

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения»**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:

01.04.01 Математика

Профиль подготовки:

«Дифференциальные уравнения»

Уровень высшего образования:

магистратура

Форма обучения:

Очная

Статус дисциплины:

входит в часть ОПОП формируемую участниками образовательных отношений

Махачкала - 2022

Рабочая программа дисциплины **«Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения»** составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 10.01.2018 г. № 12.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,

Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от «15» марта 2022 г.,

протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения* входит в часть ОПОП формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *дифференциальных уравнений и функционального анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с алгеброй внешних форм, внешними дифференциальными формами, внешним дифференцированием, интегрированием внешней формы по сингулярному кубу и по цепи, формулой Стокса. Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

- способностью формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1);

- способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии (ПК-1);

- владеть навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера; представления материалов собственных исследований; проводить корректуру, редактирование, реферирование работ (ПК-2)

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*знать* фундаментальные понятия, связанные с внешними дифференциальными формами; *уметь* находить внешние дифференциалы и интегралы от внешних форм по цепи; *владеть* элементами теории внешних дифференциальных форм для применения в математике и в области других естественнонаучных дисциплин.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации			
В	108	34		34			40	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины

Владение элементами теории внешних дифференциальных форм и умение применять внешние дифференциальные формы при решении практических задач.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина входит в часть ОПОП формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы магистратуры по направлению *01.04.01 Математика*.

К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: алгебра, геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения.

Знания по данному курсу необходимы при изучении других дисциплин и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

### 3. Компетенции обучаевщихся и индикаторы их достижения.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
---	--	---------------------------------	--------------------

<p><b>ОПК-1.</b> Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики</p>	<p><b>ОПК-1.1.</b> Обладает фундаментальными знаниями в области математики. <b>ОПК-1.2.</b> Умеет использовать фундаментальные знания в области математики в профессиональной деятельности. <b>ОПК-1.3.</b> Может осуществить выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Знает: различные подходы к построению внешних форм; различные приемы нахождения внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм. Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в виде внешней формы или интеграла от внешней формы. Владеет: методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов от внешних форм.</p>	<p>Устный опрос, коллоквиум</p>
<p><b>ПК-1.</b> Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии</p>		<p>Знает: различные подходы к построению внешних форм; различные приемы нахождения внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм. Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в виде внешней формы или интеграла от внешней формы. Владеет: методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов от внешних форм.</p>	<p>Устный опрос, коллоквиум</p>

<p>ПК-2. Владеть навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера; представления материалов собственных исследований; проводить корректуру, редактирование, реферирование работ;</p>		<p>Знает: различные подходы к построению внешних форм; различные приемы нахождения внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм. Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в виде внешней формы или интеграла от внешней формы. Владеет: методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов от внешних форм.</p>	<p>Устный опрос, коллоквиум</p>
---	--	--	---------------------------------

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

		семестра	Аудиторные занятия, в том числе	г. работа	Формы текущего
--	--	----------	---------------------------------	-----------	----------------

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр		лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		контроля успеваемости (по неделям семестра)
								Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
<b>Модуль 1. Алгебра внешних форм. Внешнее дифференцирование</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>3</b>		<b>17</b>	<b>17</b>			<b>2</b>	КОЛЛОКВИУМ
1. Пространство внешних форм.			5	5				
2. Внешнее произведение.			6	6			1	
3. Внешнее дифференцирование			6	6			1	
<b>Модуль 2. Интегрирование внешних дифференциальных форм</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>3</b>		<b>17</b>	<b>17</b>			<b>2</b>	КОЛЛОКВИУМ, контрольная работа
1. Интегрирование внешних дифференциальных форм			10	10			1	
2. Формула Стокса и приложения			7	7			1	
<b>Модуль 3. Промежуточная аттестация</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>3</b>							Экзамен
1. Подготовка и сдача экзамена								<b>36</b>
<b>ИТОГО за семестр</b>	<b>108</b>		<b>34</b>	<b>34</b>			<b>4+36</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### **ЛЕКЦИИ**

#### **Модуль 1. Алгебра внешних форм**

Тема 1. Пространство внешних форм.

Сопряженные линейные пространства.

Внешние формы (1-формы, 2-формы,  $k$ -формы).

Полилинейные формы. Альтернатива полилинейных форм. Альтернатива тензоров.

Тема 2. Внешнее произведение.

Внешнее умножение и его свойства.

Внешнее произведение внешних форм. Пространство внешних форм данной степени и базис в нем.

## **Модуль 2. Внешнее дифференцирование**

Тема 3. Внешние дифференциальные формы.

Касательные пространства. Дифференциальные 1-формы, дифференциальные  $k$  формы.

Дифференциальные  $k$  -формы в  $R^n$ . Внешний дифференциал и его основные свойства.

Тема 4. Отображения пространства внешних форм.

Поведение дифференциальных форм при отображениях. Индуцированное отображение пространства внешних форм.

## **Модуль 3. Интегрирование внешних дифференциальных форм** Тема

5. Интегралы от форм в евклидовом пространстве.

Интеграл от внешней формы по сингулярному кубу.

Интеграл 1-формы по пути, Интеграл  $k$  -формы в  $k$  -мерном ориентированном евклидовом пространстве.

Тема 6. Интегралы от форм по цепи.

Понятие цепи. Интеграл от формы по цепи. Граница цепи. **Модуль 4. Теорема Стокса**

Тема 7. Формула Стокса и приложения.

Формула Стокса для цепи. Оператор проектирования. Теорема Пуанкаре и некоторые другие приложения.

## ***ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ***

### **Модуль 1. Алгебра внешних форм**

Тема 1. Пространство внешних форм.



Внешние формы (1-формы, 2-формы,  $k$ -формы).

Полилинейные формы. Альтернатива полилинейных форм.

Тема 2. Внешнее произведение.

Внешнее умножение и его свойства.

Внешнее произведение внешних форм. Пространство внешних форм данной степени.

## **Модуль 2. Внешнее дифференцирование**

Тема 3. Внешние дифференциальные формы.

Дифференциальные 1-формы, дифференциальные  $k$ -формы. Дифференциальные  $k$ -формы в  $R^n$ .

Тема 4. Отображения пространства внешних форм. Поведение дифференциальных форм при отображениях.

## **Модуль 3. Интегрирование внешних дифференциальных форм** Тема

5. Интегралы от форм в евклидовом пространстве.

Интеграл от внешней формы по сингулярному кубу.

Интеграл 1-формы по пути. Интеграл  $k$ -формы в  $k$ -мерном ориентированном евклидовом пространстве.

Тема 6. Интегралы от форм по цепи.

Интеграл от формы по цепи. Граница цепи.

## **Модуль 4. Теорема Стокса**

Тема 7. Формула Стокса и приложения.

Формула Стокса для цепи. Частные случаи.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия.

Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в

интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

1. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977.
2. Спивак С. Математический анализ на многообразиях. С.–Пб.: Лань, 2008.

### Перечень вопросов для самостоятельной работы

1. Внешние формы (1-формы, 2-формы,  $k$ -формы).
2. Внешнее умножение и его свойства.
3. Дифференциальные 1-формы, дифференциальные  $k$ -формы.
4. Интеграл 1-формы по пути. Интеграл  $k$ -формы в  $k$ -мерном ориентированном евклидовом пространстве.
5. Поведение дифференциальных форм при отображениях.
6. Цепи. Интеграл от формы по цепи.
7. Внешнее дифференцирование. Основные свойства.
8. Формула Стокса. Частные случаи.
9. Замкнутые формы и циклы.

### Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Алгебра внешних форм</i>	
1. Пространство внешних форм.	Доклад на тему: (1-формы, 2- $k$ - Внешние формы формы, формы).
2. Внешнее произведение.	Доклад на тему: Внешнее умножение и его свойства.

<b>Модуль 2. Внешнее дифференцирование</b>	
1. Внешние дифференциальные формы.	Доклад на тему:  Дифференциальные 1-формы, дифференциальные к-формы.
2. Отображения пространства внешних форм.	Доклад на тему: Поведение дифференциальных форм при отображениях.
<b>Модуль 3. Интегрирование внешних дифференциальных форм</b>	
1. Интегралы от форм в евклидовом пространстве.	Доклад на тему:  Интеграл к-формы в к-мерном ориентированном евклидовом пространстве.
2. Интегралы от форм по цепи.	Доклад на тему:  Интеграл от формы по цепи.
<b>Модуль 4. Теорема Стокса</b>	
1. Формула Стокса и приложения.	Доклад на тему:  Формула Стокса. Частные случаи.

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

7.1. Типовые контрольные задания

**Примерный перечень вопросов к коллоквиуму**

1. Внешние формы.
2. Внешнее умножение и его свойства.
3. Дифференциальные формы.
4. Интеграл в к-мерном ориентированном евклидовом пространстве.
5. Поведение дифференциальных форм при отображениях.
6. Цепи. Интеграл от формы по цепи.
7. Внешнее дифференцирование. Основные свойства. 8. Формула Стокса. Частные случаи.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%. Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины а) основная литература:**

### **1. Спивак, Майкл .**

Математический анализ на многообразиях : учеб. пособие: [пер. с англ.] / Спивак, Майкл . - 2-е изд. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 158 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 155. - Предм. указ.: с. 156-158. - ISBN 5-8114-0646-0 : 94-38.

### **2. Ефимов, Николай Владимирович.**

Введение в теорию внешних форм / Ефимов, Николай Владимирович. - М. : "Наука", 1977. - 87с. : ил. ; 19см. - 0-15.

### **3. Зорич, Владимир Антонович.**

Математический анализ : [Учебник для ун-тов по спец. "Математика" и "Механика"]. Ч.1 / Зорич, Владимир Антонович. - М. : Наука, 1981. - 543 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 536-537. Алф. указатель: с. 538-543. - 1-40.

### **4. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия.**

Учебник / Н. В. Ефимов ; Ефимов Н. В. - М. : Физматлит, 2005. - 464 с. - ISBN 97859221-0386-5.

**Местонахождение:** Российская государственная библиотека (РГБ) **URL:**

[http://нэб.рф/catalog/000199\\_000009\\_002707416/](http://нэб.рф/catalog/000199_000009_002707416/)

*б) дополнительная литература:*

1. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука, 1974.
2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука, 1969.
3. Ж. де Рам. Дифференцируемые многообразия. М.:Ил, 1956.

#### **4. Арнольд, Владимир Игоревич.**

Математические методы классической механики : [Учеб. пособие для ун-тов] / Арнольд, Владимир Игоревич. - 2-е изд., стереотип. - М. : Наука, 1979. - 431с. : ил. ; 22см. - ISBN 20302-007 : 1-20.

**Местонахождение: Научная библиотека ДГУ**

### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:

2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>: <http://edu.icc.dgu.ru>:

### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационносправочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиапроекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.