МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) программы:
Анализ больших данных

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала - 2023

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» составлена в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.05 Статистика от 14.08.2020 № 1032

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «18» января 2023 г., протокол № 5.

Зав. кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «25» января 2023 г., протокол № 4.

Председатель ____________ Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «20» февраля 2023 г.

Начальник УМУ ____________ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.05 Статистика.
Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме двух экзаменов.

Объем дисциплины 7 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 252 ч.

Объем дисциплины в очной форме

Семестр	Учебные занятия								Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе								
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					КСР	СРС, в том числе экз.	
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	консультации			
1	108	64	32	0	32	-	-	8+36	экзамен
2	144	48	24	0	24	-	-	60+36	экзамен
итого	252	112	56	0	56	-	-	68+72	экзамен-2

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» является:
– получение базовых знаний по алгебре: комплексные числа и многочлены, матричная алгебра и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства, линейные операторы и функционалы, канонический вид линейных операторов (жорданова форма, симметрические, ортогональные и унитарные операторы), билинейные формы, метрические линейные пространства, группы преобразований;
– привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических и геометрических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в обязательную часть ОПОП, по направлению 01.03.05 Статистика.

Алгебра является одними из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с аналитической геометрией, математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	*Знает:* структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. *Умеет:* анализировать постановку данной	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

		математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. *Владеет:* навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	*Знает:* принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. *Умеет:* системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. *Владеет:* навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	*Знает:* современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. *Умеет:* применять современные методы и средства автоматизированного анализа и	

		систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. *Владеет:* навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методы сбора и обработки данных, полученными в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	*Знает*: стандартные методы и технические средства для статистических наблюдений. *Умеет*: применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. *Владеет*: методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-1.2. Умеет собирать и	*Знает*: как собирать данные об объекте	

	обрабатывать данные, полученные в области математических и естественных наук, в области программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации. *Умеет*: собирать исходные данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации. *Владеет*: методами сбора данных об объекте исследования и выбора соответствующий инструментарий для обработки информации.	
	ПК-1.3. Владеет навыками сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	*Знает*: статистические методы обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. *Умеет:* применять статистические меты для обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. *Владеет*: статистическими методами обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий	

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

4.2.1. Структура дисциплины в очной форме

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	СРС	КСР	
1	Модуль 1. Комплексные числа								
2	Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	1	1-3	14	4	4	2		Устный опрос, письменная контрольная работа
3	Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	1	4-5	10	6	6	2		
4	Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени.	1	6-7	12	4	4	4		
5	Итого по модулю 1:	1	1-7	36	14	14	8		Коллоквиум
6	Модуль 2. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений								
7	Тема 4. Матрицы и действия с ними.	1	8	4	2	2			Устный опрос, письменная контрольная работа
8	Тема 5. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.	1	9-10	8	4	4			
9	Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы.	1	11-12	8	4	4			
10	Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	1	13	4	2	2			
11	Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	1	14-16	12	6	6			
12	Итого по модулю 2:	1	8-16	36	18	18			Коллоквиум
13	Модуль 3. Подготовка к экзамену								

14	Подготовка к экзамену	1	17	36			36		Экзамен
15	Итого по модулю 3:	1	17	36			36		Экзамен
16	Итого за 1 семестр:	1	1-17	108	32	32	44		Экзамен
17	Модуль 4. Квадратичные формы								
18	Тема 9. Линейные преобразования.	2	1	8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
19	Тема 10. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	2	2	16	2	2	12		
20	Тема 11. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	2	3	12	2	2	8		
21	Итого по модулю 4:	2	1-6	36	6	6	24		Коллоквиум
22	Модуль 5. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*								
23	Тема 12. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	2	4	12	2	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
24	Тема 13. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	2	5	12	2	2	8		
25	Тема 14. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	2	6	12	2	2	8		
26	Итого по модулю 5:	2	1-6	36	6	6	24		Коллоквиум
27	Модуль 6. Евклидово пространство. Унитарное пространство								
28	Тема 15. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	2	7	6	2	2	2		Устный опрос,
29	Тема 16. Матрица Грамма и ее свойства.	2	8	6	2	2	2		

30	Тема 17. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.	2	9	6	2	2	2		письменная контрольная работа
31	Тема 18. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	2	10	6	2	2	2		
32	Тема 19. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	2	11	6	2	2	2		
33	Тема 20. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	2	12	6	2	2	2		
34	Итого по модулю 6:	2	7-12	36	12	12	12		Коллоквиум
33	Модуль 7. Подготовка к экзамену								
35	Подготовка к экзамену	2	13	36			36		Экзамен
36	Итого по модулю 7:	2	13	36			36		Экзамен
37	Итого за 2 семестр:	2	1-13	144	24	24	96		Экзамен
38	Итого:	1-2		252	56	56	140		Экзамен-2

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)
4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари.

Модуль 2. Матрицы, определители n-го порядка. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Понятие матрицы. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц.

Тема 5. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Понятие определителя n-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Свойства определителей. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка. Миноры матрицы двух видов.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Миноры матрицы. Базисный минор матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Системы n-линейных уравнений с n-неизвестными. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Модуль 3. Подготовка к экзамену

2 семестр

Модуль 4. Квадратичные формы

Тема 9. Линейные преобразования

Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований.

Тема 10. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Критерий эквивалентности квадратичный форм.

Тема 11. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Модуль 5. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 12. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.

Тема 13. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Тема 14. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Модуль 6. Евклидово пространство. Унитарное пространство

Тема 15. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.

Тема 16. Матрица Грамма и ее свойства

Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.

Тема 17. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений

Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Тема 18. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.

Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц.

Тема 19. Линейные операторы. Матрица линейного оператора

Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Матрица линейного оператора в данном базисе.

Тема 20. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора

Понятие инвариантных подпространств. Примеры инвариантных подпространств. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Модуль 7. Подготовка к экзамену

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Занятие 1. Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Решение заданий.

Занятие 2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа. Решение заданий.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Занятие 3. Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Решение заданий.

Занятие 4. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Решение заданий.

Занятие 5. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел. Решение заданий.

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Занятие 6. Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение заданий.

Занятие 7. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари. Решение заданий.

Модуль 2. Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Занятие 8. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Решение заданий.

Тема 5. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида

Занятие 9. Понятие определителя *n*-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Решение заданий.

Занятие 10. Свойства определителей *n*-го порядка. Вычисление определителей *n*-го порядка используя свойства. Решение заданий.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Занятие 11. Обратная матрицы. Примеры вычисления обратной матрицы. Решение заданий.

Занятие 12. Вычисление ранг матрицы. Миноры матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Решение заданий.

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Занятие 13. Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Занятие 14. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Занятие 15. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Занятие 16. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Модуль 3. Подготовка к экзамену

2 семестр

Модуль 4. Квадратичные формы

Тема 9. Линейные преобразования

Занятие 1. Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований. Решение заданий.

Тема 10. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Занятие 2. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Вычисление ранга квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи невырожденного линейного преобразования.

Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Решение заданий.

Тема 11. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Занятие 3. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби. Решение заданий.

Модуль 5. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 12. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Занятие 4. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Решение заданий.

Тема 13. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Занятие 5. Связь между базисами. Преобразование координат вектора. Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах. Решение заданий.

Тема 14. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Занятие 6. Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Решение заданий.

Модуль 6. Евклидово пространство. Унитарное пространство

Тема 15. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Занятие 7. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Решение заданий.

Тема 16. Матрица Грамма и ее свойства

Занятие 8. Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама. Решение заданий.

Тема 17. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений

Занятие 9. Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений. Решение заданий.

Тема 18. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства

Занятие 10. Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц. Решение заданий.

Тема 19. Линейные операторы. Матрица линейного оператора

Занятие 11. Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Нахождение матрицы линейного оператора в данном базисе. Решение заданий.

Тема 20. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора

Занятие 12. Инвариантные подпространства. Примеры инвариантных подпространств. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Решение заданий.

Модуль 7. Подготовка к экзамену

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	2
Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	2
Решение уравнений 3, 4-й степени.	4
Подготовка к экзамену	36
Линейные преобразования.	4
Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	12
Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	8
Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	8
Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	8

Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	8
Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	2
Матрица Грамма и ее свойства.	2
Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.	2
Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	2
Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	2
Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	2
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	68+72

Литература для самостоятельной работы

1. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

6.3. Порядок контроля:

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.
Критерии выставления оценок:
«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;
«хорошо» - владение разделами «Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами», «Методы решения СЛАУ» умение решать задачи по этим темам;
«удовлетворительно» - знания по разделам «Комплексные числа. Действия над комплексными числами», «Матрицы и действия над ними» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

Самостоятельная работа 1

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)z_1-(6-i)z_2=-19+23i\\(5+2i)z_1+(4-3i)z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

Самостоятельная работа 2

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-2&1&1\\2&-3&4&1&2\\0&2&0&3&-1\\4&-1&3&-2&4\\0&2&0&0&2\end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 3

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

Самостоятельная работа 4

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 \qquad - \ y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2 + 5x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3$.

Самостоятельная работа 5

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1 = (-4;-2;3)$, $a_2 = (-2;3;-4)$, $a_3 = (3;3;-5)$.

3.Образует ли базис система векторов $x_1 = (-1;-2;0)$, $x_2 = (2;-3;4)$, $x_3 = (1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3;4;5)$

4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

Самостоятельная работа 6

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1 = (3;0;-3), a_2 = (-1;3;-4), a_3 = (-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1;2;0), y_2 = (-1;-3;-1), y_3 = (1;0;0)$.

3.Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1 = (-1;-2;0;-2), x_2 = (2;-3;4;0)$.

4. Написать матрицу Грамма.

5. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 7

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \quad\quad y_2 + y_3 \\ x_3 = \quad\quad\quad 2y_3 \end{cases}$.
2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.
3. Записать характеристический определитель для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Темы рефератов:

Мнимая единица *i* и ее свойства.

Матрицы – что это такое.

Лаплас – великий французский математик.

Гаусс – король математики.

Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.

Билинейные формы

Великий математик Коши

7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля

Варианты контрольных работ

1 вариант

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)\,z_1-(6-i)\,z_2=-19+23i\\(5+2i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

2 вариант

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-2&1&1\\2&-3&4&1&2\\0&2&0&3&-1\\4&-1&3&-2&4\\0&2&0&0&2\end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&3&-2\\-1&3&1&2&2\\3&0&-3&-1&-6\\0&-4&0&4&0\\5&1&-5&2&-10\end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+2x_4-x_5=2,\\3x_1+x_2+2x_3+3x_4+x_5=6,\\-2x_1-x_2+x_3-x_4-2x_5=-2,\\2x_1+2x_2+2x_3+4x_4-2x_5=6.\end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 - y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2 + 5x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3$.

5 вариант

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1 = (-4;-2;3), a_2 = (-2;3;-4), a_3 = (3;3;-5)$.
3. Образует ли базис система векторов $x_1 = (-1;-2;0), x_2 = (2;-3;4), x_3 = (1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3;4;5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

6 вариант

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1 = (3;0;-3), a_2 = (-1;3;-4), a_3 = (-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1;2;0), y_2 = (-1;-3;-1), y_3 = (1;0;0)$.
3. Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1 = (-1;-2;0;-2), x_2 = (2;-3;4;0)$.
4. Написать матрицу Грамма.

5. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

7 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \quad y_2 + y_3 \\ x_3 = \quad 2y_3 \end{cases}$.

2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.

3. Записать характеристический определитель для матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня *n*-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя *n*-го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка.
5. Свойства определителей *n*-го порядка.
6. Обратная матрица.
7. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.

2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Квадратичные формы»

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейное пространство»

1. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
2. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Линейные преобразования пространства Vn.
7. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
8. Подпространство линейного пространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Евклидово пространство»

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.

2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Ортогональные и унитарные матрицы»

1. Ортогональные матрицы.
2. Свойства ортогональных матриц.
3. Унитарные матрицы.
4. Свойства унитарных матриц.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейные операторы»

1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
2. Произведение линейных операторов.
3. Обратный оператор.
4. Матрица линейного оператора в данном базисе.
5. Понятие инвариантных подпространств.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
7. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Тесты

Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	Вычислить $\frac{(1+i)^2-(4+i)\cdot(2+3i)}{(1-i)\cdot(2+i)}$; 1) 3-1.7$i$ 2) 0.5+0.75i 3) i 4) 1-i 5) -0.3-4.1i
-2)	Вычислить $\frac{(3+i)-(4-2i)\cdot(1-3i)}{1+i}$; 1) $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$ 2) $\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 3) $-\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 4) $\frac{7}{2}+\frac{9}{2}i$ 5) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$
-1)	Вычислить $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)^{100}$; 1) $-\frac{1}{2^{50}}$ 2) $\frac{1}{2^{40}}$ 3) $2^{100}i$ 4) $\frac{1}{2^{25}}i$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
-3)	Вычислить $(-2+2i)^{80}$; 1) 2^{45} 2) 3^{80} 3) 8^{40} 4) $4^{10}i$ 5) -2^{40}

-5)	Вычислить $\sqrt[3]{1}$; 1) 1 2) i 3) $\{\pm 1;\pm i\}$ 4) $\{-1;\pm i\}$ 5) $\left\{1;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-4)	Вычислить $\sqrt[4]{-81}$; 1) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i;-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\{3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i;-3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i\}$ 3) $\{1;\pm i;-1;\pm i\}$ 4) $\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i;-\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 5) $\left\{\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-2)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}$; 1) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-5)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\pi+i\sin\pi$; 1) i 2) $-i$ 3) $1+i$ 4) 1 5) -1
-5)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $3+3i$; 1) $r=2\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{6}$ 2) $r=3,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 3) $r=1,\varphi=0$ 4) $r=5,\varphi=\frac{\pi}{4}$ 5) $r=3\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{4}$
-1)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$; 1) $r=1,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 2) $r=2,\varphi=\frac{5\pi}{6}$ 3) $r=1,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 4) $r=2,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 5) $r=1,\varphi=\frac{11\pi}{6}$
-2)	Представить в тригонометрическом виде $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 1) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $1\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ 3) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ 4) $-2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$
-5)	Представить в тригонометрическом виде $-1+i$; 1) $1(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 3) $-2(\cos 0-\sin 0)$ 4) $5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 5) $1\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
-3)	Вычислить $\frac{\cos 110^0+i\sin 110^0}{\cos 20^0+i\sin 20^0}$; 1) 1 2) $1+i$ 3) i 4) $-i$ 5) $1+2i$
-4)	Вычислить $\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}$; 1) 1 2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-2)	Вычислить i^{123}; 1) 1 2) $-i$ 3) -1 4) $1+i$ 5) i

-5)	Вычислить i^{-386}; 1) $\frac{1}{2}i$ 2) i 3) 1 4) $-i$ 5) -1
-2)	Решить квадратное уравнение $x^2-(2+i)x+(-1+7i)=0$; 1) $\{1+i,1-i\}$ 2) $\{3-i,-1+2i\}$ 3) $\{1+2i,3+i\}$ 4) $\{-1+2i,3-2i\}$ 5) $\{2-i,3+2i\}$
-1)	Решить квадратное уравнение $x^2-(3-2i)x+(5-5i)=0$; 1) $\{2+i,1-3i\}$ 2) $\{4+i,1-i\}$ 3) $\{2+i,1-4i\}$ 4) $\{2-i,1+3i\}$ 5) $\{1+i,4i\}$
-3)	Решить кубическое уравнение $x^3-6x+9=0$; 1) $\left\{-2,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 2) $\{-5,-3,1\}$ 3) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{1,\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\right\}$ 5) $\left\{3,\frac{1}{3}\pm\frac{1}{4}i\right\}$
-2)	Решить кубическое уравнение $x^3+12x+63=0$; 1) $\{-1,\pm 3\}$ 2) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$ 3) $\{2,5\pm 3i\}$ 4) $\{3,1\pm i\}$ 5) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$

Тест 2. Матрицы и определители

-4)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&1&4\\0&5&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0&3\\1&2&-2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2&0&4\\1&1&-1\end{pmatrix}$. Вычислить A+2B-3C; 1) $\begin{pmatrix}2&1&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}3&7\\-2&0\\5&-1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}-6&1&-2\\-1&12&-1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&-1&-2\\-1&12&1\end{pmatrix}$
-1)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&7\\-1&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&-2\\1&4\end{pmatrix}$. Вычислить 2A-B+3C; 1) $\begin{pmatrix}2&-5\\8&22\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&2\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}5&3\\-1&2\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&-2\\3&2\end{pmatrix}$
-5)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&5&3\\2&-3&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&-3&5\\-1&4&-5\\3&-1&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix}1&2&-3\\4&0&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2&-1&0\\5&2&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6&14\\-3&19\\-19&17\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&14&-2\\10&-19&17\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\3&1&3\\1&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&2\\1&3&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix}3&-1&3\\2&5&0\\3&-1&3\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&2&0\\2&5&-4\\0&3&7\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6&8&6\\8&19&8\\6&8&6\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}3&-1&2\\5&-1&4\\0&2&3\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$

-5)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix}$; 1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1
-1)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix} \frac{3}{22} & -\frac{1}{22} & \frac{14}{22} \\ \frac{3}{22} & \frac{9}{22} & -\frac{8}{22} \\ -\frac{1}{22} & -\frac{3}{22} & \frac{10}{22} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{20}{11} & \frac{8}{11} & \frac{7}{11} \\ \frac{13}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{8}{11} & \frac{1}{11} & \frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} \frac{3}{19} & -\frac{1}{19} & \frac{14}{19} \\ \frac{3}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{8}{19} \\ -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0
-4)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4

-5)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix}$. Вычислить A^2; 1) $\begin{pmatrix}7 & -3 & 7\\ 1 & 4 & 1\\ 2 & 5 & 2\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 7 & 0\\ 0 & 0 & 7\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 9\\ 0 & 9 & 0\\ 9 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}9 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ -1 & 1 & -3\\ 2 & -2 & 6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 5 & 2\\ 0 & 3 & -1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}$. Вычислить $\left(A\times B\right)^T$; 1) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}7 & 5 & 0\\ -7 & -5 & 0\\ 14 & 10 & 0\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7 & -7 & 14\\ 5 & -5 & 10\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & -2 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & 0 & 4\end{vmatrix}$; 1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}2 & -1 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1 & 3\\ 1 & 2 & -1 & 0\end{vmatrix}$; 1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}3 & 1 & 0 & 5\\ 0 & 2 & 4 & -1\\ 0 & 0 & 3 & 7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$; 1) 35 2) 3 3) -4 4) 18 5) 30
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 5 & -4 & -3\\ 6 & 2 & -2 & 0\\ 1 & 3 & 0 & 0\\ 7 & 0 & 0 & 0\end{vmatrix}$; 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 4 & 16 & 64\\ 1 & 6 & 36 & 216\\ 1 & 7 & 49 & 343\end{vmatrix}$; 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 9\\ 4 & 16 & 81\end{vmatrix}$; 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40

-3)	Вычислить $\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) x_1y_1 3) 0 4) $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ 5) x_3y_3
-2)	Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12

Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0.$ 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1.$ 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1.$ 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1.$
-4)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$ 1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4.$ 2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0.$ 4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7.$ 5) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}.$
-2)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{6}, x_3 = -\frac{5}{3}.$ 4) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0.$ 5) $x_1 = 3, x_2 = -4, x_3 = 1.$
-5)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$ 1) $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 1.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1.$ 3) $x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = -1.$ 4) $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5.$ 5) $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1.$
-3)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = \lambda. \end{cases}$ 1) $\lambda = 1$ 2) $\lambda = -1$ 3) $\lambda = 3$ 4) $\lambda = 0$ 5) $\lambda = -2$

-1)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases}2x_1+x_2+x_3+5x_4=7,\\ x_1-x_2+2x_3+4x_4=4,\\ x_1+2x_2-x_3+\lambda x_4=3.\end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-5$ 3) $\lambda=0$ 4) $\lambda=5$ 5) $\lambda=-3$
-1)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases}5x_1+3x_2+2x_3+5x_4=17,\\ 5x_1+4x_2+2x_3+6x_4=19,\\ 4x_1+3x_2+3x_3+6x_4=19.\end{cases}$ 1) $x_1=1, x_2=2-x_4, x_3=3-x_4$. 2) $x_1=3x_4, x_2=3-x_4, x_3=2+x_4$. 3) $x_1=1+x_4, x_2=2+2x_4, x_3=1-x_4$. 4) $x_1=-1, x_2=1-x_4, x_3=2-x_4$. 5) $x_1=3, x_2=x_4, x_3=-3+2x_4$.
-2)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+2x_4=2,\\ 3x_1+x_2+2x_3+3x_4=6,\\ -2x_1-x_2+x_3-x_4=-2.\end{cases}$ 1) $x_1=2-x_4, x_2=1-x_4, x_3=x_4$. 2) $x_1=1-\frac{1}{5}x_4, x_2=1-\frac{6}{5}x_4, x_3=1-\frac{3}{5}x_4$. 3) $x_1=1+\frac{1}{3}x_4, x_2=1+\frac{1}{4}x_4, x_3=2-\frac{1}{3}x_4$. 4) $x_1=x_4, x_2=3+2x_4, x_3=-x_4$. 5) $x_1=2x_4, x_2=1-x_4, x_3=3-2x_4$.
-5)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+2x_4=6,\\ 4x_1+3x_2+2x_3+5x_4=16,\\ 2x_1+3x_2+x_3+4x_4=11.\end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=4, x_3=-1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=0$. 3) $x_1=2, x_2=5, x_3=-3, x_4=0$. 4) $x_1=3, x_2=1, x_3=-1, x_4=0$. 5) $x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=0$.
-3)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases}2x_1+2x_2-x_3+2x_4=5,\\ -x_1+2x_2+2x_3+x_4=5,\\ 3x_1-x_2+x_3+2x_4=2.\end{cases}$ 1) $x_1=5, x_2=3, x_3=1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=1, x_3=2, x_4=0$. 3) $x_1=1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 4) $x_1=-1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 5) $x_1=2, x_2=2, x_3=2, x_4=0$.
-1)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases}x_1+3x_2+2x_3+x_4=4,\\ 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=7,\\ x_1-x_2+x_3-x_4=3.\end{cases}$ 1) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 2) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=4$. 3) $x_1=-1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 4) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 5) $x_1=3, x_2=3, x_3=1, x_4=2$.
-4)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases}2x_1+2x_2-x_3+2x_4=2,\\ -2x_1+x_2+2x_3-x_4=3,\\ x_1+x_2+x_3+x_4=4.\end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=1, x_3=2, x_4=3$. 2) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3$.

	3) $x_1=-1, x_2=2, x_3=2, x_4=3.$ 4) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=3.$ 5) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3.$
-3)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1+x_2-x_3=0, \\ 4x_1+\lambda x_2-2x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda=0$ 2) $\lambda=-2$ 3) $\lambda=4$ 4) $\lambda=-1$ 5) $\lambda=3$
-1)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1-x_2+3x_3=0, \\ 3x_1+x_2+\lambda x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda\neq 2$ 2) $\lambda\in(-\infty,3)$ 3) $-2\le\lambda\le 2$ 4) $\lambda>2$ 5) $\lambda<2$

7.1.4. Экзаменационные вопросы

1 семестр

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня *n*-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.
7. Матрицы и операции над ними.
8. Транспонированная матрица.
9. Понятие определителя *n*-го порядка.
10. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка.
11. Свойства определителей *n*-го порядка.
12. Обратная матрица.
13. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
14. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
15. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
19. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

2 семестр

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.

8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зоконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.
13. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
14. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
15. Базис и размерность линейного пространства.
16. Связь между базисами.
17. Преобразование координат вектора.
18. Линейные преобразования пространства *Vn*.
19. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
20. Подпространство линейного пространства.
21. Сумма и пересечение подпространств.
22. Прямая сумма подпространств.
23. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
24. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
25. Ортонормированный базис.
26. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
27. Определение матрицы Грама и ее свойства.
28. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
29. Унитарное пространство.
30. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
31. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.
32. Ортогональные матрицы.
33. Свойства ортогональных матриц.
34. Унитарные матрицы.
35. Свойства унитарных матриц.
36. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
37. Произведение линейных операторов.
38. Обратный оператор.
39. Матрица линейного оператора в данном базисе.
40. Понятие инвариантных подпространств.
41. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
42. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины
а) адрес сайта курса:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 c. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45380.html
2. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин, Владимир Александрович ; Э.Г.Позняк. - 6-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005. - 278 с. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики/ под ред. А.Н.Тихонова и др. вып. 4) (Серия "Классический университетский учебник"). - Предм. указ.: с. 274-278. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0481-0 : 149-93. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : учеб. для ун-тов / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука, 1977. - 496 с. : ил. - 1-10. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 c. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/61981.html
2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по

специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3. Сборник задач по алгебре / И. В. Аржанцев и др. ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004393869/
4. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

http://www.elib.dgu.ru/
http://www.iprbookshop.ru/
http://intuit.ru/

10. Методические указания по освоению дисциплины

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Линейная алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.