = x$; 2) $y' + x^2 y = xy^2$; 3) $y^2 y' - xy = x^2$.
- V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши $y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид:

$$1) y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}; \quad 2) y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20};$$

$$3) y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}.$$

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$ является:

$$1) y = x^2 + C_1x + C_2; \quad 2) y = C_1x + C_2; \quad 3) y = C_1x^2 + C_2x + C_3.$$

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

$$1) 1; \quad 2) -1; \quad 3) 0.$$

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (x+y)dx + (x-y+1)dy = 0; \quad 2) (2x+y)dx + (x-3y+4)dy = 0;$$

$$3) \left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0.$$

IX. Функции $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

$$1) y'' + 4y = 0; \quad 2) y'' - 4y = 0; \quad 3) y'' - 2y = 0.$$

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

$$1) x^3y''' - xy' - 3y = -5x^2; \quad 2) x^3y''' - xy' - 3y = x^2; \quad 3) x^3y''' + xy' - 3y = x^2.$$

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$ является:

$$1) x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2; \quad 2) x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2; \quad 3) x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t.$$

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

$$1) \frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x; \quad 3) \frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x.$$

XIII. Выражение $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t-1 \end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

$$1) \frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad 2) \frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$3) \frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы, если:

$$1) -2 < \alpha < -1; \quad 2) 1 < \alpha < 2; \quad 3) -1 < \alpha < 1.$$

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

$$1) V(x, y) = x^2 + y^2; \quad 2) V(x, y) = (x+y)^2; \quad 3) V(x, y) = x^2 - y^2.$$

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y; \quad 3) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y.$$

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

$$1) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0; \quad 2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0; \quad 3) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 1; \quad 3) 0,5.$$

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$$

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x$$

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3) (x - y)dx + (-x + y)dy = 0$$

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 3) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x$$

IX. Функции $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

$$1) y'' - y = 0; \quad 2) y'' + y = 0; \quad 3) y'' - 4y = 0$$

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y; \quad 3) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$$

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений - $\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13$:

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 4$$

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

$$1) V(x, y) = x^4 + y^4; \quad 2) V(x, y) = (x - y)^2; \quad 3) V(x, y) = x^2 - y^2$$

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{1}{4}\pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 0,5$$

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

$$1) x' = -x, y' = -y; \quad 2) x' = -x + 2y, y' = -2x - y; \quad 3) x' = x - y, y' = -x + y$$

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1) $O_1(0,0)$; 2) $O_2(1,1)$; 3) $O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

Тест №4

по дифференциальным уравнениям

I. Дифференциальным уравнением семейства кривых $x^2 + y^2 = Cx$, где $C \in R$, является уравнение:

1) $2xyu' = y^2 + x^2$; 2) $2xyu' = y^2 - x^2$; 3) $xyu' = y^2 - x^2$

II. Интегральные кривые уравнения $y' = 2xy$ имеют вид:

1) $ye^{x^2} = C$; 2) $y = Ce^x$; 3) $y = Ce^{x^2}$.

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

1) $xy' = y + x$; 2) $xy' = y^2 + x$; 3) $xy' = \sqrt{y}$;

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = -3$ являются:

1) $y = -x$; 2) $y = 3$; 3) $y = -3$.

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $\sqrt{x}dx + (x - y)dy = 0$; 2) $ydx - xdy = 0$; 3) $(y + 1)dx + xdy = 0$.

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$; 2) $dx + xudy = 0$; 3) $(x + 2y)dx + (2x - y)dy = 0$.

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x^2}$ является интегрирующим множителем дифференциального уравнения:

1) $(x^2 + \sin^2 y)dx + x \sin 2ydy = 0$;

2) $(x^2 - \sin^2 y)dx + x \sin 2ydy = 0$;

3) $(x^2 - \sin^2 y)dx - x \sin 2ydy = 0$.

VIII. Функции линейно зависимые:

1) $4 - x, 2x - 8$; 2) e^x, e^{2x} ; 3) $1, x$.

IX. Функции $y_1 = \cos x, y_2 = \sin x$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' - 2y = 0$; 2) $y'' + 2y = 0$; 3) $y'' + y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы является узлом:

1) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 2) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 3) $\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -x$.

XI. Сколько особых точек (положение равновесия) имеет система уравнений

$\frac{dx}{dt} = xy + 4, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17$: 1) 3; 2) 1; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопеременной:

1) $V(x, y) = x^4 - y^4$; 2) $V(x, y) = x^2 + y^2$; 3) $V(x, y) = (x + y)^2$;

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + 4\pi^2 y = 0$ равно: 1) 1; 2) 0,5; 3) 2.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить устойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = x - y, y' = x + y$; 2) $x' = -x + y, y' = -x + y$; 3) $x' = -x + y, y' = -x - y$.

XV. Нулевое решение системы $\frac{dx}{dt} = -x - \alpha y, \frac{dy}{dt} = -\beta x - y$ асимптотически устойчиво,

если:

1) $\alpha\beta = -1$; 2) $\alpha\beta > -1$; 3) $\alpha\beta < -1$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + y$ является решением уравнения:

$$1) x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad 2) x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad 3) x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1.$$

Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.
4. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.
5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.
9. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
10. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
11. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
12. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
13. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
14. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
15. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
16. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
18. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
19. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
20. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
22. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
23. Теорема сравнения.
24. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
25. Теорема о приводимости линейной системы.
26. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
27. Периодические решения линейных систем.
28. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
29. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
30. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
31. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.

32. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
33. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов.
34. Уравнение Бесселя.
35. Уравнение Пфаффа.
36. Понятие устойчивости по Ляпунову. Метод функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости тривиального решения системы дифференциальных уравнений (второй метод).
37. Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат **по зачету** выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- *отлично*, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- *хорошо*, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- *удовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- *неудовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) адрес сайта курса (образовательный портал ДГУ).

б) Основная литература

1. Тихонов, Александр Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и 147 физика (2-бак.) 33 4.45 математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X :

Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко; под ред. В.К.Романко. - М.: Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00
Филиппов, Алексей Фёдорович . Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.
Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012> (17.06.2018).

в) Дополнительная литература

Егоров, Александр Иванович. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. : Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350
Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович. Динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями с производными дробного порядка : [учеб. пособие] / Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович, М. А. Назаралиев ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2012. - 82 с. - 52-50.
Матвеев, Павел Николаевич. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.
Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (17.10.2018).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

<http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

<http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/> (дата обращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дифференциальным уравнениям распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дифференциальным уравнениям рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.