

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Прикладные задачи теории вероятностей**

**Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук**

**Образовательная программа бакалавриата**

*02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии*

**Направленность (профиль) программы**

*Информатика и компьютерные науки*

Форма обучения

***Очная***

Статус дисциплины: *входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору*

Махачкала, 2022


Рабочая программа дисциплины «Прикладные задачи теории вероятностей» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО- бакалавриат по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Приказ №808 Минобрнауки России от 23 августа 2017 г

Разработчик: доцент, канд. физ.-мат. наук. Гаджиева Т.Ю.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дискретной математики и информатики от « 28 » февраля 2022 г., протокол № 6

Зав. кафедрой  Магомедов А.М.  
(подпись)

и  
на заседании Методической комиссии ФМиКН от

« 24 » марта 2022г., протокол № 4.

Председатель  | М.К. Ризаев  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 31 » марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.  
(подпись)

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Прикладные задачи теории вероятностей» входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений и является дисциплиной по выбору программы бакалавриата по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с классической теорией вероятностей и современным аксиоматическим подходом. Учитывая важность численных методов статистического моделирования, даются (вне гос. стандарта) также основы моделирования на ЭВМ случайных величин и некоторых процессов, в частности, процессов переноса, процессов массового обслуживания, моделирования надежности сложных технических систем, а также основы методов Монте-Карло.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных-УК-1; общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных - ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: контрольная работа, защита лабораторных работ и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 2 зачетных единицы (72 академических часах), в том числе по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
5	72		18	18			36	зачет

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Прикладные задачи теории вероятностей» - получение базовых знаний и формирование основных навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач. Развитие понятийной теоретико-вероятностной базы и формирование уровня математической подготовки, необходимых для понимания основ математической статистики и её применения.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Прикладные задачи теории вероятностей» входит в *входит часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений* образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Курс по дисциплине «Прикладные задачи теории вероятностей» вводится после изучения дисциплин алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: принципы самостоятельного поиска достоверных источников информации. Умеет: обрабатывать, анализировать и синтезировать информацию для выбора метода решения проблемы в стандартных условиях. Владет: навыками решения проблемы с использованием	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

		выбранного метода.	
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<p><b>Знает</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p><b>Умеет</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p><b>Владеет</b> навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов</p>	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов	<p><b>Знает:</b> основы проведения научных исследований в составе группы программистов. <b>Умеет:</b> использовать инструментальные средства.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками работы с современными вычислительными средствами.</p>	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, Базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию.	<p><b>Знает</b> фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы</p>	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

<p>деятельности.</p>		<p>исчисления вероятностей;</p> <p><b>Умеет</b></p> <p>использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии;</p> <p><b>Владет</b> методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ</p>	
	<p>ОПК-1.2.</p> <p>Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.</p>	<p><b>Знает</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p><b>Умеет</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p><b>Владет</b> навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов</p>	

	<p>ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знает</b> основы построения вероятностных моделей различных задач;</p> <p><b>Умеет</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии;</p> <p><b>Владет</b> методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач</p>	
<p>ПК-2. Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии.</p>	<p>ПК-2.1. Знает основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных технологий.</p>	<p><b>Знает</b> основные задачи математической статистики, основы теорий оценивания и проверки статистических гипотез, теории корреляционного и регрессионного анализа;</p> <p><b>Умеет</b> использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и математической статистики</p> <p><b>Владет</b> основами численного статистического моделирования</p>	<p>Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики</p>

	ПК-2.2. Умеет корректно оформить результаты научного труда в соответствии с современными требованиями.	<b>Знает</b> фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы исчисления вероятностей; <b>Умеет</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; <b>Владеет</b> методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ	
	ПК-2.3. Имеет практический опыт использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками.	<b>Знает</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов; <b>Умеет</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями; <b>Владеет</b> навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов	

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Самостоятельная	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма
---	-------------------	---------	-----------------	--	-----------------	---



				Лекции	Практич еские	Лаборат. занятия	Контр. сам.раб		промежуточной аттестации (по семестрам)
<b>МОДУЛЬ 1: Моделирование случайных величин и процессов</b>									
1	Случайные величины их распределения	5	1		2	2		8	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Лабораторная работа --- ---
2	Моделирование дискретных случайных величин.	5	2		2	2		6	
3	Специальные методы моделирования равномерного и геометрического распределений.	5	3-4		4	4		6	
	<i>Итого по модулю 1:</i>	5			8	8		20	
<b>МОДУЛЬ 2: Моделирование непрерывных случайных величин</b>									
4	Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	5	5-6		4	4		8	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Лабораторная работа ---
5	Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	5	7-9		6	6		8	
	<i>Итого по модулю 3:</i>				10	10		16	
	<b>ИТОГО по дисциплине:</b>	<b>5</b>			<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### 4.3.1. Содержание практических занятий по дисциплине

##### Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов.

### **Тема 1. Случайные величины и их распределения.**

Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики. Равномерное в  $(0,1)$  распределение вероятностей и его роль в моделировании других случайных величин. Методы получения случайных величин, распределенных равномерно в  $(0,1)$ .

### **Тема 2. Моделирование дискретных случайных величин.**

Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин. Примеры моделирования: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

### **Тема 3. Специальные методы моделирования СП**

Эффективность стандартного алгоритма. Нестандартные методы в моделировании ДСВ. Специальные методы моделирования основных ДСВ.

### **Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин.**

**Тема 4. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.**

Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.

### **Тема 5. Специальные методы моделирования НСВ.**

Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования.

Моделирование  $\gamma$  и  $\beta$ - распределений. Моделирование стандартной нормальной случайной величины. Приближенное моделирование нормальной случайной величины на основе центральной предельной теоремы.

### ***4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине***

## Лабораторная работа №1

### **Моделирование дискретных случайных величин.**

#### *Теоретическая часть.*

- 1) Основные дискретные распределения: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона, гипергеометрическое распределение. Дать определения, написать выражения для функции распределения, привести числовые характеристики и характеристические функции.
- 2) Равномерное распределение в  $(0,1)$  и его роль при моделировании других случайных величин.
- 3) Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
- 4) Специальные методы моделирования для перечисленных выше распределений.
- 5) Статистические характеристики выборки  $\bar{X}, S^2$ , эмпирическая функция распределения.
- 6) Построение гистограммы распределения по выборочным данным  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

#### **Задание 1:**

1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода для моделирования случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 2$ .

2) Написать алгоритм, блок-схему и программу специального метода с использованием рекуррентной формулы для вычисления  $P_{k+1}$  при условиях п.1).

3) Получить  $n$  значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$  по алгоритму п.2). Вычислить  $\bar{X}, S^2$  и сравнить их с точными значениями  $M_\xi$  и  $D_\xi$  распределения Пуассона.

4) Построить эмпирическую функцию  $F_n(x)$  распределения и сравнить с функцией распределения Пуассона.

**Задание 2:**

- 1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода моделирования биномиального распределения с вероятностью  $p=0,4$  появления события в каждом испытании и с вычислением  $P_{k+1}$  по рекуррентным формулам.
- 2) Вычислить  $\bar{X}$ ,  $S^2$  и сравнить их с точными значениями  $M\xi$  и  $D\xi$  при разных  $n$ .
- 3) Построить эмпирическую функцию  $F_n(x)$  распределения при разных значениях  $n$ .
- 4) Проверить статистически сходимость биномиального распределения к нормальному при увеличении  $n$ .
- 5) **Замечания:** Индивидуальность заданий обеспечивается тем, что в задании 1 предлагаются разные распределения варьированием параметра  $\lambda$  и др; в задании 2 – различными значениями параметров  $p$  и  $n$ .

**Лабораторная работа №2**

**Статистическая проверка равномерности псевдослучайных чисел (ПСЧ), получаемых с помощью датчика ПСЧ «RANDOM»**

*Теоретическая часть.*

- 1) Равномерное распределение(определения, функция распределения, плотность распределения, графики, числовые характеристики, характеристические функции и т. д.).
- 2) Равномерное распределение в интервале  $(0,1)$  (все сведения как в п.1) ).
- 3) Статистические характеристики выборки, точечные и интервальные оценки для математического ожидания и дисперсии.

- 4) Проверка гипотез, критерии  $\chi^2$  и Колмогорова.
- 5) Как построить гистограмму распределения по выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
- 6) Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

**Задание:**

- 1) С помощью датчика RANDOM получить  $n$  псевдослучайных чисел  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .

- 2) Найти среднее значение  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$  и выборочную

дисперсию  $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$ . Сравнить их с точными значениями  $M\alpha = 1/2$  и  $D\alpha = 1/12$  для различных  $n$ .

- 3) Построить гистограмму; для чего разделить интервал (0,1) на  $m$  подинтервалов одинаковой длины  $\Delta^\ell$ . Гистограмму необходимо построить для различных значений  $n$ . Для сравнения на той же схеме, где гистограмма, привести график плотности равномерного в (0,1) распределения.
- 4) Построить при разных  $n$  эмпирическую функцию распределения; сравнить с теоретической функцией распределения равномерной в (0,1) случайной величины.
- 5) С помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о равномерности ПСЧ, получаемых с помощью датчика RANDOM.
- 6) Замечание: Индивидуальность заданий обеспечивается варьированием значений  $m$  и  $n$ .

**Лабораторная работа №3.**

**Тема: Основы метода Монте-Карло. Статистическое оценивание параметров распределения.**

*Теоретическая часть.*

- 1) Общая постановка задачи оценивания неизвестных параметров распределений. Точечные оценки. Свойства оценок.
- 2) Интервальное оценивание. Интервальные оценки для  $M\xi$  и  $D\xi$  нормально распределенной генеральной совокупности. Точность оценки математического ожидания  $m$  с помощью  $\bar{X}$  при заданном значении надежности  $P=0,90;0,95$  при известном  $\sigma$  и при замене  $\sigma$  на  $S$ . Правило «3-х сигм».
- 3) Теоремы о законе больших чисел(ЗБЧ) и центральная предельная теорема (ЦПТ).
- 4) Общая схема метода Монте-Карло для оценки некоторой величины.
- 5) Задачи метода Монте-Карло.
- 6) Оценка погрешности вычислений метода Монте-Карло.
- 7) Равномерное распределение в  $(0,1)$ , плотность и функция распределения,  $M\xi$  и  $D\xi$ . Использование при моделировании других случайных величин.

### Задание 1:

- 1) Проверить статистически утверждение центральной предельной теоремы: получить с помощью датчика  $m$  значений ПСЧ  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ ;

Тогда согласно ЦПТ величина 
$$X = (\sum_{i=1}^n \alpha_i - m/2) / (\sqrt{m/12})$$
 распределена приблизительно нормально  $N(0,1)$ .

- 2) Повторив п.1)  $n$  раз, получим выборку  $x_1, \dots, x_n$ .
- 3) Построить гистограмму относительных частот по полученной выборке. Для этого интервал  $(-\infty, \infty)$  разделим на  $k+2$  подинтервалов: первый подинтервал  $(-\infty, -3)$ , последний -  $(3, +\infty)$  интервал  $(-3, 3)$  разделим на  $k$  подинтервалов длины  $\Delta l = 6/k$ .

- 4) Проверить сходимость формы гистограммы к нормальной  $N(0,1)$  кривой, ее симметричность относительно точки  $x = \bar{X}$  ( $\bar{X}$  должно быть  $\approx 0$ , а  $S^2 \approx 1$ ).
- 5) Построить эмпирическую функцию распределения по выборке  $x_1, \dots, x_n$ .

### Задание 2:

1. Вычислить методом Монте-Карло площадь, ограниченную кривой

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

и прямыми  $x=-3$  и  $x=3$ .

2. Вычислить площадь гистограммы относительных частот с основаниями в интервале  $(-3,3)$ .

Замечание. При выборе интервала  $(-3,3)$  руководствовались правилом «3-х сигм».

### **5. Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

#### 6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к отчетам по лабораторным занятиям.
3. Решение задач.

4. Подготовка к коллоквиуму.

5. Подготовка к зачету.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа
2	Подготовка к отчетам по лабораторным работам	Проверка выполнения расчетов, оформления работы в лабораторном журнале и проработки вопросов к текущей теме по рекомендованной работе	См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа
3	Решение задач (практические занятия)	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа
4	Подготовка к контрольной работе	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа
5	Подготовка к зачету	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа

*Текущий контроль:* проверка отчетов по лабораторным работам, защита.

*Текущий контроль:* проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

*Промежуточная аттестация:* контрольные работы, коллоквиум.

*Текущий контроль* успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических и лабораторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач



для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий, как домашних, так и лабораторных.

*Промежуточный контроль* проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

*Итоговый контроль* проводится либо в виде устного зачета, либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

## *6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.*

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается в начале семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

Название раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения	Кол-во часов	Литература
<b>МОДУЛЬ 1: Моделирование случайных величин и процессов</b>			
Случайные величины их распределения	Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики.	8	Основная: 2, 3, 4 Дополнительная: 1, 2, 3,4
Моделирование дискретных случайных величин.	Моделирование дискретных случайных величин. Стандартный метод	6	Основная: 2, 3,4 Дополнительная: 1, 2, 3, 4

	моделирования дискретных случайных величин.		
Специальные методы моделирования равномерного и геометрического распределений.	Специальные методы моделирования на примере геометрического распределений. Нестандартные методы в моделировании ДСВ.	6	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3,4
<b>МОДУЛЬ 2: Моделирование непрерывных случайных величин</b>			
Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.	8	Основная: 1, 2, 3, 4 Дополнительная: 1, 2, 3,4
Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования	8	Основная: 1,2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3,4

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1 Типовые контрольные задания

#### Контрольная работа №1 (вариант).

1. Написать формулу моделирования непрерывной случайной величины, равномерно распределить в интервале  $(-2,4)$ .
2. Получить 5 значений дискретной случайной величины, заданной законом распределения

$\xi$	0	1	2	3	4
$P_i$	0,10	0,25	0,20	0,30	0,15

Значения случайной величины  $\alpha$ , распределенной равномерно в интервале  $(0,1)$ , пусть заданы:

$$\alpha_1 = 0,13, \alpha_2 = 0,015, \alpha_3 = 0,423, \alpha_4 = 0,911, \alpha_5 = 0,722.$$

3. Написать алгоритм метода исключения для моделирования непрерывной случайной величины  $\xi$  с плотностью распределения  $f(x) = cx^2, 0 \leq x \leq 3$ .
4. Случайная величина  $\xi$  - число появления события  $A$  в 5 независимых испытаниях с вероятностью появления события  $A$  в каждом испытании, равной 0,4.

Составить ряд распределения  $\xi$  и написать алгоритм ее моделирования.

5. Двумерный случайный вектор  $(\xi, \tau)$  задан следующим законом распределения:

$\tau$	$\xi$		
	$x_0 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$
1	0,02	0,14	0,28
2	0,02	0,18	0,36

Пусть  $\xi$  и  $\tau$  – независимы.

Написать алгоритм моделирования этого случайного вектора.

### Контрольная работа №2

1. На основе центральной предельной теоремы написать формулу приближенного моделирования нормальной случайной величины  $\xi$  с параметрами 0 и 1:  $N(0,1)$ .
2. Для оценки некоторой величины  $m$  методом Монте - Карло проведено  $n = 100$  испытаний. Найти с надежностью 0,99 оценку погрешности метода, если известно, что  $\sigma^2 = D\xi = 0,6$ , а  $m = M\xi$
3. Плотность совместного распределения непрерывного двумерного вектора  $(\xi, \tau)$  имеет вид:  $f(x, y) = \frac{3}{4}xy^2$  в области  $D$ , ограниченный

прямыми  $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$ . Показать, что с.в.  $\xi$  и  $\tau$  независимы.

Написать формулы стандартного метода моделирования для  $\xi$  и  $\tau$ .

4. Написать общую схему вычисления интеграла, как площади:

$$I = \int_0^3 x^2 dx$$

5. Найти оценку интеграла

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx, \text{ как среднего значения подынтегральной функции.}$$

### *Примерные вопросы к зачету*

1. Виды случайных величин. Какие случайные величины называются дискретными? Какие случайные величины называются непрерывными?

2. Основные дискретные случайные величины: Бернулли, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассоновское распределения. Где применяются?

3. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретных случайных величин из п.2.

4. Непрерывные случайные величины. Основные распределения: равномерное в интервале  $(a, b)$ , равномерное в  $(0, 1)$ ; показательное, нормальное распределения. Применения. Функция распределения и плотность распределения.

5. Числовые характеристики:  $M\xi$  и  $D\xi$ , моменты, коэффициенты корреляции.

6. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.

7. Законы больших чисел.

8. Центральная предельная теорема теории вероятностей.

9. История возникновения метода Монте-Карло.

- 10 Общая схема метода статистических испытаний метода Монте-Карло.
11. Задача моделирования случайных величин. Роль равномерной в  $(0,1)$  случайной величины.
12. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
13. Специальные методы моделирования дискретно- равномерного и геометрического распределений.
14. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
15. Алгоритм моделирования кусочно - постоянной и кусочно-линейной плотностей.
16. Метод исключения моделирования СВ.
17. Метод рандомизации моделирования.
18. Моделирование плотности  $f(x) = 3 \cdot (1 + x^2)/8, -1 \leq x \leq 1$ .
19. Моделирование гамма и бета- распределений методом исключения.
20. Приближенное моделирование нормального распределения.
21. Моделирование нормального распределения.
22. Моделирование показательного распределения.
23. Моделирование изотропного вектора на плоскости.
24. Моделирование изотропного вектора в пространстве.
25. Методы получения псевдослучайных чисел.
26. Задача статистического оценивания неизвестных параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
27. Свойства оценок.
28. Погрешность метода статистических испытаний.

### **Задания для самостоятельной работы студентов**

1. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c(1 + x), 0 < x \leq 1$ .

2. Написать алгоритм моделирования 5 значений случайной величины  $\xi$  - числа очков при бросании игральной кости.
3. Написать алгоритм моделирования 4 значений случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 2$ .
4. Получить моделирующую формулу стандартного метода для случайной величины  $\xi$  с плотностью распределения  $f(x) = ce^{-3/2x}$ ,  $0 \leq x < \infty$ .
5. Получить формулу моделирования стандартного для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = ce^{-5x}$ ,  $0 \leq x \leq l$ .
6. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c|\sin x|$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
7. Написать алгоритм метода исключения для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = cx^{5/3}e^{-x}$ ,  $0 < x$ .
8. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c/(1+2x)^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .
9. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения
 
$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), \quad 0 < x < \infty.$$
10. Двумерная дискретная случайная величина задана законом распределения

$\tau$	$\xi$		
	$x_1 = 0,1$	$x_2 = 0,4$	$x_3 = 0,7$
1	0,2	0,3	0,1
2	0,16	0,18	0,06

Найти условные законы распределения  $P(\tau_j / x_i)$ . Написать алгоритм моделирования значений двумерного вектора  $(\xi, \tau)$ .

11. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора  $(\xi, \tau)$  с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

12. Найти формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью распределения  $f(x, y) = cx \cdot y^2$ , в области, ограниченной прямыми:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 2$ .
13. Получить формулы моделирования двумерной случайной величины  $(\xi, \tau)$  с плотностью распределения  $f(x, y) = cy$  в области ограниченной прямыми  $y = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ .
14. Написать алгоритм и программу получения псевдослучайных чисел методом серединных квадратов Неймана. Получить 10 значений таких псевдослучайных чисел.
15. Вычислить методом Монте – Карло интеграл

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

- а) как площади; б) используя в качестве плотности распределения  $f(x)$  - плотность равномерного распределения в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$ ; в) при  $f(x) = cx$  (сначала определить постоянную  $c$ ).

16. Оценка интеграла из примера (15) при условии пункта б) имеет вид  $I^* = \pi/2 \cdot \sum_{i=1}^n \sin \xi_i / n$ , где  $\xi_i$  - случайные числа, равномерно распределенные в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$ . Найти минимальное число испытаний, при котором верхняя граница ошибки  $\delta = 0,05$ .

17. Вычислить методом Монте – Карло определенный интеграл

$$I = \int_0^2 e^x dx$$

- беря в качестве вспомогательной плотность распределения  $f(x) = c(1+x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$ . Сначала определить постоянную  $c$ .

18. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами  $(-1,-1)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,1)$ ,  $(1,-1)$ .

19. Определить приближенное значение числа  $\pi$  с помощью алгоритма задачи (18). Найти такие приближения при различных значениях числа испытаний  $n = 100; 10^4; 10^5; 10^6$ .

20. В классической задаче Бюффона на геометрические вероятности на разграфленную параллельными линиями поверхность бросается игла длины  $l < L$ , где  $L$  - расстояние между параллельными линиями. Методом Монте – Карло оценить вероятность пересечения иглой какой – либо параллельной линии. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний  $n$ .

21. Имеется отрезок длины  $L$ , на которую случайно ставится две точки  $x$  и  $y$ . Оценить методом Монте – Карло вероятность построения треугольника из полученных 3-х отрезков. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний  $n$ .

22. Игра в спортлото. Для участия в этой игре нужно было выбрать (вычеркнуть) 6 номеров из 49 (различных спортивных соревнований). Написать алгоритм случайного выбора (вычеркивания) 6 видов спорта из 49, перенумерованных от 1 до 49.

### Темы рефератов

1. История создания метода статистического моделирования. Идея метода.
2. Общая схема моделирования переноса излучения методов М–К.
3. Закон больших чисел и центральная предельная теорема – основы метода Монте-Карло.
4. Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
5. Сведения задачи вычисления определенного интеграла к оценке математического ожидания некоторой случайной величины.
6. Приближенное моделирование нормальности  $N(0,1)$  распределения.
7. Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
8. Приближенное вычисление числа методом Монте-Карло.
9. Моделирование классической задачи Банаха «О спичечных коробках».
10. Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.



11. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вычисление методов М–К определенных компонент решения.

12. Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 35 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 35 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 60 баллов,

Студенту выставляется:

- отлично, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- хорошо, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- удовлетворительно, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- неудовлетворительно, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **а) основная литература:**

1. Войтишек, А. В. Лекции по численным методам Монте-Карло : учебное пособие / А. В. Войтишек. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2018. — 315 с. — ISBN 978-5-4437-0812-6. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93812.html>.

2. Назаралиев М.А. Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск, Наука, 1991 г.
3. Г.А. Михайлов, А.В. Войтишек. Численное статистическое моделирование. Методы Монте – Карло. М.: Академия, 2006, 368 с.
4. С.М. Ермаков. Метод Монте – Карло в вычислительной математике. Вводный курс. Издательство: Невский Диалект, Бинوم, Лаборатория знаний, 192 с., 2009 г.

б) *дополнительная:*

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. «Метод Монте - Карло в атмосферной оптике». Новосибирск, Наука, 1976.
2. Метод Монте-Карло на графических процессорах : учебное пособие / К. А. Некрасов, С. И. Поташников, А. С. Боярченков, А. Я. Купряжкин. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 60 с. — ISBN 978-5-7996-1723-3. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/69634.html>.
3. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009 г.
4. Зорин, А. В. Методы Монте-Карло для параллельных вычислений : учебное пособие / А. В. Зорин, М. А. Федоткин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2013. — 192 с. — ISBN 978-5-211-06530-7. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/97472.html>.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;

4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. 2014.  
<http://umk.dgu.ru/pdfdoc/10803/Полностью.htm>

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Курс **Прикладные задачи теории вероятностей** является продолжением курсов «Теория вероятностей и математическая статистика». При изучении курса необходимы также знания из «теории функций», теории интеграла др. общематематических дисциплин. Прикладные задачи теории вероятностей находят все большее применение при решении статистических задач в различных областях физики, экономики, социологии, техники и др. Поэтому при изложении материала большое внимание должно уделяться практическому применению, практической реализации изучаемых методов. Для этого в учебном процессе должны быть использованы разнообразные методы обучения, в частности, наиболее эффективным видом занятий по данной дисциплине являются лабораторные работы, выполняемые в компьютерных классах. При этом широко используются возможности современных пакетов прикладных программ, напр. MathCAD, СТАТИСТИКА, Математика и др. Оформление по сформулированным преподавателем требованиям лабораторных работ и их защита является одним из способов промежуточной аттестации, оценки знаний, студентов.

Необходимо разнообразные формы самостоятельной работы, студентов обеспечивающих наибольшую эффективность в изучении дисциплины.

Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность - главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в

осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающий использует также кроме указанных выше в п. 8 программные обеспечения и интернет ресурсов: пакеты прикладных программ Mathcad, Matlab, Delphi, Statistica.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения семинарских и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.