

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

Образовательная программа бакалавриата

***03.03.02 Физика***

Направленность (профиль) программы:  
**«Фундаментальная физика», «Медицинская физика»**

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: ***входит в обязательную часть ОПОП***

**Махачкала 2022**

Рабочая программа дисциплины «**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02.

от «7» августа 2020г. № 891.

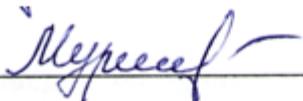
Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от 15.03.2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "Интегральные уравнения и вариационное исчисление" входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **03.03.02 «Физика»**

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, универсальных УК-1, профессиональных ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия ,самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и тестирование и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 2 зачетных единиц, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
		всего	Лекции и	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			консультации
1	72	52	18		34	-	-	20	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины

**Целями** освоения дисциплины "Интегральные уравнения и вариационное исчисление" является формирование современных теоретических знаний в области интегральных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов интегральных уравнений, решения вариационных задач.

Целями освоения дисциплины являются:

- изучение базовых понятий теории интегральных уравнений и вариационного исчисления.
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины.
- приобретения опыта работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой.
- воспитание у студентов чувства ответственности, закладка нравственных , эстетических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, финансово – экономического мировоззрения, способностей придерживаться законов и норм поведения, принятых в обществе и в своей профессиональной среде.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина " Интегральные уравнения и вариационное исчисление" входит в обязательную часть ОПОП бакалавриата по направлению подготовки) **03.03.02 "Физика**

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы теории интегральных уравнений находят самое широкое применение в физике. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, дифференциальными уравнениями, теорией функций комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука. Для ее усвоения необходимо знание таких предметов естественно – научного цикла как дифференциальные уравнения, математический анализ, алгебра и аналитическая геометрия.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Б-УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;	Знает: основные методы критического анализа; методологию системного подхода, принципы научного познания. Умеет: производить анализ явлений и обрабатывать полученные результаты; выявлять проблемные ситуации, используя методы анализа, синтеза и абстрактного мышления; использовать современные теоретические концепции и объяснительные модели при анализе информации Владеет: навыками критического анализа	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум
	Б-УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Знает: систему информационного обеспечения науки и образования; Умеет: осуществлять поиск решений проблемных ситуаций на основе действий, эксперимента и опыта; выделять экспериментальные данные, дополняющие теорию (принцип дополнительности). Владеет: основными	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум

		методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с компьютером как средством управления информацией.	
	Б-УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	Знает: методы поиска информации в сети Интернет; правила библиографирования информационных источников; библиометрические и наукометрические методы анализа информационных потоков Умеет: критически анализировать информационные источники, научные тексты; получать требуемую информацию из различных типов источников, включая Интернет и зарубежную литературу. Владеет: методами классификации и оценки информационных ресурсов	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум
	Б-УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата.	Знает: базовые и профессионально-профилированные основы философии, логики, права, экономики и истории; сущность теоретической и экспериментальной интерпретации понятий; сущность операционализации понятий и ее основных составляющих. Умеет: формулировать исследовательские проблемы; логически выстраивать последовательную содержательную аргументацию; выявлять логическую структуру понятий, суждений и умозаключений, определять их вид и логическую корректность.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум

		Владеет: методами логического анализа различного рода рассуждений, навыками ведения дискуссии и полемики	
	Б-УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленных задач	Знает: требования, предъявляемые к гипотезам научного исследования; виды гипотез (по содержанию, по задачам, по степени разработанности и обоснованности). Умеет: определять в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей разработке и предлагать способы их решения. Владеет: технологиями выхода из проблемных ситуаций, навыками выработки стратегии действий; навыками статистического анализа данных	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Выявляет и анализирует проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности, основываясь на современной научной картине мира.	Знает: - физико-математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности - тенденции и перспективы развития современной физики, а также смежных областей науки и техники. Умеет: - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, анализировать и обрабатывать соответствующую научно-техническую литературу с учетом зарубежного опыта. Владеет: - навыками находить и критически анализировать информацию, выявлять естественнонаучную сущность проблем	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум
	ОПК-1.2. Реализует и	Знает: - основные понятия,	Устный опрос,

	совершенствует новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности	идеи, методы, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач физики; - новые методологические подходы к решению задач в области профессиональной деятельности. Умеет: - реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности. Владеет: - навыками реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности	письменный опрос, тестирование, коллоквиум
	ОПК-1.3. Проводит качественный и количественный анализ выбранного методов решения выявленной проблемы, при необходимости вносит необходимые коррективы..	Знает: - основы качественного и количественного анализа методов решения выявленной проблемы. Умеет: - выбирать метод решения выявленной проблемы, проводить его качественный и количественный анализ, при необходимости вносить необходимые коррективы для достижения оптимального результата. Владеет: - навыками проводить качественный и количественный анализ методов решения вы- 26 26 явленной проблемы, оценивать эффективность выбранного метода.	
ПК-3. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические	ПК-3.1. Использует теоретические и практические знания для постановки и решения педагогических задач в	<b>Знает:</b> содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и	Устный опрос, письменный опрос, тестирование, коллоквиум

знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	предметной области и в области образования	процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач (педагогика, методика преподавания предмета.) Умеет: анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов. <b>Владеет:</b> навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач..	
	ПК-3.2. Способен соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития		
	ПК-3.3. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций		

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

### 4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы ,72 часа.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины по модулям	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	...	Самостоятельная работа в т.ч. экзамен	
<b>Модуль 1. Интегральные уравнения</b>								
1	<b>Тема 1.</b> Интегральные уравнения. Основные типы. Физические задачи приводящие к интегральным уравнениям.	1	2	2			2	Тестирование  Контрольная работа
2	<b>Тема2.</b> Уравнения Фредгольма 2 го рода с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма .		1	2			2	Контрольная работа
3	<b>Тема3.</b> Неоднородные интегральные уравнения типа Фредгольма .Метод последовательных приближений		1	2			1	Контрольная работа
4	<b>Тема4.</b> Теоремы Фредгольма. Первая , вторая и третья теоремы Фредгольма.		1	2			1	Контрольная работа
5	<b>Тема 5.</b> Уравнения с вырожденным ядром и методы их решения.		1	2			1	Контрольная работа
6	<b>Тема 6.</b> Уравнения типа Вольтерра и их решение методом итераций		2	2			1	Контрольная работа
7	<b>Тема 7 .</b> Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов		1	2			1	Контрольная работа
8	<b>Тема 8 .</b> Интегральные уравнения с симметрическим ядром		1	2			1	Контрольная работа
	...Итого по модулю 1	36	10	16			10	
	<b>Модуль 2 Вариационное исчисление</b>						2	коллоквиум
	<b>Тема 9.</b> Задачи вариационного		2	4			2	Контрольная работа

	исчисления.							
	<b>Тема 10.</b> Метод вариаций в задачах с неподвижными границами		2	4			1	Контрольная работа
	<b>Тема 11.</b> Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.		1	4			1	Контрольная работа
	<b>Тема 12.</b> Уравнение Эйлера - Лагранжа. Задача об оптимальной траектории		1	2			1	коллоквиум
	<b>Тема 13.</b> Решение некоторых задач с неподвижными границами. Задачи с подвижными границами		1	2			1	Контрольная работа
	<b>Тема14.</b> Задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа для решения изопериметрической задачи.		1	2			2	Контрольная работа
	Итого по модулю 2	36	8	18			10	
	<b>Итого</b>	72	18	34			20	Зачет

#### 4.3.Содержание дисциплины по темам:

##### 4.3.1.Содержание лекционных занятий по дисциплине :

##### **Модуль I. Интегральные уравнения**

В данном разделе рассмотрены основные понятия интегральных уравнений, линейные интегральные уравнения типа Фредгольма, метод определителей Фредгольма, метод последовательных приближений, уравнения с вырожденным ядром и методы их решений, метрические пространства, операторы сжатия в метрических пространствах, метод итераций и его применение к интегральным уравнениям, уравнения типа Вольтерра и их основные методы решений, линейные пространства и линейные операторы, основные понятия спектра и фредгольмовых операторов.

Целью изучения модуля «Интегральные уравнения» является овладение студентами знаниями интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение основных типов интегральных уравнений и методов их решения, знакомство с операторами и приложениями интегральных уравнений к решению физических задач.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление об интегральных уравнениях как модели физических задач.

#### **Тема 1: Введение. Понятие интегрального уравнения.**

##### **Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.**

### **План лекции:**

1. Основные понятия интегральных уравнений
2. Примеры физических задач приводящих к интегральным уравнениям
3. Классификация интегральных уравнений.
4. Уравнения Фредгольма 2 го рода с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.

### **Тема 2 Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма.**

#### **План лекции:**

1. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма
2. Основные идеи Фредгольма. Замена интегрирования суммированием
3. Метод определителей Фредгольма

### **Тема 3. Неоднородные интегральные уравнения типа Фредгольма .Метод последовательных приближений**

#### **План лекции:**

1. Метод последовательных приближений.
2. Решение уравнений методом последовательных приближений

### **Тема 4. Формулировка теорем Фредгольма**

#### **План лекции:**

1. Формулировка и доказательство первой теоремы Фредгольма
2. Теорема Фредгольма об альтернативе .

### **Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений**

#### **План лекции:**

1. Уравнения с вырожденным ядром
2. Методы решения уравнения с вырожденным ядром

### **Тема 6. Уравнения типа Вольтерра**

#### **План лекции:**

1. Уравнение Вольтерра
2. Методы последовательных приближений для уравнения Вольтерра
3. Метод итерации
4. Решение уравнений типа свертки методом интегральных преобразований.  
Преобразование Лапласа

### **Тема 7. Линейные пространства и линейные операторы.**

### **План лекции:**

1. Основные понятия линейных пространств.
2. Понятие спектра оператора.
3. Спектр фредгольмовых операторов

### **Тема 8. Интегральные уравнения с симметрическим ядром.**

#### **План лекции:**

1. Интегральные уравнения с симметрическим ядром..
2. Теорема Гильберта-Шмидта

## **Модуль II. Вариационные исчисления.**

Во втором разделе рассмотрено понятие функционала и простейшие задачи, связанные с функционалами, метод вариаций в задачах с неподвижными границами, уравнение Эйлера-Лагранжа и частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа, решение некоторых задач с неподвижными границами и применение метода вариации.

### **Тема 9. Задачи вариационного исчисления**

#### **План лекции:**

1. Понятие функционала и оператора в гильбертовом пространстве.
2. Задача вариационного исчисления
3. Простейшие задачи, связанные с функционалами. Задача Дидоны, задача о геодезической линии, задача о брахистохроне.

### **Тема 10. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами**

#### **План лекции:**

1. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами
2. Основная лемма вариационного исчисления.
3. Канонический вид уравнения Эйлера.

### **Тема 11. Экстремум функционала**

#### **План лекции:**

1. Основные понятия экстремума функционала
2. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. Основные типы задач на условный экстремум.

### **Тема 12. Уравнение Эйлера-Лагранжа.**

#### **План лекции:**

1. Уравнение Эйлера-Лагранжа
2. Задача об оптимальной траектории.
3. Нахождение условного экстремума функционала. Метод множителей Лагранжа

### **Тема 13. Решение некоторых задач с неподвижными границами.**

#### **План лекции:**

1. Решение некоторых задач с неподвижными границами.
2. Примеры классических задач и их решения.
3. Поиск экстремали функционала.

### **Тема 14. Задачи на условный экстремум .Метод множителей Лагранжа для решения изопериметрической задачи.**

#### **План лекции:**

1. Изопериметрическая задача с подвижными границами
2. Условие трансверсальности на правом и левом конце в вариационных задачах.
3. Задачи на условный экстремум .Метод множителей Лагранжа для решения изопериметрической задачи.

### **4.3.Содержание тем . Модуль 1. Интегральные уравнения.**

Целью изучения модуля «Интегральные уравнения » является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение основных типов интегральных уравнений и методов их решения, знакомство с операторами и приложениями интегральных уравнений к решению физических задач.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление об интегральных уравнениях как модели физических задач.

#### **Тема 1. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.**

Введение .Примеры задач приводящих к интегральным уравнениям .Классификация линейных интегральных уравнений. Уравнения 1 и 2 рода. Уравнения Фредгольма и Вольтерра.

#### **Тема 2. Теоремы типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений.**

Понятие о теоремах Фредгольма с доказательствами. Однородные и неоднородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденными ядрами. Сведение к задачам линейной алгебры.

#### **Тема 3. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма.**

Уравнения Фредгольма 2 рода. Собственные числа и собственные функции уравнения Фредгольма. Уравнения с симметричными непрерывными ядрами. Теорема Гильберта - Шмидта. Задача Штурма - Лиувилля. Сведение задачи Штурма - Лиувилля к интегральному уравнению с симметричным ядром. Теорема Стеклова.

#### **Тема 4.Теоремы Фредгольма.**

Интегральные уравнения с полярным ядром. Первая , вторая и третья теоремы Фредгольма .Операторные уравнения. Теория Рисса - Шаудера.

#### **Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решения.**

Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром. Метод последовательных приближений. Метод итерированных ядер. Сведение интегрального уравнения к дифференциальному уравнению.

#### **Тема 6. Метрические пространства. Метод итераций.**

Операторы сжатия в метрических пространствах. Метод итераций и его применение к интегральным уравнениям.

#### **Тема 7. Уравнения Вольтерра и их решение методом итераций.**

Решение уравнения Вольтерра методом дифференцирования. Методом построения резольвенты. Методом последовательных приближений. Методом итераций.

#### **Тема 8. Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов.**

Пространства  $R^n$ ,  $C[a, b]$ ,  $L_2[a, b]$ , характеристики спектра фредгольмовых операторов.

#### **Тема 9. Интегральные уравнения с симметрическими операторами**

Характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений. Сведение к задаче Штурма - Лиувилля. Принцип сжатых отображений. Неоднородные уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения Фредгольма с симметричным ядром.

#### **Тема 10. Другие типы интегральных уравнений.**

Решение уравнений первого рода, понятие о методе регуляризации, уравнения со слабой особенностью, сведение к регулярным путям итераций.

Уравнение Абеля 1 и 2 рода. Уравнение Гаммерштейна. Уравнение Урысона.

### **Модуль 2. Вариационное исчисление.**

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний об основных теоремах вариационного исчисления и классических задачах вариационного исчисления. Студент должен освоить методы нахождения экстремума функционала, вариации функционала, методы решения классических задач вариационного исчисления.

#### **Тема 1. Понятие функционала. Простейшие задачи связанные с функционалами.**

Примеры классических задач, задача Ньютона, задача о брахистохроне, задача о минимальной поверхности. Функционал, функциональные пространства.

#### **Тема 2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами.**

Вариация аргумента. Первая вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Примеры с конкретными видами функционалов.

#### **Тема 3. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.**

Простейшая вариационная задача с фиксированными границами. Решение уравнения Эйлера.

#### **Тема 4. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.**

Нахождение экстремума функционала. Необходимое и достаточное условие.

#### **Тема 5. Решение некоторых задач с неподвижными границами. Задачи с подвижными границами.**

Задача Больца .Условия трансверсальности .

#### **4.4. Темы практических занятий**

##### **Тема 1. Интегральные уравнения Фредгольма.**

1. Однородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.
2. Метод последовательных приближений .
3. Метод итерированных ядер.
4. Метод сведения к дифференциальному уравнению .

##### **Тема 2. Решение неоднородных уравнений Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.**

- 1.Сведение к задаче Штурма - Лиувилля.
- 2.Неоднородные уравнения с вырожденным ядром.
3. Резольвента уравнения Фредгольма с симметричным ядром.

##### **Тема 3. Метрические пространства. Метод итераций и его применение для решения интегральных уравнений.**

- 1.Метрические пространства. Нормированные и евклидовы пространства. Полнота. Операторы сжатия.
- 2.Метод итераций. Итерированные ядра.

##### **Тема 4. Интегральные уравнения Вольтерра 2 рода.**

- 1.Решение уравнения методом дифференцирования.
- 2.Решение уравнения методом построения резольвенты.
- 3.Решение уравнений методом последовательных приближений.

##### **Тема 5 .Задача Штурма -Лиувилля.**

- 1.Собственные значения и собственные функции задачи Штурма -Лиувилля.
- 1.Сведение задачи Штурма -Лиувилля к интегральному уравнению .

##### **Тема 6.Функционалы. Простейшие задачи связанные с функционалами.**

- 1.Постановка и решение классических задач .Задача Ньютона .Задача о брахистохроне.
- 2.Функционал и первая вариация функционала.

##### **Тема 7.Метод вариации в задачах с неподвижными границами.**

- 1.Вариационная задача с закрепленными концами .Основная лемма вариационного исчисления.
- 2.Метод вариации .

##### **Тема 8. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.**

1. Уравнение Эйлера. Необходимое условие экстремума.
2. Поле экстремалей, функция Вейерштрасса ,достаточное условие экстремума

#### **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины « Интегральные уравнения и вариационное исчисление » лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью

активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В качестве образовательных технологий обеспечивающих достижение планируемых результатов обучения используются традиционные технологии, такие как лекции и лабораторные занятия. А также современные технологии: информационные технологии в обучении.

Вузовская лекция должна выполнять не только информационную функцию, но также и мотивационную, воспитательную и обучающую.

**Информационная** функция лекции предполагает передачу необходимой информации по теме, которая должна стать основой для дальнейшей самостоятельной работы студента.

**Мотивационная** функция должна заключаться в стимулировании интереса студентов к науке. На лекции необходимо заинтересовывать, озадачить студентов с целью выработки у них желания дальнейшего изучения той или иной экономической проблемы.

**Воспитательная** функция ориентирована на формирование у молодого поколения чувства ответственности, закладку нравственных, эстетических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, финансово – экономического мировоззрения.

**Обучающая** функция реализуется посредством формирования у студентов навыков работы с первоисточниками и научной и учебной литературой

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

*Коллоквиум* - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- *знать* основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;

- *уметь* давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;

- *владеть* навыками доказательства теорем по тематике модуля.

#### *Критерии оценки по коллоквиуму*

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Контрольная работа* - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

#### *Критерии оценки по контрольной работе*

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Тест с анализом* - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимся для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

#### *Критерии оценки по тестам с анализом*

Если студент *умеет* давать анализ теста по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Доклад* - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

*Реферат* - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

### Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент по теме данного модуля самостоятельно подготовил доклад и выступил с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

1. Попов В.А. Сборник задач по интегральным уравнениям. Изд КГУ Казань, 2006
2. Килбас А.А. Интегральные уравнения . Курс лекций. Минск. БГУ. 2005.
3. Бондаренко Н.П., Федосеев А.Е. Методы решения интегральных уравнений. Уч. пособие . Саратов , 2014г. - 62стр.
4. Кузнецов А.Ю. Семенов А.В. Избранные главы вариационного исчисления. Учебно-методическое пособие . Новгород, 2012 г.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Тема 1. Уравнение Абеля 1 и 2 порядка.	Доклады на тему: Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача о колебаниях, задача о рассеянии лучистой энергии, задача Абеля, задача о брахистохроне.
Тема 2. Линейные операторы в бесконечном евклидовом пространстве.	Доклады на тему: 1. Метрические пространства. Нормированные пространства, евклидовы пространства. 2. Линейные операторы.
Тема 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений. Преобразование Лапласа.	Доклады на тему: 1. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа. 2. Метод Винера-Хопфа.
Тема 4. Принцип сжимающих отображений.	Доклад на тему: Принцип сжимающих отображений. Теорема о неподвижной точке.
Тема 5. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах.	Доклады на тему: 1. Метод Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма 1 рода.
Тема 6. Краевые задачи	Доклады на тему: 1. Задача Штурма - Лиувилля . 2. Функция Грина и ее построение..
Тема 7. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса.	Доклады на тему: 1. Достаточные условия экстремума.
Тема 8. Классические задачи вариационного исчисления.	Доклады на тему : 1. Изопериметрическая задача.

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

## 7.1. Типовые контрольные задания

Какое из данных уравнений является фредгольмовым второго порядка ?

1.  $\varphi(x) + \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 0$

2.  $\varphi(x) - \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 1$

3.  $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = e^x$

4.  $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \frac{\sin t}{t-x} dt \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \sin t dt = 1$

Какое из данных уравнений не является фредгольмовым второго порядка ?

1.  $\varphi(x) - 4 \int_1^2 \sin(x-1)\varphi(t)dt = \cos x$

2.  $\varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$

3.  $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 1$

4.  $\varphi(x) - 2 \int_1^2 K\varphi(t)dt = 2$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра второго рода ?

1.  $\varphi(x) - \int_a^b \sin x \varphi(t)dt = 1$

2.  $\varphi(x) - \int_1^x \sin t dt = 1$

3.  $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x \cos x \varphi(t)dt = \sin x$

$$4. \int_a^x \varphi(x) dx = e^x$$

Какое из данных уравнений является уравнением Фредгольма первого рода ?

$$1. \int_1^2 \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \int_1^2 \sin(x-t)dt = \varphi(t)$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \int_a^x t\varphi(t)dt = x^2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра первого рода ?

$$1. \varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t)dt + e^x$$

$$2. \int_0^1 e^{x-t} dt = e^x$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^t \varphi(t) dt = 3$$

$$4. \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = 1$$

Найти ненулевое решение уравнения  $\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(t) dt$

$$1. \varphi(x) = c$$

$$2. \varphi(x) = x$$

$$3. \varphi(x) = \sin x$$

$$4. \varphi(x) = x^2$$

Какая из заданных функций является решением уравнения  $\varphi(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 \sin x \varphi(x) dt$

$$1. \varphi(x) = x^2$$

2.  $\varphi(x) = \cos x$

3.  $\varphi(x) = \sin x$

4.  $\varphi(x) = x^2 - x$

Какая из заданных функций является решением уравнения  $\varphi(x) = \cos x + \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt$  ?

1.  $\varphi(x) = \cos x$

2.  $\varphi(x) = \sin x$

3.  $\varphi(x) = x$

4.  $\varphi(x) = \cos x + \sin x$

Какое из заданных уравнений имеет вырожденное ядро?

1.  $\varphi(x) = 2 \int_0^1 e^{xt} dt$

2.  $\varphi(x) = \int_0^1 \sin(xt) \varphi(t) dt$

3.  $\varphi(x) = \int_0^1 e^{(x-t)^2} \varphi(t) dt$

4.  $\varphi(x) = \int_1^2 \sin(x-t) \varphi(t) dt$

Найти решение уравнения  $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1$  ?

1.  $x$

2.  $e^{-x}$

3.  $e^x + 1$

2.  $e^x$

Найти характеристическое решение уравнения  $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \varphi(x) dt = 0$  ?

1.  $\lambda = 2$

2.  $\lambda - 1$

3.  $\lambda + 1$

4.  $\lambda = 1$

Какой из операторов  $A: R \rightarrow R$  является линейным

1.  $Ax = 2x + 1$

2.  $Ax = 3x$

3.  $Ax = x + 1$

4.  $Ax = x^2$

Найти третье приближенное решение уравнения  $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$ , если  $\varphi_1(x) = x$

1.  $\varphi_3(x) = 3x$

2.  $\varphi_3(x) = x^3$

3.  $\varphi(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$

4.  $\varphi(x) = x + x + x^2$

Какой из данных операторов является симметричным?

1.  $A\varphi = \int_1^2 \cos(t-x)\varphi(t)dt$

2.  $Ax = \int_0^1 (t-x)\varphi(t)dt$

3.  $A\varphi = \int_0^1 e^{x-t}\varphi(t)dt$

4.  $A\varphi = \int_0^1 \sin(t-x)\varphi(t)dt$

Решить уравнение  $\varphi(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \varphi(t)dt = 0$

1.  $\varphi(x) = e^x$

2.  $\varphi(x) = c \sin x$

3.  $\varphi(x) = \cos x$

4.  $\varphi(x) = x$

Какая из данных функций является решением уравнения  $\varphi(x) = \cos x + \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin x \varphi(t)dt$

1.  $\cos x + c \sin x$

2.  $\varphi(x) = \cos x$

3.  $\varphi(x) = c \sin x$

4.  $\sin x - \cos x$

Записать уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала  $f(y) = \int_0^1 y^2 dx$

1.  $y = 0$

2.  $F_{y'} = 0$

3.  $y'(x) = 0$

4.  $y - y' = 0$

Найти экстремали для функционала  $f(y) = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y) dx$

1.  $2y = 0$

2.  $y = -1$

3.  $y = -\frac{1}{2}$

4.  $y = cx$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтера второго рода  $\int_a^x e^t \varphi(t) dt = x$

1.  $\int_0^x (x-t) dt = 1$

2.  $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \sin(t-x) \varphi(t) dt = x$

3.  $\varphi(x) - \int_1^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$

Нет

$\varphi(x) - \int_1^2 \cos(t-x) dt = 0$

**Примеры для самостоятельной работы студентов :**

1. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^x (t-x) \varphi(t) dt = x$

2. Решить уравнение  $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t) dt$ .

3. Решить уравнение  $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt + x$

4. Решить уравнение  $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t) dt$

5. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = x$

6. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(t) dt = x$

7. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = x$

8. Решить уравнение  $\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{2}} \varphi(t) dt = x^{\frac{5}{2}}$

9. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1x$

10. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = 0$

11. . Решить уравнение  $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt - x$

12. . Решить уравнение  $\varphi(x) = \int_0^x (t+x)\varphi(t) dt + x$

13. Решить уравнение  $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t) dt = 2x$

14. Решить уравнение  $\varphi(x) = 1 - \int_0^x \varphi(t) dt$

15. Решить уравнение  $\varphi(x) = 3 + \int_0^x \varphi(t) dt$

## Вопросы для подготовки к зачету

- 1 Линейное нормированное пространство.
- 2 Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала.
- 3 Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
- 4 Пространство непрерывных функций. Эпсилон – окрестность и расстояние между точками.
- 5 Уравнение Эйлера. Экстремали.
- 6 Основная лемма вариационного исчисления.
- 7 Уравнение Эйлера-Пуассона.
- 8 Уравнение Эйлера-Остроградского.
- 9 Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала. Условия трансверсальности.
- 10 Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей.
- 11 Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала.
- 12 Вариационные задачи на условный экстремум.
- 13 Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.
- 14 Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
- 15 Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.
- 16 Альтернатива Фредгольма (доказательство этой теоремы для уравнения с вырожденным ядром).
- 17 Вторая и третья теоремы Фредгольма и доказательство этих теорем для уравнений с вырожденным ядром.
- 18 Теорема о существовании и единственности решения уравнения Фредгольма II рода с малым параметром.
- 19 Сведения о приближенных методах решения интегрального уравнения.
20. Приближенные методы решения

21. Какое  $\lambda$  является характеристическим для уравнения

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^x \cos(x+t)\varphi(t)dt = \sin x$$

22. Какая функция  $\varphi(x)$  является решением уравнения  $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t)dt = 1x$

23. Является ли данное уравнение фредгольмовым второго порядка

$$\varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$$

24. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t) dt = e^x$$

25. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\int_0^1 \sin(x-t) dt = \cos x ?$$

26. Дайте определение банахового пространства .

27. Приведите пример физических задач, приводящих к интегральному уравнению .

28. Что такое функционал?

29. Частный случай уравнения Эйлера.

30. Приведите пример уравнения Фредгольма

31. Основные понятия уравнения типа Нетера.

32. Приведите пример простейших задач связанных с функционалами.

33. В чем заключается метод вариации с неподвижным концом.

34. Основные понятия метода регуляции.

35. Приведите пример уравнения Вольтерра.

36. Сформулировать определение линейного пространства.

37. Сформулировать определение метрического пространства.

38. Сформулировать определение евклидова пространства.

39. Сформулировать определение линейного оператора .

40. Сформулировать определение интегрального оператора Фредгольма с симметрическим ядром.

41. Записать уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.

42. Сформулировать теорему о разрешимости интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода.

43. Записать метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.

44. Записать оператор Штурма -Лиувилля.

45. Сформулировать задачу Штурма -Лиувилля в случае однородных граничных условий первого рода.

**7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- *отлично*, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- *хорошо*, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- *удовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- *неудовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### *а) Основная литература*

1. Васильева, Аделаида Борисовна. Интегральные уравнения : учебник / Васильева, Аделаида Борисовна, Н. А. Тихонов. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : МГУ, 2009, 1989. - 159 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0911-2 : 174-13
2. Гельфанд И.М. Вариационное исчисление : Учеб. для ун-тов / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. - М. : Физ-мат. гиз, 1961. - 228с
3. Краснов, Михаил Леонтьевич. Интегральные уравнения / Краснов, Михаил Леонтьевич, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, 1976. - 215 с. ; 20 см. + черт. - (Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов: Задачи и упражнения). - Список лит.: с. 214-215. - 0-50.
4. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 1

### *б) Дополнительная литература*

1. Бугров, Яков Степанович. Высшая математика : [по инженер.-техн. специальностям: в 3 т.]. Т.2 : Дифференциальное и интегральное исчисление / Бугров, Яков Степанович ; С.М.Никольский. - 7-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2007, 2005, 2004. - 509 с. : ил. ; 21 см. - (Высшее образование: Современный учебник). - Предм. указ.: с. 282-284. - ISBN 5-7107-9846-0 : 96-00

2. Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Эльсгольц, Лев Эрнестович. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 319 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с. 316 . - ISBN 5-8360-0098-0 : 0-0.
3. Вариационное исчисление и методы оптимизации / [сост.: Н.Ш.Загиров, М.К.Ризаев]; М-во образования и науки РФ, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2010. - 63 с. - 38-00.

### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине «Интегральные уравнения» распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Интегральные уравнения» рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.