

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет информатики и информационных технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Вычислительная математика

**Кафедра прикладной математики факультета математики
и компьютерных наук**

Образовательная программа
09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) программы
*Технологии разработки безопасного программного обеспечения
информационных систем*

Форма обучения
Очная


Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала, 2022

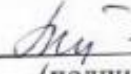
Рабочая программа дисциплины «Вычислительная математика» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Приказ №926 Минобрнауки России от 19 сентября 2017 г.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от
«25» февраля 2022 г., протокол № 6

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.
(подпись)

и
на заседании Методической комиссии факультета информатики и
информационных технологий от « 17 » марта 2022г., протокол №7

/ Председатель  Бакмаев А.Ш.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 31 » марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Вычислительная математика» входит в *входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата* по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Дисциплина реализуется на факультете информатики и информационных технологий кафедрой прикладной математики факультета математики и компьютерных наук.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-8.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в виде экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе 180 в академических часах по видам учебных занятий для очной формы

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
3	180	34		34			112	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения дисциплины «Вычислительная математика» - владение студентами умения применять численные методы при решении задач математического анализа, линейной алгебры, разработки алгоритмов и программ численного решения различных задач встречающиеся в естествознании и закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Вычислительная математика» *входит в обязательную часть* образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Курс по дисциплине «Вычислительная математика» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при составлении различных моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в	ИД1.ОПК-1.1.Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности. Умеет выбирать	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

<p>профессиональной деятельности</p>		<p>современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности. Владеет методами алгоритмизации и реализации указанных методов решения задач на ЭВМ</p>	
	<p>ИД2. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>Знает основные приемы и формулы; Умеет выбирать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности. Владеет методами алгоритмизации и реализации указанных методов решения задач на ЭВМ</p>	

	Ид3.ОПК-1.3.Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Знает алгоритмические языки и фундаментальные основы языков и методов программирования и численных методов; Умеет разрабатывать алгоритмы создавать программы численного решения различных прикладных задач; Владеет навыками применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности	
ОПК-8. Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем	Ид1.ОПК-8.1.Знает математические алгоритмы функционирования, принципы построения, модели хранения и обработки данных распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений.	Знает математические алгоритмы функционирования, принципы построения, модели хранения и обработки данных распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Умеет разрабатывать и применять математические модели процессов и объектов при решении задач анализа и синтеза	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

		<p>распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Владеет навыками построения математических моделей для реализации успешного функционирования распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений</p>	
	<p>ИД2.ОПК-8.2.Имеет навыки применения математические модели процессов и объектов при решении задач анализа и синтеза распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений.</p>	<p>Знает математические алгоритмы функционирования, принципы построения, модели хранения и обработки данных распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Умеет разрабатывать и применять математические модели процессов и объектов при решении задач анализа и синтеза распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Владеет навыками построения математических моделей для реализации</p>	

		успешного функционирования распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений	
	ИДЗ.ОПК-8.3. Владеет навыками построения математических моделей для реализации успешного функционирования распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений	Знает математические алгоритмы функционирования, принципы построения, модели хранения и обработки данных распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Умеет разрабатывать и применять математические модели процессов и объектов при решении задач анализа и синтеза распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений. Владеет навыками построения математических моделей для реализации успешного функционирования распределенных информационных систем и систем поддержки принятия решений	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часа.

4.2. Структура дисциплины в очной форме.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль сам. раб.		
Модуль 1. Численные методы решения нелинейных уравнений.									
1	Введение. Погрешность вычисления значения функции	5	1	2				6	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование ---
2	Метод половинного деления. Метод секущих	5	2	2	2			6	---
4	Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.	5	3	2	2			6	
5	Метод Ньютона.	5	4	2	2			4	Контрольная работа
	Итого			8	6			22	
Модуль 2. Численные методы линейной алгебры									
7	Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.	5	5	2	2			4	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование ---

8	Матричная геометрическая прогрессия.	5	6	2	2			4	
9	Прямые методы решения СЛАУ.	5	7	2	2			6	
10	Итерационные методы решения СЛАУ	5	8	2	2			6	
	Итого			8	8			20	

Модуль 3. Интерполяция и основы теории приближения

	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена	5	9-10	4	4			4	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование ---
	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.	5	11	2	2			4	
	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию	5	12	2	2			4	
	Понятие о сплайнах и их применении	5	13	2	2			4	
	Итого			10	10			16	

Модуль 4. Численное интегрирование									
	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	5	14	2	2			5	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование ---
	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.	5	15	2	2			5	
	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.	5	16	2	2			5	
	Метод Монте-Карло.	5	17	2	2			5	Контрольная работа
	Итого			8	8			20	
Модуль 5. Подготовка к экзамену									
17	<i>Подготовка к экзамену</i>							36	
ИТОГО:				34	34			112	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы решения нелинейных уравнений.

Тема 1. Введение. Погрешность вычисления значения функции.

Источники и классификация погрешностей. Общая формула теории погрешностей. Погрешность арифметических значений.

Тема 2. Метод половинного деления. Метод секущих.

Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Отделение корней. Уточнение корней. Метод половинного деления. Метод секущих.

Тема 3. Метод парабол.

Применение метода парабол для решение нелинейных уравнений.

Тема 4-5. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 6. Метод Ньютона.

Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 2. Численные методы линейной алгебры

Тема 7. Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов.

Тема 8. Матричная геометрическая прогрессия.

Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии. Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 9-10. Прямые методы решения СЛАУ.

Метод исключения неизвестных. Метод Гаусса решения СЛАУ. Метод Крамера. Метод квадратного корня.

Тема 11-12. Итерационные методы решения СЛАУ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия

сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Модуль 3. Интерполяция и основы теории приближения

Тема 7. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.

Понятие интерполяции, значение интерполяции в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

Тема 8. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 9. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема 10. Понятие о сплайнах и их применении.

Определение сплайна, применение сплайна. Построение сплайна третьей степени.

Модуль 4. Численное интегрирование.

Тема 13. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

Введение. Необходимость приближенного вычисления интегралов. Подход к приближенному вычислению, основанный на интерполяции функции. Вывод квадратурных формул Ньютона-Котеса.

Тема 14. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

Тема 15. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Вывод простейшей и составной квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

Тема 16. Метод Монте-Карло.

Использование метода Монте-Карло для приближенного вычисления определенного интеграла.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы решения нелинейных уравнений.

Тема 1. Метод половинного деления. Метод секущих.

Общая формула теории погрешностей. Погрешность арифметически значений. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом секущих.

Тема 2. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.

Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 3. Метод Ньютона.

Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений.

Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 2. Численные методы линейной алгебры

Тема 4. Матричная геометрическая прогрессия.

Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 5. Прямые методы решения СЛАУ.

Метод Гаусса. Метод Крамера. Метод квадратного корня.

Тема 6. Метод простой итерации и метод Зейделя решения СЛАУ.

Формулы метода простой итерации. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации. Формулы метода Зейделя. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Модуль 3. Интерполяция и основы теории приближения

Тема 7. Интерполяция

Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Тема 8. Разделенные разности и их свойства.

Интерполяционный многочлен Ньютона. Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 9. Конечные разности.

Конечные разности и их применение к численному дифференцированию. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

Тема 10. Понятие о сплайнах и их применении.

Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве

Модуль 4. Численное интегрирование.

Тема 7. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Применении квадратурных формул к приближенному вычислению интегралов. Нахождение остаточных членов и их оценок.

Тема 8. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Применение квадратурной формулы Симпсона и метода Рунге-Кутты для вычисления интегралов.

Тема 9. Метод Монте-Карло.

Применение квадратурных формул к приближенному вычислению несобственных интегралов различных видов.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к экзамену.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение	Устный опрос по	См. разделы 6.2,

	рекомендованной литературы	разделам дисциплины	7.1, 8, 9 данного документа
2	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа
3	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа
	Подготовка к экзамену	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа

Текущий контроль: проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

Промежуточная аттестация: контрольные работы, коллоквиум.

Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения домашних заданий.

Промежуточный контроль проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

Итоговый контроль проводится либо в виде устного зачета, либо в форме экзамена.

6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается в начале семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

Название раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения	Кол-во часов	Литература
Модуль 1. Численные методы решения нелинейных уравнений.			
Основы приближенных вычислений	Источники и классификация погрешностей. Общая формула теории погрешностей. Погрешность арифметически значений.	11	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений	Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Отделение корней. Уточнение корней. Метод половинного деления. Метод секущих. Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.	11	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 2. Численные методы линейной алгебры			
Методы	Различные	8	Основная: 2, 3

решения задач о собственных значениях и векторах матриц	виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов.		Дополнительная: 1, 2, 3
Решение систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы	Метод Гаусса решения СЛАУ. Метод Крамера. Метод квадратного корня.	6	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Решение систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы.	Метод простой итерации решения СЛАУ. Метод Зейделя решения СЛАУ.	6	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 3. Интерполяция и основы теории приближения			
Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена	Понятие интерполяции, значение интерполяции в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.	4	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3

	Остаточный член.		
Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона	Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.	4	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.	Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.	8	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 4. Численное интегрирование			
Метод прямоугольников	Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул прямоугольников. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.	5	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Метод трапеций.	Понятие о квадратурных формулах и их	5	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3

	применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.		
Метод Монте-Карло	Общая постановка задачи. Метод Монте-Карло для приближенного вычисления интеграла.	5	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Метод Симпсона.	Вывод простейшей и составной квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.	5	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Контрольная работа 1

1. Найти второе приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (0;0;0)$ за начальное приближение.

2. Найти $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ \frac{a}{2} & a \end{pmatrix}$. Найти все значения a , при которых ряд $E + A + A^2 + \dots$ сходится.

4. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Решить неравенство $\|A\|_2 \leq 6$

Контрольная работа 2

1. Для функции $f(x) = \frac{3x}{4x+2}$ по ее значениям в узлах $0, \frac{1}{2}, 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке $x = \frac{1}{4}$.
2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$.
3. Пусть $f(x) = x^3 + x$, $x_i = ih$, $i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.
4. Пусть $a = 3,62 \pm 0,04$; $b = 0,2 \pm 0,08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c .

5.

Контрольная работа 3

1. Найти приближенное значение I_{np} интеграла

$$I = \int_1^2 |3 - 2x| x dx,$$

по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{np}|$.

2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{2+x} dx$$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

3 Объяснить как вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{e^{-2x^2} \sin x}{4+x^2} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Задания для самостоятельной работы студентов

1. Что означает запись:

$$1) a = 2,747 \pm 0,001; \quad 2) a = 0,4685(1 \pm 0,02)?$$

2. Как оценить относительную погрешность произведения $u \cdot v$ или частного

$$\frac{u}{v} ?$$

3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности ?

4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции ?

Решить следующие задачи линейного программирования:

$$5. \quad -2x_1 + 6x_2 - 5x_5 \rightarrow \min \quad \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 20, \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 24, \\ 3x_1 - x_2 - 12x_5 + x_6 = 18, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$6. \quad 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$7. \quad 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 22, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

8. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?
9. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?
10. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимост. Сходится ли метод Зейделя для системы $x = Bx + c$, если $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$?
11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$.
12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2}) dx$. Сравнить полученное значение с точным.
13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?
14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок

$[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по

квадратурной формуле Симпсона?

15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int_2^3 f(x) dx$.

16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.

17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти

$$\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + \dots$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}?$$
 Если сходится, то найти ее сумму.

19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c$, где

$$B = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,05 & 0,1 & -0,1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.

Вопросы к экзамену:

1. Квадратурные формулы Симпсона. Остаточный член, оценка погрешности.

2. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные

условия сходимости.

3. Метод секущих решения нелинейных уравнений.

4. Метод Крамера решения СЛАУ.

5. Метод квадратного корня решения СЛАУ.

6. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие сходимости.

7. Метод Ньютона приближенного решения одного уравнения с одним неизвестным. Сходимость, оценка погрешности.

8. Квадратурные формулы прямоугольников. Остаточный член, оценка погрешности.

9. Квадратурные формулы трапеций. Остаточный член, оценка погрешности.

10. Задачи линейного программирования

11. Нормы векторов и матриц. Три нормы векторов. Сходимость последовательностей векторов и матриц.

12. Симплекс-метод решения задачи ЛП.

13. Метод Гаусса решения СЛАУ, схема алгоритма оптимального исключения.

14. Основные понятия теории погрешности (абсолютная и относительная погрешности, значащие и верные цифры числа).

15. Метод прямоугольников вычисления интеграла.

16. Метод Монте-Карло для приближенного вычисления определенного интеграла.

17. Метод половинного деления решения нелинейных уравнений.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура оценивания учебной деятельности студента

Лекции. Посещаемость, опрос, активность за семестр – от 0 до 5 баллов.

Лабораторные занятия. Выполнение одной лабораторной работы – 15 баллов.

Практические занятия. Посещаемость, опрос, активность за семестр – от 0 до 15 баллов.

Самостоятельная работа. Контроль выполнения заданий самостоятельной работы в течение семестра – от 0 до 25 баллов.

Промежуточная аттестация. Методика оценивания знаний обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» в ходе промежуточной аттестации.

Ответ студента содержит:

- глубокое знание программного материала;
- знание понятийного аппарата и монографической литературы по курсу;
- умение критически оценивать основные положения курса и увязывать теорию с практикой (от 25 до 40 баллов).

Ответ студента:

- свидетельствует о знании материала по программе и рекомендованной литературы;
- содержит правильное, но не всегда точное и аргументированное изложение материала (от 15 до 24 баллов).

Ответ студента:

- содержит поверхностные знания важнейших разделов программы, затруднения с использованием научно-понятийного аппарата курса и стремление логически четко построить ответ;
- свидетельствует о возможности последующего обучения (от 1 до 14 баллов).

Студенту, имеющему существенные пробелы в знании основного материала по программе, а также допустившему принципиальные ошибки при изложении материала ставится 0 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента по дисциплине «Вычислительная математика» составляет 100 баллов.

Итоговой формой контроля знаний, умений и навыков по дисциплине является экзамен. При ответе студента от 51 до 65% выставляется оценка «удовлетворительно», от 66

до 85% – оценка «хорошо», 86% и выше – оценка «отлично».

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Мастяева, И. Н. Численные методы : учебное пособие / И. Н. Мастяева, О. Н. Семенихина. — Москва : Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003. — 241 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/11121.html> (дата обращения 01.02.2022).

2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М. Наука, 1989. <http://www.mat.net.ua/mat/Gulin-Chislennie-metodi.htm> (дата обращения 01.02.2022).

3. Воеводин, В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов : учебник / В. В. Воеводин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2010. — 168 с. — ISBN 978-5-211-05933-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/13042.html> (дата обращения: 09.02.2022).

б) дополнительная литература

1. Кокотушкин, Г. А. Численные методы алгебры и приближения функций :

методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Численные методы» / Г. А. Кокотушкин, А. А. Федотов, П. В. Храпов. — Москва : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. — 60 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/31590.html> (дата обращения 01.02.2022).

2. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010.
3. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения). М. Высшая школа, 2000

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Вычислительная математика» содержит внутри 4 модуля. Данные модули имеют определенную направленность по отношению к установленным целям и результатам обучения и определяют базу для развития и овладения компетенциями.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении

семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

Текущий контроль (ТК) - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на

подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Лабораторный практикум проводится фронтальным методом в классах, оборудованных лабораторными стендами для исследования электрических цепей. Так как используется компьютерное моделирование, то следует проводить занятия в компьютерном классе либо самостоятельно на домашнем компьютере. При этом и коллоквиум, и защита результатов исследований проводятся по традиционной методике в классе.

Промежуточный контроль (ПК) - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: тест из 7–10 заданий. Тестирование проводится в компьютерных классах в часы самостоятельной работы студентов по заранее составленному расписанию.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

Итоговый контроль по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: экзамен в 4 и 5-ом семестрах. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 5 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий

контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: “Отлично” (5) - 86–100 условных баллов; “Хорошо” (4) - 66–85 условных баллов; “Удовлетворительно” (3) - 51–65 условных баллов; “Неудовлетворительно” (2) - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “удовлетворительно”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.

Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда

и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в 3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных, семинарских и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.