



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях»

Кафедра *дифференциальных уравнений и функционального анализа*
факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа:

01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения: Очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,

Махачкала - 2022

Программа дисциплины «Функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях» составлена в 2022 году в соответствии требованиями ОПОП по направлению подготовки 01.03.01 Математика, от 10 января 2018 г. № 8.


Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от «15» марта 2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «**Функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях**» входит в факультативную часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) 01.03.01 математика и компьютерные науки. Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

– Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности (ОПК-1);

– Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы пригодные для практического применения (ОПК-5);

– Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-3).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета.**

Объем дисциплины 2 зачетных единиц, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе						
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
	Все го	из них					
	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		

6	36	34	-	-	-	-	2	зачет
---	----	----	---	---	---	---	---	-------

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины **Функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях** являются: расширение представления о понятии функции, применение функции от матриц к дифференциальным уравнениям.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «**Функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях**» входит в факультативную часть образовательной программы бакалавриата, по направлению (специальности) 01.03.01 .

Для его освоения обучающийся должен владеть линейной алгеброй, математическим анализом, комплексным анализом.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения	Процедура усвоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин	Устный опрос. Коллоквиум.

	<p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок</p>	
	<p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научнообразовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных</p>	

		текстовых и графических редакторах.	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук.	<i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи,	Устный опрос. Коллоквиум. Контрольная работа.
		связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. <i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.	

	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>	

ОПК-5. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные	ОПК-5.1.Знает основные алгоритмы и компьютерные программы.	Знает: основные принципы и концепции развития существующих алгоритмов и компьютерных программ. Умеет: применять основные алгоритмы и	Устный опрос. Коллоквиум.
-----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

программы пригодные для практического применения.		компьютерные программы при решении разнообразных задач теоретического и практического содержания. Владеет: методами решения задачи профессиональной деятельности.	
	ОПК-5.2.Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	Знает: основные направления применения алгоритмов и компьютерных программ в науке и образовании. Умеет: выбирать эффективные алгоритмы и компьютерные программы для использования в научных исследованиях и учебном процессе. Владеет: методами применения основных алгоритмов и компьютерных программ науке и образовании.	
	ОПК-5.3.Имеет практические навыки разработки алгоритмов и компьютерных программ пригодных для практического применения.	Знает: теоретические положения и методы разработки алгоритмов и компьютерных программ. Умеет: выбирать эффективные алгоритмы и компьютерные программы в научных исследованиях и учебном процессе. Владеет: навыками построения новых алгоритмов и компьютерных программ различных явлений и процессов, навыками их использования для обработки данных.	

<p>ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>ПК-3.1. Знает основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><i>Знает:</i> разные подходы к определению основных понятий математики; основные понятия информатики; формулировки математических утверждений при различных изменениях их исходных условий; различные языки программирования; <i>Умеет:</i> устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики и информатики необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <i>Владеет:</i> определенными навыками планирования и проведения работы по собиранию, обработке и интерпретированию данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>Устный опрос. Коллоквиум.</p>
	<p>ПК-3.2. Планирует популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><i>Знает:</i> разнообразные формы пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики. <i>Умеет:</i> планировать изложение различных базовых вопросов изучения математики и информатики в доступной для данной аудитории форме. <i>Владеет:</i> определенным опытом планирования и проведения экскурсий для пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики.</p>	
	<p>ПК-3.3. Проводит необходимую работу по собиранию, обработке и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><i>Знает:</i> современные методы по собиранию, обработке и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <i>Умеет:</i> привлечь внимание обучающихся к математическим и компьютерным наукам. <i>Владеет:</i> навыками проведения работы по собиранию, обработке и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

4.3. Материалы, устанавливающие содержание и порядок изучения дисциплины.

Распределение часов по темам и видам учебной работы

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Всего часов	Виды учебных занятий		
			Аудиторные занятия, в том числе		Самостоятельная работа
			лекции	практ. занятия	
Модуль I. Функции от матриц					
Матричные многочлены и действия над ними. Теорема Безу.	6		4		
Аннулирующий многочлен.	6		2		
Минимальный многочлен.	6		2		
Понятие функции от матриц. Основные свойства.	6		10		
Матричная экспонента	6		10		
Применение матричной экспоненты к дифференциальным уравнениям	6		6		
Всего по модулю I			34		2
Промежуточный контроль					зачет
Всего за семестр			34		2

4.4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль I. Функции от матрицы

Тема 1. Матричные многочлены и действия над ними. Теорема Безу.

Тема 2. Аннулирующий многочлен. Минимальный многочлен

Теорема Гамильтона-Келли

Тема 3. Понятие функции от матриц. Основные свойства.

Функции определенные на спектре матрицы

Тема 4. Основная формула. Компоненты матрицы

Тема 5. Основные свойства функции от матрицы

Тема 6. Матричная экспонента и применение её к дифференциальным уравнениям

5. Образовательные технологии

По дисциплине учебным планом предусмотрено проведение занятий в интерактивной форме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к коллоквиуму.
2. Подготовка к контрольной работе.
3. Подготовка к зачету.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Модуль 1. Функции от матрицы		
Матричный многочлен Анализ теоретического материала, подготовка докладов и рефератов	[1], [3]	
2. Действия над матричным многочленом	Подготовка докладов и рефератов	[2], [3]
3. Степень произведения матричного многочлена	Подготовка докладов и рефератов	[1], [3]
4. Теорема Безу.	Анализ теоретического материала	[2], [3]
5. Аннулирующий многочлен	Анализ теоретического материала,	[2], [3]
6. Минимальный многочлен	Анализ теоретического материала, подготовка докладов и рефератов	[1], [2]
7. Функции от матрицы	Анализ теоретического материала, подготовка докладов и рефератов	[3]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.3. Примерные задания для организации формы контроля

Вопросы для самостоятельной проверки

1. Матричный многочлен
2. Действия над матричным многочленом
3. Степень произведения матричных многочленов
4. Теорема Безу.
5. Аннулирующий многочлен
6. Минимальный многочлен
7. Функции от матрицы
8. Компоненты матрицы
9. Основная формула
10. Матричная экспонента
11. Решение задачи Коши для систем линейных уравнений

Темы докладов и рефератов

1. Действия над матричными многочленами
2. Теорема Гамильтона-Келли
3. Аннулирующий многочлен
4. Минимальный многочлен
5. Понятие функции от матриц
6. Применение матричной экспоненты к дифференциальным уравнениям

Вопросы для подготовки к зачету

1. Матричный многочлен
2. Действия над матричным многочленом
3. Степень произведения матричного многочлена
4. Теорема Безу.
5. Аннулирующий многочлен
6. Минимальный многочлен
7. Функции от матрицы
8. Компоненты матрицы

9. Основная формула
10. Матричная экспонента
11. Решение задачи Коши для систем линейных уравнений

Примеры для самостоятельного решения.

I. Решите систему уравнений

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 3x + 4y; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = y - 4x \end{cases}$$

II. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ найдите 1) e^A , 2) $\sin A$, 3) $2\sin A \cos A$, 4) $\sin^2 A + \cos^2 A$

III. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ найдите 1) e^A , 2) $\sin A$, 3) $2\sin A \cos A$, 4) $\sin^2 A + \cos^2 A$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %. Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. а) основная литература:

1. Гантмахер «Теории матриц» 1980 г.
2. Беллман «Теории матриц» 1986 г. Дополнительная
3. Джон, Хорн «Матричный анализ» 1984 г.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:

3. Образовательные ресурсы ДГУ <http://edu.icc.dgu.ru> **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины. ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ**

Дисциплин «функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых

будущими бакалаврами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
 - 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
 - 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
 - 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
 - 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- б) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации. Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:
- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
 - б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
 - в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа по функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений); соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Основная цель: ознакомление с общими методами развития у студентов необходимых прочных навыков в этой области. Также студенту необходимо применять практически теоретический курс. Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений. После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы. Особое внимание рекомендуется обратить на усвоение основных понятий, методов и примеров, доказательства утверждений.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т. д.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «функции матриц и их приложения в дифференциальных уравнениях» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов