

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Прикладные задачи теории графов**

Кафедра дискретной математики и информатики  
факультета математики и компьютерных наук

**Образовательная программа бакалавриата  
01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**Направленность (профиль) программы:  
Математическое моделирование и вычислительная математика**

Форма обучения  
**очная**

Статус дисциплины:  
дисциплина по выбору


Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины «Прикладные задачи теории графов» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика от 10.01.2018 г., № 9

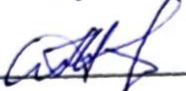
Разработчик: кафедра дискретной математики и информатики, Якубов А.З., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры дискретной математики и информатики

от « 28 » февраля 2022 г., протокол № 6.

Зав. кафедрой  Магомедов А.М.

и  
на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от « 24 » марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 31 » марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина “Прикладные задачи теории графов” является дисциплиной по выбору ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дискретной математики и информатики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основами современной теории графов, классическими алгоритмами на графах, спецификой их применения, а также с использованием алгоритмов для доказательства теоретических результатов о графах.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: практические и лабораторные занятия.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме 2-х контрольных работ в конце каждого модуля и итогового зачета в конце семестра.

Объем дисциплины – 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- местр	Учебные занятия						СРС	Форма промежуточной аттестации
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
		Лек- ции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
6	72	14	24				34	зачет

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Прикладные задачи теории графов являются усвоение студентами понятий, связанных с основами современной теории графов и обучение сравнительному анализу алгоритмов, используемых при решении задач на графах. Учебный курс включает в себя обзор основных понятий теории графов, исследование различных типов объектов и подструктур в графах, а также рассмотрение ряда классических задач на графах и сетях, описание алгоритмов их решения, анализ трудоемкости алгоритмов.

Концентрируя внимание на алгоритмическом подходе к задачам теории графов, учебный курс раскрывает органическую взаимосвязь между различными типами структур на графах и сетях, проявляющуюся в единстве алгоритмических моделей, применяемых для исследования этих структур.

К задачам курса относятся:

- ознакомление студентов с фундаментальными понятиями теории графов для последующего свободного их использования;
- изучение современной проблематики теории графов;
- усвоение постановок задач теории графов и методов их решения;
- овладение основными теоретико-графовыми алгоритмами;
- применение графовых моделей к различным областям науки.

Курс призван существенно углубить понимание слушателями, как теоретической базы информатики, так и ее практических методов.

Основы теории графов можно и нужно изучать сегодня в силу следующих аспектов:

- большая наглядность многих теоретико-графовых конструкций и естественность приемов доказательства даже очень сложных теорем;
- к графовым моделям сводится огромное число содержательных задач, причем в теории графов чрезвычайно много задач, формулировки и возможные пути решения которых понятны даже младшим школьникам;
- теория графов имеет ярко выраженный прикладной характер в различных отраслях человеческих знаний; владение методами теории графов является сегодня необходимой составной частью образования специалистов, занимающихся вопросами прикладной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина Прикладные задачи теории графов входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений как дисциплина по выбору программы бакалавриата по направлению 01.03.02 – Прикладная математика и информатика и изучается в соответствии с графиком учебного процесса в шестом семестре. Изучение предмета производится в течение одного семестра и заканчивается зачетом.

Дисциплина опирается на знания, полученные во 2 семестре после изучения дисциплины «Дискретная математика», в 3 семестре - «Алгоритмы и анализ сложности». Знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются, закрепляются и развиваются при проведении преддипломной практики, выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
<p>ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p>	<p>ОПК-2.1. Знает основные положения и концепции в области программирования, архитектуру языков программирования, теории коммуникации, знает основную терминологию, знаком с содержанием Единого Реестра Российских программ.</p>	<p><i>Знает:</i> базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием программных продуктов и программных комплексов, основы дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов.</p> <p><i>Умеет:</i> использовать математический аппарат в профессиональной деятельности.</p> <p><i>Владеет:</i> практическим опытом применения современного математического аппарата, связанного с проектированием и разработкой программных продуктов и программных комплексов.</p>	<p>Конспектирование и проработка теоретического материала.</p> <p>Участие в практических занятиях. Реализация проектов на лабораторных занятиях. Самостоятельная работа.</p>
	<p>ОПК-2.2. Умеет анализировать типовые языки программирования, составлять программы.</p>	<p><i>Знает:</i> базовые понятия в области математических наук и программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.</p> <p><i>Владеет:</i> практическим опытом применения базовых понятий в области математических наук и программирования.</p>	

		ским опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	
	ОПК-2.3. Имеет практический опыт решения задач анализа, интеграции различных типов программного обеспечения, анализа типов коммуникаций.	<p><i>Знает:</i> основные методы проектирования и производства программного продукта.</p> <p><i>Умеет:</i> использовать методы проектирования и производства программного продукта.</p> <p><i>Владеет:</i> практическим опытом применения указанных выше методов и технологий.</p>	

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часов: 14ч. лек. 24 ч. лаб., 34 ч. – СРС.

#### 4.2. Структура дисциплины

Структура и содержание дисциплины «Прикладные задачи теории графов»

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.			
<b>Модуль 1. Основные понятия о графах.</b>										
1	История развития теории графов.	6	1	1		2		2		
2	Основные понятия. Классификация типов графов.	6	2,3	1		2		2		

3	Классические алгоритмы на графах и сетях.	6	4-9	4		10		14	
	<i>Итого по модулю 1:36</i>		4-9	6		12		18	Контрольная работа №1
<b>Модуль 2. Планарность и раскраски графов</b>									
4	Связность и факторизации. Обходы графов.	6	10-14	2		4		4	
5	Планарность и раскраски графов	6	15, 16	2		4		4	
6	Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.	6	17, 18	4		4		8	
	<i>Итого по модулю 2:36</i>		10-18	8		12		16	Контрольная работа №2
	<b>ИТОГО:</b>	<b>72</b>		<b>14</b>		<b>24</b>		<b>34</b>	<b>зачет</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам

#### 4.3.1. Содержание практических занятий по дисциплине

##### Модуль 1. Основные понятия о графах.

###### *Тема1. История развития теории графов.*

Возникновение понятия графа. Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети. Алгоритмы на графах и сетях. Современное состояние развития теории графов.

###### *Тема2. Основные понятия. Классификация типов графов.*

Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства. Изоморфизм графов. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Деревья, сбалансированные по высоте (AVL-деревья) и по весу. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе. Дерево блоков и точек сочленения. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Теорема Галлаи.

### *Тема3. Простейшие алгоритмы на графах и сетях.*

Поиск по графу в ширину и глубину. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Модифицированный алгоритм поиска в глубину. Поиск блоков в связном графе. Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона. Анализ работы алгоритма в случае целых и рациональных пропускных способностей. Случай иррациональных пропускных способностей. Пример Форда и Фалкерсона. Метод кратчайших путей.

## **Модуль 2. Планарность и раскраски графов**

### *Тема1. Связность и факторизации. Обходы графов.*

Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной  $k$ -связности графов (теорема Уитни). Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующихся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и  $(0,1)$ -матрицах. Алгоритм поиска наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях. Критерий Татта существования 1-фактора в произвольном графе. Теоремы Петерсена о 2-факторах.

### *Тема2. Планарность и раскраски.*

Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Теорема Брукса. Хроматические полиномы, их свойства. Нерешенные задачи о хроматических полиномах. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Вопросы 3-раскрашиваемости планарных графов. Теоремы Грецша и Грюнбаума. Реберные раскраски графов и мультиграфов. Теоремы Визинга и Шэннона. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний. Предписанные раскраски. Теорема Томассена о предписанной 5-раскрашиваемости плоских графов.

### *Тема3. Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.*

Перечисление и кодирование графов. Проблема изоморфизма. Кодирование деревьев. Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев. Классы труднорешаемых задач на графах. Классы P, NP и NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. NP-полнота задач “Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “Гамильтонова цепь”, “3-раскрашиваемость”.



#### 4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

##### Модуль 1.

Тема 1. История развития теории графов.

Тема 2. Основные понятия. Классификация типов графов.

Тема 3. Простейшие алгоритмы на графах и сетях.

##### Модуль 2.

Тема 1. Связность и факторизации. Обходы графов.

Тема 2. Планарность и раскраски.

Тема 3. Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.

#### 5. Образовательные технологии

Для эффективной реализации целей и задач ФГОС, для претворения компетентного подхода в преподавании дисциплины «Дискретная математика», используются следующие образовательные технологии и методы обучения:

Вид занятия 1	Технология 2	Цель 3	Формы и методы обучения 4
Практические занятия	Технология проблемного обучения	Усвоение теоретических знаний, развитие мышления, формирование профессионального интереса к будущей деятельности	Мультимедийные лекции-объяснение, лекция-визуализация, с привлечением формы тематической дискуссии, беседы, анализа конкретных ситуаций
Лабораторные занятия	Технология проблемного, модульного, дифференцированного и активного обучения, деловая игра	Развитие творческой и познавательной самостоятельности, обеспечение индивидуального подхода с учетом базовой подготовки. Организация активности студентов, обеспечение лично-деятельного характера усвоения знаний, приобретения навыков, умений.	Индивидуальный темп обучения. Инновационные интерактивные методы в обучении: использование Web-ресурсов для подготовки компьютерных презентаций, использование off-line (электронная почта) для обмена информацией, консультаций с преподавателем, работа с электронными пособиями, возможность самотестирования. Постановка проблемных познавательных задач. Методы активного обучения: «круглый стол», игровое производственное
Самостоятельная работа	Технологии концентрированного, модульного, дифференцированного обучения	Развитие познавательной самостоятельности, обеспечение гибкости обучения, развитие навыков работы с различными источниками информации, развитие уме-	Индивидуальные, групповые, интерактивные (в режимах on-line и offline).

		ний, творческих навыков	
--	--	-------------------------	--

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

*Виды самостоятельной работы обучающегося, порядок их выполнения и контроля, учебно-методическое обеспечение (возможно в виде ссылок) самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины.*

### 6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Применяемая трудоёмкость, а.ч.
История развития теории графов.	2
Основные понятия. Классификация типов графов.	2
Простейшие алгоритмы на графах и сетях.	14
Связность и факторизации. Обходы графов.	4
Планарность и раскраски.	4
Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.	8
Итого СРС:	34

### 6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение конспектов лекций и рекомендованной литературы.
2. Подготовка к опросу на практических занятиях
3. Решение задач и упражнений
4. Подготовка к коллоквиуму и контрольным работам
5. Поиск материала на интернет-форумах

### 6.3. Порядок контроля:

1. опрос на практическом занятии
2. проверка выполнения домашних заданий и контрольных работ
3. Коллоквиумы

### 6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

Раздел (модуль, тема)	Вид самостоятельной работы - практическое содержание	Контрольные сроки (в нед.) и вид контроля	Уч.-мет. обеспечение (указаны источники из списка основной литературы)
1	2	3	4
<b>Модуль 1. Основные понятия о графах.</b>	Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети. Алгоритмы на графах и сетях.	3 неделя обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе	[1],[4]; <a href="http://citforum.ru/">http://citforum.ru/</a>

	Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.	9 неделя обучения. Контрольная работа	[2], [3] <a href="http://www.compdoc.ru/">http://www.compdoc.ru/</a> <a href="http://www.emanual.ru/">http://www.emanual.ru/</a>
<b>Модуль 2. Планарность и раскраски графов</b>	Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига. Классы труднорешаемых задач на графах. Классы P, NP и NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. NP-полнота задач “Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “Гамильтонова цепь”, “3-раскрашиваемость”.	16 неделя обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе 18 неделя обучения. Контрольная работа	[5],[6]; <a href="http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4">http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4</a> [1] – [7]; интернет-сайты: <a href="http://www.compdoc.ru/">http://www.compdoc.ru/</a> <a href="http://www.emanual.ru/">http://www.emanual.ru/</a>

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.1. Типовые контрольные задания

#### 7.1.1. Темы рефератов:

**Тема 1. Введение.** Задача о кенигсбергских мостах. Электрические цепи. Гипотеза четырех красок. Теория графов для программиста.

**Тема 2. Графы.** Задача Рамсея.

**Тема 3. Блоки.** Графы блоков и графы точек сочленения.

**Тема 4. Деревья.** Химические деревья. Матроиды.

**Тема 5. Связность.** Графические варианты теоремы Менгера.

**Тема 6. Разбиения.** Графические разбиения.

**Тема 7. Обходы графов.** Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Задача коммивояжера. Головоломки, связанные с графами.

**Тема 8. Реберные графы.** Тотальные графы.

**Тема 10. Покрытия.** Реберное ядро.

**Тема 11. Планарность.** Теорема Понтрягина-Куратовского. Характеризации планарных графов. Практические приложения планарных графов.

**Тема 12. Раскраски.** Теорема о четырех красках. Гомоморфизмы. Хроматический многочлен.

**Тема 13. Матрицы.** Матрица смежностей. Матрица инциденций. Матрица циклов. Матроиды.

**Тема 14. Группы.** Группы подстановок. Операции на группах подстановок. Графы с данной группой. Симметрические графы.

**Тема 15. Перечисления.** Теорема Пойа. Перечисление графов. Перечисление деревьев. Теорема перечисления степенной группы. Решенные и нерешенные задачи перечисления графов.

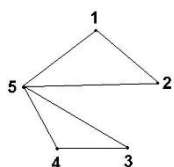
**Тема 16. Орграфы.** Орграфы и матрицы. Турниры.

### 7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля

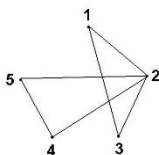
#### 1. Граф задан своей матрицей смежности

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

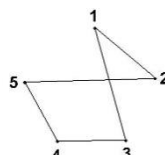
Его геометрическое изображение



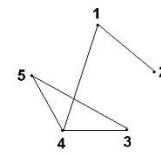
2)



3)

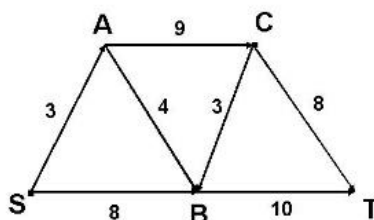


4)



1)

2. Кратчайшим путем между вершинами S и T в графе является



1) S-A-B-T

2) S-B-T

3) S-A-C-T

4) S-A-C-B-T

3. Граф, заданный списком ребер  $M = \{(1,2), (1,4), (1,5), (1,6), (2,6), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5)\}$

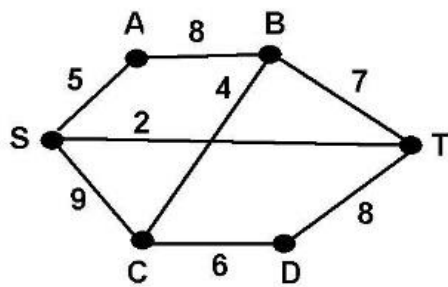
1) эйлеров, планарный

2) не эйлеров, планарный

4. **Максимальный поток в сети**

3) эйлеров, не планарный

4) не эйлеров, не планарный



- 1) 15
- 2) 14
- 3) 16
- 4) 13

**5. Петлей называется:**

- 1) Дуга, соединяющая три вершины
- 2) Дуга, соединяющая вершину саму с собой
- 3) Ребро, соединяющее две висячие вершины
- 4) Ребро, соединяющее вершину саму с собой

**6. Что такое удаление дуги из графа?**

- 1) Удаление всех вершин, инцидентных этой дуге, вместе с этой дугой
- 2) Удаление дуги, вершины остаются в графе
- 3) Удаление всех дуг, инцидентных данной дуге
- 4) Удаление всех дуг и вершин, инцидентных данной дуге

**7. Что такое эксцентриситет вершины?**

- 1) Расстояние от данной вершины до наиболее удаленной от нее
- 2) Расстояние от данной вершины до наиболее близкой от нее
- 3) Наибольшее расстояние между вершинами в графе
- 4) Наименьшее расстояние между вершинами в графе

### 7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю

Вопросы зачета по курсу «Прикладные задачи теории графов» для студентов 3 курса ФМиКН направления ПМИ, 6 семестр.

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.
2. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.
3. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.
4. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Деревья, сбалансированные по высоте (AVL-деревья) и по весу
5. Поиск по графу в ширину и глубину. Свойства дерева поиска. Связь поиска в ширину с кратчайшими цепями графа.
6. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная  $k$ -связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе. Дерево блоков и точек сочленения. Алгоритм поиска блоков.
7. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.
8. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона. Анализ работы алгоритма в случае целых и рациональных пропускных способностей. Метод кратчайших путей.
9. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной  $k$ -связности графов (теорема Уитни).
10. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.

11. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Теорема Галлаи.

12. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующиеся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла.

13. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и  $(0,1)$ -матрицах. Алгоритм нахождения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях.

14. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.

15. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Теорема Брукса.

16. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Достаточные условия Грецша и Грюнбаума 3-раскрашиваемости плоских графов.

17. Хроматические полиномы, их свойства. Нерешенные задачи, связанные с хроматическими полиномами.

18. Раскраски ребер графов и мультиграфов. Теоремы Визинга и Шэннона. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний.

19. Предписанные раскраски вершин и ребер графов. Теорема Томассена о предписанной 5-раскрашиваемости плоских графов.

20. Перечисление и кодирование графов Проблема изоморфизма. Кодирование деревьев. Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

21. Труднорешаемые задачи на графах. Классы P, NP, NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. Некоторые NP-полные задачи на графах (“Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “3-раскрашиваемость” и другие).

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Общий результат складывается из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- выполнение текущих лабораторных заданий – 40 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 50 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 50 баллов,
- письменная контрольная работа - 50 баллов.

## **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

Адрес размещения курса / Основная литература:

1. Э. Майника. Оптимизационные задачи на сетях и графах. 2013
2. А.А.Новиков. Дискретная математика для программистов. – Питер, 2014.

3. Р.Уилсон. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 2010.
4. Н.Кристофидес. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1977.
5. Миронов В., Башмаков И. А. Прикладные задачи теории графов. – М: Наука, 2009.
6. Ф. Харари. Теория графов. – М.:Мир, 1973.
7. К. Берж. Теория графов. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.
8. Гостин А. М., Корячко В. П. Дискретная математика. Теория графов: Учебное пособие [Электронный ресурс]: учебник для бакалавров — Электрон. текстовые данные - Рязанский государственный радиотехнический университет 2006.— 80 с.— Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/167963>.— ЭБС.
9. Алексеев В. Е, Захарова Д. В.. Теория графов: Учебное пособие [Электронный ресурс]: учебник для бакалавров — Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского 2017.— 119 с.— Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/153421>.— ЭБС.

#### Дополнительная литература

1. В.Н. Нефедов, В.А. Осипова. Курс дискретной математики. – М.: МАИ, 1992.
2. С.М. Окулов. Программирование в алгоритмах. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2012.
3. А.И.Белоусов, С.В.Ткачев. Дискретная математика. – М., изд-во МГТУ им. Баумана, 2002.
4. Б.Н. Иванов. Дискретная математика: алгоритмы и программы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2012.

#### 9. Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<https://ru.wikipedia.org/wiki/Java>

<http://citforum.ru/>

<http://www.compdoc.ru/>

<http://www.emanual.ru/>

#### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

- 1) Помимо выполнения лабораторных заданий рекомендуется решить все упражнения (или большую часть) упражнений, предложенных к каждому практическому занятию.
- 2) Самостоятельная работа студентов заключается в решении всех разобранных на занятиях упражнений, материала учебника и соответствующих форумов интернет, решения всех заданий из индивидуальных лабораторных заданий, решения рекомендуемых задач, подготовки к сдаче промежуточных отчетов и зачета, и дополнительной работы в компьютерном классе самостоятельно.

#### 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем



В аудитории должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);  
настенным экраном или интерактивной доской.

Для проведения лабораторных занятий по учебной дисциплине необходима лаборатория на 15 рабочих мест. Каждое рабочее место должно быть оборудовано персональным компьютером.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Занятия проводятся в форме компьютерных презентаций, поэтому аудитория должна быть укомплектована следующим оборудованием:

портативным персональным компьютером класса «ноутбук» или «нетбук»; на нем должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);

настенным экраном или интерактивной доской.

Для проведения лабораторных занятий по учебной дисциплине необходима лаборатория на 15 рабочих мест. Каждое рабочее место должно быть оборудовано персональным компьютером конфигурации IBM PC или совместимой с ней, двумя электрическими розетками для подключения системного блока и периферийных устройств и компьютерным столом для их размещения. Все компьютеры должны быть объединены в локальную сеть с возможностью доступа к ресурсам сети Интернет.