

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Теория интерполирования

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа магистратуры
01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки
Дифференциальные уравнения

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: часть ОПОП, формируемая участниками образовательных отношений; дисциплина по выбору

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины *Теория интерполирования* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика от 10.01. 2018 г. № 12.


Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Теория интерполирования* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору), образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами конечных и разделенных разностей, интерполяционных полиномов, интерполяционными рациональными дробями, интерполяционными сплайнами, суммированием функций.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
обще профессиональных – ОПК-1;
профессиональных – ПК-1, ПК-2.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: различные методы построения интерполяционных полиномов, рациональных дробей, сплайнов; условия и виды сходимости интерполяционных процессов; приложения к квадратурным формулам;

уметь: применять методы теории интерполирования в задачах теории аппроксимаций, в задачах сжатия и восстановления информации, в приближенных вычислениях интегралов и других задачах методов вычислений;

владеть: понятиями конечной разности, разделенной разности, обратной производной, различными способами выбора систем узлов интерполяции, методами исследования сходимости интерполяционных процессов.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия на очном отделении							Форма промежуточной аттестации	
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			Консультации
3	144	68	34	-	34	-	-	76	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

- Освоение основных понятий теории интерполирования (конечные разности, разделенные разности, обратные производные, виды узлов, сходимость и расходимость интерполяционных процессов и др.).

- Творческое овладение основными методами интерполирования.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина *Теория интерполирования* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору), образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение теории интерполирования предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук.	<i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением	Устный опрос, контрольные работы

		<p>дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	
	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания в области математики в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы</p>
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы</p>

<p>ПК-1. Способен понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение, операционные системы и сетевые технологии.</p>	<p>ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.</p>	<p><i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках.</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов.</p>
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p><i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов.</p>

		исчисления к геометрии, физике.и другим естественным наукам.	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений.</p>	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов.
ПК-2. Способен владеть навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера; представления материалов	ПК-2.1. Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, формы подготовки научных публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.	<p><i>Знает:</i> основы использования информационных технологий в науке; основные направления использования информационных технологий в научных исследованиях.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; использовать</p>	Устный опрос, контрольные работы

<p>собственных исследований; проводить корректуру, редактирование, реферирование работ.</p>		<p>современные информационные технологии для подготовки традиционных и электронных научных публикаций. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками применения информационных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	
	<p>ПК-2.2. Умеет представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты.</p>	<p><i>Знает:</i> основные методы критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. <i>Умеет:</i> критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. <i>Владеет:</i> навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического анализа; навыками перевода научных текстов и современными технологиями научной коммуникации на русском и иностранном языках.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы</p>
	<p>ПК-2.3. Имеет практический опыт выступлений и</p>	<p><i>Знает:</i> основные методы критического анализа и оценки современных</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы</p>

	<p>научной аргументации в профессиональной деятельности, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками.</p>	<p>научных достижений; основные методы работы по информационным технологиям. <i>Умеет:</i> публично представлять результаты научно-исследовательской работы; применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; использовать современные информационные технологии для подготовки научных публикаций; практически использовать образовательные ресурсы Интернет в научно-исследовательской работе. <i>Владеет:</i> современными технологиями научной коммуникации; навыками представления научных отчетов и докладов с аргументированным анализом в области математического анализа; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	
--	---	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	лаборат. занятия	практ. занятия	Контроль сам. раб.		
Модуль 1. Интерполяционные полиномы и дроби								
1. Интерполяционные алгебраические полиномы			2		2		2	
2. Конечные и разделенные разности			2		2		2	
3. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона			2		2		4	
4. Непрерывные дроби. Дроби Тиле			2		2		4	
5. Дроби Паде			2		2		4	
Всего по модулю 1	3		10		10		16	коллоквиум
Модуль 2. Вопросы сходимости интерполяционных процессов								
1. Интерполяция непрерывных функций			6		6		6	
2. Теорема Банаха-Штейнгауза и приложения			2		2		2	
3. Интерполяция дифференцируемых функций			4		4		4	
Всего по модулю 2	3		12		12		12	коллоквиум
Модуль 3. Интерполяционные сплайны								
1. Полиномиальные сплайны.			4		4		4	
2. Рациональные сплайн-функции.			2		2		2	
3. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.			4		4		4	
4. Формосохраняющие сплайн-интерполяции.			2		2		2	
Всего по модулю 3	3		12		12		12	коллоквиум
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен	3							36
ИТОГО за семестр	3		34		34		40	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяционные полиномы и дроби

Тема 1. Интерполяционные алгебраические полиномы

Вопросы существования и единственности интерполяционных алгебраических полиномов.

Об эффективных формах записи интерполяционных полиномов.

Тема 2. Конечные и разделенные разности.

Различные виды конечных разностей. Свойства конечных разностей.

Свойства разделенных разностей. Различные представления разделенных разностей.

Связь с конечными разностями и производными. Обратные производные.

Тема 3. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона

Фундаментальные полиномы.

Полиномы Лагранжа, их свойства.

Интерполяция по последовательности простых узлов.

Полиномы Ньютона, их свойства.

Различные формы записи остатка интерполяционной формулы.

Кратная интерполяция. Кратные разделенные разности. Формула Эрмита.

Тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование.

Вопросы существования и сходимости.

Тема 4. Непрерывные дроби. Дроби Тиле

Виды непрерывных дробей. Основные тождества.

Вопросы сходимости. Теорема Зейделя.

Методы разложения элементарных функций в непрерывные дроби.

Интерполяционные дроби Тиле.

Представление функций в виде непрерывной дроби Тиле.

Тема 5. Дроби Паде.

Постановка задачи. Вопросы существования интерполяционной рациональной функции.

Дроби Паде. Теорема Монтессу де Баллора.

Модуль 2. Вопросы сходимости интерполяционных процессов

Тема 6. Интерполяция непрерывных функций.

Постановка вопроса об интерполяционных процессах по треугольным таблицам узлов для непрерывных функций. Связь равномерной сходимости интерполяционных процессов с наилучшими полиномиальными приближениями.

Наилучшие полиномиальные аппроксимации. Теорема Чебышева об альтернансе.

Наилучшие узлы для интерполирования индивидуальных непрерывных функций.

Оценки скорости сходимости интерполяционных процессов через наилучшие полиномиальные приближения.

Модули непрерывности. Теоремы Джексона об оценке наилучших полиномиальных аппроксимаций.

Функция и константа Лебега. Общая оценка снизу констант Лебега (Фабер). Оценка констант Лебега для чебышевских узлов (С.Н.Бернштейн).

Проблема о максимально широком классе непрерывных функций с равномерно сходящимся интерполяционным процессом по чебышевским узлам, выделяемом с помощью констант Лебега. Класс функций Дини-Липшица.

Тема 7. Теорема Банаха-Штейнгауза и приложения.

Интерполяционные полиномы Лагранжа как линейные ограниченные операторы над пространством непрерывных на отрезке функций. Случай периодических непрерывных функций.

Теорема Банаха-Штейнгауза об ограниченности последовательности норм линейных непрерывных операторов.

Следствия о расходимости (равномерной и поточечной) интерполяционных процессов для некоторых непрерывных функций. Теорема Фабера об универсальных таблицах узлов интерполяции.

Случай равномерных сеток узлов. Примеры С.Н.Бернштейна и Рунге.

Существование непрерывных функций, для которых интерполяционный процесс по чебышевским узлам расходится во всех точках отрезка $[-1,1]$ (Марцинкевич и Грюнвальд).

Аналог для тригонометрического интерполирования в случае равномерных сеток узлов.

Тема 8. Интерполяция дифференцируемых функций.

Интерполяция аналитических функций. Минимальная область сходимости. Интерполяция целых функций.

Случай бесконечно дифференцируемых функций.

Вопрос выбора узлов в случае класса конечное число раз непрерывно дифференцируемых функций. Ортогональные полиномы Чебышева первого рода. Свойства их нулей.

Модуль 3. Интерполяционные сплайны

Тема 9. Полиномиальные сплайны.

Сплайны, их виды относительно фрагментов и гладкости.

Интерполяционные сплайны Шенберга.

Аппроксимационные свойства сплайнов максимальной гладкости.

Тема 10. Рациональные сплайн-функции.

Постановка задачи безусловной сходимости.

Вопросы существования и единственности рациональных интерполяционных сплайн-функций.

Методы построения рациональных сплайн-функций.

Тема 11. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.

Достаточные условия сходимости кубических сплайнов. Сходимость интерполяционных сплайнов. Оценки скорости сходимости в зависимости от гладкости приближаемой функции.

Явление Гиббса.

Тема 12. Формосохраняющие сплайн-интерполяции.

Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами.

Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяционные полиномы и дроби

Тема 1. Интерполяционные алгебраические полиномы

Вопросы существования и единственности интерполяционных алгебраических полиномов.

Тема 2. Конечные и разделенные разности.

Различные виды конечных разностей. Свойства конечных разностей.

Свойства разделенных разностей. Различные представления разделенных разностей.

Тема 3. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона

Полиномы Лагранжа, их свойства.

Полиномы Ньютона, их свойства.

Различные формы записи остатка интерполяционной формулы.

Тема 4. Непрерывные дроби. Дроби Тиле

Виды непрерывных дробей.

Вопросы сходимости.

Методы разложения элементарных функций в непрерывные дроби.

Интерполяционные дроби Тиле.

Представление функций в виде непрерывной дроби Тиле.

Тема 5. Дроби Паде.

Вопросы существования интерполяционной рациональной функции. Дроби Паде. Таблица Паде.

Модуль 2. Вопросы сходимости интерполяционных процессов

Тема 6. Интерполяция непрерывных функций.

Связь равномерной сходимости интерполяционных процессов с наилучшими полиномиальными приближениями.

Наилучшие полиномиальные аппроксимации. Теорема Чебышева об альтернансе.

Оценки скорости сходимости интерполяционных процессов через наилучшие полиномиальные приближения.

Модули непрерывности. Теоремы Джексона об оценке наилучших полиномиальных аппроксимаций.

Функция и константа Лебега. Оценка констант Лебега для чебышевских узлов.

Класс функций Дини-Липшица.

Тема 7. Теорема Банаха-Штейнгауза и приложения.

Интерполяционные полиномы Лагранжа как линейные ограниченные операторы над пространством непрерывных на отрезке функций. Случай периодических непрерывных функций.

Теорема Банаха-Штейнгауза об ограниченности последовательности норм линейных непрерывных операторов.

Следствия о расходимости (равномерной и поточечной) интерполяционных процессов для некоторых непрерывных функций.

Тема 8. Интерполяция дифференцируемых функций.

Интерполяция аналитических функций. Минимальная область сходимости.

Вопрос выбора узлов в случае класса конечное число раз непрерывно дифференцируемых функций. Ортогональные полиномы Чебышева первого рода. Свойства их нулей.

Модуль 3. Интерполяционные сплайны

Тема 9. Полиномиальные сплайны.

Сплайны, их виды относительно фрагментов и гладкости.

Интерполяционные сплайны Шенберга.

Тема 10. Рациональные сплайн-функции.

Вопросы существования и единственности рациональных интерполяционных сплайн-функций.

Методы построения рациональных сплайн-функций.

Тема 11. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.

Достаточные условия сходимости кубических сплайнов. Сходимость интерполяционных сплайнов. Оценки скорости сходимости в зависимости от гладкости приближаемой функции.

Тема 12. Формосохраняющие сплайн-интерполяции.

Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами.

Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Теория интерполирования* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами.

В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Загиров Н.Ш., Рамазанов А.-Р. К. Приближение полиномами и рациональными функциями. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1989.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Перечень вопросов для самостоятельной работы

1. Различные приемы вычисления конечных разностей.
2. Представление разделенной разности через значения функции.
3. Оценка остаточного члена интерполяционной формулы Лагранжа.
4. Многочлены Чебышева.
5. Ортогональные системы функций.
6. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов.
7. Аппроксимации Паде относительно многочленов Чебышева.
8. Интерполяционные параболические сплайны.
9. Оценка погрешности сплайн-интерполяции.
10. Линейные уравнения в конечных разностях с постоянными коэффициентами.

Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Модуль 1. Интерполяционные полиномы и дроби	
1. Интерполяционные алгебраические полиномы	Доклад на тему: Аппараты аппроксимации функций.
2. Конечные и разделенные разности	Доклад на тему: Три способа представления разделенной разности через значения функции.
3. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона	Доклад на тему: Оценка остаточного члена интерполяционной формулы Лагранжа.
4. Непрерывные дроби. Дроби Тиле	Доклад на тему: Решение дифференциальных уравнений с помощью непрерывных дробей.
5. Дроби Паде	Доклад на тему: Аппроксимации Паде относительно многочленов Чебышева.
Модуль 2. Вопросы сходимости интерполяционных процессов	
1. Интерполяция непрерывных функций	Доклады на темы: 1) Теорема Чебышева об альтернансе. 2) Многочлены Чебышева и задача минимизации оценки остаточного члена интерполяционной формулы.
2. Теорема Банаха-Штейнгауза и приложения	Доклад на тему: Ортогональные системы функций и вопросы интерполяции.
3. Интерполяция дифференцируемых функций	Доклад на тему: Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов.
Модуль 3. Интерполяционные сплайны	

1. Полиномиальные сплайны.	Доклад на тему: Эрмитовы сплайны.
2. Рациональные сплайн-функции.	Доклад на тему: Интерполяция рациональными функциями.
3. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов	Доклад на тему: Оценка погрешности сплайн-интерполяции.
4. Формосохраняющие сплайн-интерполяции.	Доклад на тему: Выпуклая интерполяция параболическими сплайнами.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные полиномы и дроби»

1. Представление конечной разности через значения функции в равноотстоящих узлах.
2. Представление конечных разностей высших порядков через конечные разности первого порядка.
3. Конечные разности функций, имеющих производную данного порядка.
4. Интегральные представления разделенных разностей.
5. Интерполяционные полиномы Лагранжа
6. Оценка остатка интерполяционных формул Лагранжа.
7. Интерполяционные полиномы Ньютона.
8. Дроби Паде. Таблица дробей Паде.
9. Непрерывные дроби Тиле.
10. Разложение основных элементарных функций в непрерывную дробь Тиле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Вопросы сходимости интерполяционных процессов»

1. Связь равномерной сходимости интерполяционных процессов с наилучшими полиномиальными приближениями.
2. Наилучшие полиномиальные аппроксимации. Теорема Чебышева об альтернансе.
3. Оценки скорости сходимости интерполяционных процессов через наилучшие полиномиальные приближения.
4. Модули непрерывности. Теоремы Джексона об оценке наилучших полиномиальных аппроксимаций.
5. Функция и константа Лебега. Общая оценка снизу констант Лебега (Фабера). Оценка констант Лебега для чебышевских узлов (С.Н.Бернштейн).
6. Теорема Банаха-Штейнгауза об ограниченности последовательности норм линейных непрерывных операторов.
Следствия о расходимости (равномерной и поточечной) интерполяционных процессов для некоторых непрерывных функций. Теорема Фабера об универсальных таблицах узлов интерполяции.
7. Интерполяция аналитических функций. Минимальная область сходимости. Интерполяция целых функций.
8. Случай бесконечно дифференцируемых функций.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные сплайны»

1. Интерполяция сплайнами.

2. Различные виды сплайнов.
3. Приближение функций интерполяционными сплайнами.
4. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.
5. Линейные, квадратичные и кубические сплайны.
6. Достаточные условия сходимости последовательности интерполяционных сплайнов.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по тестированию

Если студент *умеет* давать *анализ теста* по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на экзаменах

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам.

В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном

четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература

1. [Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962

Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - Т. 1. - 464 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456944> ().

2. [Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков ; ред. Б.М. Будаков, А.Д. Горбунова. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - Т. 2. - 620 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456943> ().

3. [Алберг Д., Нильсон Э., Уолш Д. Теория сплайнов и ее приложения](#) - Москва: Мир, 1972

Алберг, Д. Теория сплайнов и ее приложения / Д. Алберг, Э. Нильсон, Д. Уолш ; под ред. С.Б. Стечкина ; пер. с англ. Ю.Н. Субботина. - Москва : Мир, 1972. - 319 с. ; То же

[Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456937> ().

в) дополнительная литература

1. [Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения](#) - Москва: Наука, 1975

Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> ().

2. [Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Гельфонд, А.О. Исчисление конечных разностей / А.О. Гельфонд ; ред. Л.А. Соловьевой. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 400 с. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456954> ().

3. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва, Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же

[Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> ().

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(/).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по *Теории интерполирования* распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Теория интерполирования* рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «*Система Гарант*»;
- справочная правовая система «*КонсультантПлюс*».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Теория интерполирования*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.