

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«G-сходимость дифференциальных операторов»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:
01.04.01 Математика

Профиль подготовки:
«Дифференциальные уравнения»

Уровень высшего образования:
магистратура

Форма обучения:
Очная

Статус дисциплины:
Входит в вариативную часть ОПОП

Махачкала 2022

Рабочая программа дисциплины «**G-сходимость дифференциальных операторов**» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 10.01.2018 г. № 12.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от «15» марта 2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «G -сходимость дифференциальных операторов» входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению **01.04.01 Математика** (уровень магистратуры).

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с G-сходимостью: недивергентных эллиптических операторов второго порядка, операторов Бельтрами и обобщенных операторов Бельтрами.

Дисциплина нацелена на формирование следующей компетенции выпускника:

- способностью формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1);
- способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работы и коллоквиума, зачета.*

Объем дисциплины 2 зачетных единиц, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
		всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			консультации
9	72	36	18	-	18	-	-	36	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) G-сходимость дифференциальных операторов являются: расширение представления о сходимости дифференциальных операторов, резольвентной сходимости дифференциальных операторов; применение G-сходимости в уравнениях математической физики.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина G-сходимость дифференциальных операторов входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры, по направлению 01.04.01 Математика. Знания по

данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Курс “G-сходимость дифференциальных операторов” является одним из основных специальных предметов первого семестра первого курса магистрантов. Для его освоения обучающийся должен владеть математическим анализом, комплексным анализом и уравнениями в частных производных в объеме программ, утвержденных для бакалавров.

3. Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	<p>ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями в области математики.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в области математики в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3. Может осуществить выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Знает: фундаментальные результаты по G-сходимости. Владеет: основными методами G-сходимости Умеет: применять методы G-сходимости к конкретным уравнениям математической физики.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 2, академических часов 72.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. G-сходимость дифференциальных операторов 2-го порядка								
1. G-сходимость обыкновенных дифференциальных операторов второго порядка			4	4			10	коллоквиум
2. G-сходимость недивергентных эллиптических			4	4			10	коллоквиум

операторов второго порядка								
Всего по модулю 1	9		8	8			20	
Модуль 2. G-сходимость обобщенных уравнений Бельтрами								
1. G-сходимость обобщенных уравнений Бельтрами			10	10			16	Зачет
2. Зачет								
Всего по модулю 2	9		10	10			16	
ИТОГО за семестр В	72		18	18			36	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1. G-сходимость дифференциальных операторов 2-го порядка

Тема 1. G-сходимость обыкновенных дифференциальных операторов. Граничная задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. G-сходимость.

Тема 2. G-сходимость недивергентных эллиптических операторов второго порядка.

Дивергентные эллиптические операторы. Недивергентные эллиптические операторы. Априорные оценки. Нервенство острого угла. G-сходимость недивергентных эллиптических операторов второго порядка

Модуль 2. G-сходимость обобщенных уравнений Бельтрами

Тема 3. G-сходимость обобщенных уравнений Бельтрами. Задача Римана-Гильберта для обобщенных уравнений Бельтрами. Неравенство острого угла. G-сходимость.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине.

1. *Тема 1.* Пространства Гельдера. Пространства Лебега. Пространства Соболева.
2. *Тема 2.* Дивергентные эллиптические операторы второго порядка. Задача Дирихле
3. *Тема 3.* Недивергентные эллиптические операторы второго порядка. Априорные оценки
4. *Тема 4.* Задача Дирихле для недивергентных эллиптических операторов второго порядка
5. *Тема 5.* G-сходимость обыкновенных дифференциальных операторов второго порядка
6. *Тема 6.* G-сходимость дивергентных эллиптических операторов второго порядка
7. *Тема 7.* G-сходимость недивергентных эллиптических операторов второго порядка
8. *Тема 8.* G-сходимость обобщенных уравнений Бельтрами

5. Образовательные технологии

В основе преподавания курса «G – сходимость дифференциальных операторов» лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Жиков В.В., Козлов С.Н., Оленик О.А. «Усреднение дифференциальных операторов» М: Наука, 1993г.

2. Левитан М.Б., Жиков В.В. «Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения», М: МГУ, 1978г.
3. Сиражуудинов М.М. «О G-сходимости и усреднении обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сборн. 2008г., Т.199, №5. С.124-155.
4. М. М. Сиражуудинов «Асимптотический метод усреднения обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сб. 2017, том 208, номер 4, 87–110
5. Левитан М.Б. «Почти-периодические функции» М: ГИТЛ., 1963г.

Перечень вопросов для зачета

1. Пространства Лебега
2. Пространства Соболева
3. Эллиптические уравнения
4. Эллиптические системы
5. Слабая сходимость
6. Сильная сходимость
7. Лемма Лакса-Мильграма

Примеры для самостоятельного решения

№1. Найти слабые пределы последовательностей:

- 1) $\sin nx$, 2) $\sin^2 nx$,
- 3) $\sin^3 nx$, 4) $\sin^4 nx$,
- 5) $\cos nx$, 6) $\cos^2 nx$,
- 7) $\cos^3 nx$, 8) $\cos^4 nx$.

№2. Найти G-предельные уравнения для уравнений

- 1) $(2 + \sin nx) u_n'' = f$; 5) $(2 + \cos nx) u_n'' = f$;
- 2) $(2 - \sin nx) u_n'' = f$; 6) $(2 - \cos nx) u_n'' = f$;
- 3) $(2 + \sin nx)^{-1} u_n'' = f$; 7) $(2 + \cos nx)^{-1} u_n'' = f$;
- 4) $(2 - \sin nx)^{-1} u_n'' = f$; 8) $(2 - \cos nx)^{-1} u_n'' = f$.

№3. Найти G-предельное уравнение для уравнения $a(nx) u_n'' = f$, если

- 1) $a(x) = 3 + \sin \sqrt{2}x$; 5) $a(x) = 3 + \cos x$;
- 2) $a(x) = 3 - \sin \sqrt{2}x$; 6) $a(x) = 3 - \cos x$;
- 3) $a(x) = 3 - \sin x$; 7) $a(x) = 3 - \cos \sqrt{2}x$;
- 4) $a(x) = 3 + \sin x$; 8) $a(x) = 3 - \cos \sqrt{2}x$.

№4. Найти G-предельное уравнение для недивергентного уравнения второго порядка, коэффициенты которых зависят только от одной переменной:

- 1) $(2 + \sin nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} + (2 + \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} = f$; 2) $(2 - \sin nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} + (2 - \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} = f$;
- 3) $(2 - \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} + (2 - \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} = f$; 4) $(2 + \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} + (2 + \cos nx_1) \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_1^2} = f$.

№5. Найти G-предельное уравнение для уравнения Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + \mu(\varepsilon^{-1}x_1)\partial_z u = f$, коэффициент которого зависят только от одной переменной:

- 1) $\mu(x_1) = 2^{-1} \sin x_1$;
- 2) $\mu(x_1) = 2^{-1} \cos x_1$;
- 3) $\mu(x_1) = 2^{-1} \sin 2x_1$;
- 4) $\mu(x_1) = 2^{-1} \cos 2x_1$;
- 5) $\mu(x_2) = 2^{-1} \sin x_2$;
- 6) $\mu(x_2) = 2^{-1} \cos x_2$;
- 7) $\mu(x_2) = 2^{-1} \sin 2x_2$;
- 8) $\mu(x_2) = 2^{-1} \cos 2x_2$.
- 9) $\mu(x_1) = 4^{-1}(\sin x_1 + \sin\sqrt{2}x_1)$;
- 10) $\mu(x_1) = 4^{-1}(\cos x_1 + \cos\sqrt{2}x_1)$;
- 11) $\mu(x_1) = 4^{-1}(\sin x_1 - \sin\sqrt{2}x_1)$;
- 12) $\mu(x_1) = 4^{-1}(\cos x_1 - \cos\sqrt{2}x_1)$;
- 13) $\mu(x_2) = 4^{-1}(\sin x_2 + \sin\sqrt{2}x_2)$;
- 14) $\mu(x_2) = 4^{-1}(\cos x_2 + \cos\sqrt{2}x_2)$;
- 15) $\mu(x_2) = 4^{-1}(\sin x_2 - \sin\sqrt{2}x_2)$;

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Пространства Лебега, Соболева, Гёльдера	Доклад
Дивергентные и недивергентные эллиптические операторы. Априорные оценки.	Решение задач и упражнений.
G-сходимость обыкновенных дифференциальных операторов	Доклад
G-сходимость дивергентных эллиптических операторов второго порядка	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.2. Типовые контрольные задания

Вопросы для самостоятельной проверки

1. Пространства Лебега
2. Пространства Соболева
3. Эллиптические уравнения
4. Эллиптические системы
5. Слабая сходимость

6. Сильная сходимоссть
7. Лемма Лакса-Мильграма

Темы докладов и рефератов

1. Всюду плотные множества в пространствах Лебега
2. Всюду плотные множества в пространствах Соболева
3. Различные понятия эллиптичности
4. Задача Дирихле для дивергентного эллиптического уравнения второго порядка
5. Задача Дирихле для недивергентного эллиптического уравнения второго порядка
6. Неравенство острого угла для недивергентных эллиптических уравнений второго порядка
7. Неравенство острого угла для эллиптических систем двух уравнений первого порядка
8. Задача Римана-Гильберта для эллиптических систем двух уравнений первого порядка

Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Всюду плотные множества в пространствах Лебега
2. Всюду плотные множества в пространствах Соболева
3. Различные понятия эллиптичности
4. Задача Дирихле для дивергентного эллиптического уравнения второго порядка
5. Задача Дирихле для недивергентного эллиптического уравнения второго порядка
6. Неравенство острого угла для недивергентных эллиптических уравнений второго порядка
7. Неравенство острого угла для эллиптических систем двух уравнений первого порядка
8. Задача Римана-Гильберта для обобщенного уравнения Бельтрами

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

1. Левенштам В.Б. Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. (Усреднение и асимптотики) [Электронный ресурс] / В.Б. Левенштам. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2008. — 368 с. — 978-5-9275-0414-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46949.html>
2. Жиков В.В, Козлов С.Н., Оленик О.А. Усреднение дифференциальных операторов М.: Наука. 1993 г. Источник: Кафедра ДУиФА ДГУ
3. Левитан М.Б , Жиков В.В. Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения, М: МГУ, 1978г. Источник: Кафедра ДУиФА ДГУ
4. Жиков В.В, Козлов С.Н., Оленик О.А. Усреднение дифференциальных операторов М.: Наука. 1993 г. <http://bookfi.net/book/441507>

Дополнительная

5. Филатов О.П. Усреднение систем дифференциальных включений [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.П. Филатов, М.М. Хапаев. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский

государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1998. — 160 с. — 5-211-03377-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13117.html>

6. Олейник О.А., Иосифьян Г.А., Шамаев А.С. Математические задачи сильно неоднородных упругих сред. Изд. МГУ, 1990 г. <http://bookfi.net/book/441524>
7. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука. 1984. <http://bookfi.net/book/452045>
8. Сиражудинов М.М. «О G-сходимости и усреднении обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сборн. Т.199, №5. С.124-155. 2008 г. <https://doi.org/10.4213/sm4515>

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<p>Студентам:</p> <ul style="list-style-type: none"> - запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; <p>Преподавателям:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. <p>Всем заинтересованным пользователям:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. 2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru , http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по курсу «G-сходимость дифференциальных операторов» распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа магистров складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите курсовых работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Дисциплина « G – сходимость дифференциальных операторов» является основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими магистрами. Она тесно связана с решением прикладных задач математической физики.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а

именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1. Жиков В.В., Козлов С.Н., Оленик О.А. «Усреднение дифференциальных операторов»
2. Левитан М.Б., Жиков В.В. «Почти-периодические функции и дифференциальные уравнения», М: МГУ, 1978г.
3. Сиражудинов М.М. «О G -сходимости и усреднении обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сборн. 2008 г. Т.199, №5. С.124-155
4. Сиражудинов М.М. «Асимптотический метод усреднения обобщенных операторов Бельтрами». Матем. сб., 2017, том 208, номер 4, 87–110
5. Левитан М.Б. «Почти-периодические функции» М: ГИТЛ., 1963г.

Для подготовки к зачету: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.