

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет физический

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

Образовательная программа бакалавриата

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Профиль программы:

«Возобновляемые источники энергии и гидроэлектростанции»

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: : *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала - 2022

Рабочая программа дисциплины «**Дифференциальные и интегральные уравнения**» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника от «28» февраля 2018 г. № 144 (изменения в ФГОС ВО, утвержденные приказом Минобрнауки России от « 26 » ноября 2020 г. № 1456 ; от « 08 » февраля 2021 г. № 83).

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от 15.03.2022 г., протокол № 8

Зав. кафедрой  Спирожудинов М.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета от «23» марта 2022 г., протокол №7.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "**Дифференциальные и интегральные уравнения**" входит в обязательную часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **13.13.02. "Электротехника и электротехника"**

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-3, универсальных УК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена.**

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации			
3	108	16		16			36 + 40	.экзамен

1.Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Дифференциальные и интегральные уравнения" являются :

- освоение теории и приложение их к решению дифференциальных и интегральных уравнений, систем дифференциальных уравнений и исследование вопросов устойчивости решений дифференциальных уравнений.

-овладение методами решения дифференциальных уравнений и интегральных уравнений для создания базы последующим курсов.

– формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

- обучение студентов основным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и использованию при математическом моделировании физических, биологических и других процессов .

- обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений как средства математического моделирования .

– воспитание у студентов чувства ответственности, закладка нравственных, этических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, научного мировоззрения, способностей придерживаться законов и норм поведения, принятых в обществе и в своей профессиональной среде.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина " Дифференциальные и интегральные уравнения " входит в обязательную часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности)

13.13.02. "Электроэнергетика и электротехника"

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных и интегральных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, в физике в первую очередь. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Выполняет поиск необходимой информации,ее критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи;	Знает: методы поиска, сбора и обработки информации Умеет: сформулировать проблему,для которой важно решение поставленной задачи. Составить варианты запросов для поиска каждого элемента информации. Владеет : навыками осуществления поиска и отбора информации для последующей обработки	Контрольная работа, устный опрос, тестирование,коллоквиум

	УК-1.2. использует системный подход для решения поставленных задач	<p>Знает: методы системного анализа и синтеза информации</p> <p>Умеет: применять системных подход для решения поставленных задач</p> <p>Владеет: навыками критического восприятия, анализа и синтеза информации. методикой системного подхода для решения поставленных задач</p>	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум
ОПК-1. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения и обработки, анализа и представления информации	<p>Знает: современные принципы поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации из различных источников и баз данных в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий</p> <p>Умеет: использовать информационно – коммуникационные технологии при поиске необходимой информации.</p> <p>-решать задачи обработки данных с помощью современных средств автоматизации.</p> <p>Владеет:- современными интерактивными методами поиска, хранения и обработки и анализа информации из различных источников и баз данных.</p> <p>-методами</p>	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум

		представления информации в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий	
	ОПК-1.2. демонстрирует знание требований к оформлению документации (ЕСКД,ЕСПД,ЕСТД) И умение выполнять чертежи простых объектов	Знает: современные интерактивные программные комплексы для выполнения и редактирования текстов, изображений и чертежей Умеет: - реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности. Владеет: - навыками реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум
	ОПК-1.3. Проводит качественный и количественный анализ выбранного методов решения выявленной проблемы, при необходимости вносит необходимые коррективы..	Знает: - основы качественного и количественного анализа методов решения выявленной проблемы. Умеет: - выбирать метод решения выявленной проблемы, проводить его качественный и количественный анализ, при необходимости вносить необходимые коррективы для достижения	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум

		оптимального результата. Владеет: - навыками проводить качественный и количественный анализ методов решения выявленной проблемы, оценивать эффективность выбранного метода.	
ОПК-3. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Использует теоретические и практические знания для постановки и решения педагогических задач в предметной области и в области образования	Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум
	ОПК-3.2. Способен соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития	методических и организационно-управленческих задач (педагогика, методика преподавания предмета.) Умеет: анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов.	Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум
	ОПК-3.3. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций		Контрольная работа, устный опрос, тестирование, коллоквиум

		Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач..	
--	--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 часов.

№	Раздел дисциплины	Вс его	Виды учебной работы, включая сам. раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			контроль	Формы текущ.контр. успеv-ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
Модуль 1. Дифференциальные уравнения							
	Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка .Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним.		2	1	4	1	Контрольная работа
	Раздел 2. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.		2	1	2	1	Контрольная работа
	Раздел3.Дифференциальные уравнения высших порядков..		1	2	2	1	
	Раздел 4. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Методы решения		1	2	2	1	Контрольная работа
	Раздел5.Линейный дифференциальный оператор Краевые задачи . Системы линейных дифференциальных уравнений		1	1	2	1	Контрольная работа
	Раздел 6.Системы дифуравнений. Устойчивость решений систем дифуравнений.		1	1	2	1	
	Итого за модуль 1	36	8	8	14	6	КОЛЛОКВИУМ
	Модуль2. Вариационное исчисление						
	Раздел 8. Интегрального уравнения. Основные типы.		1	1	1	1	Контрольная работа

Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям						
Раздел 9. Уравнения Фредгольма 2 го рода с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма		2	2	2	1	Контрольная работа
Раздел 10. Неоднородные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод последовательных приближений		2	2	2	2	Контрольная работа
Раздел 11. Уравнения типа Вольтерра и их решение методом итераций		1	1	2	2	Контрольная работа
Раздел 12. Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов		1	1	2	2	Контрольная работа
Раздел 13. Интегральные уравнения с симметрическим ядром		1	1	1	2	Контрольная работа
Итого за 2 модуль	36	8	8	10	10	Контрольная работа
Модуль 3 : подготовка к экзамену	36			16	20	экзамен
Итого за семестр	108	16	16	40	36	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам.

4.3.1. Содержание лекционных занятий

Модуль 1. Дифференциальные уравнения

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения» является овладение студентами знаниями интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка. Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины. Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

План лекции

1. Историческая справка.
2. Задачи (о нагретом бетоне, о народонаселении, о разложении бактерии), приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка.

3. Частное и общее решение.
4. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения 1-го порядка: поле направлений, изоклины.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

План лекции

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения, приводящие к однородным.

Тема 3. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

План лекции

1. Линейные уравнения 1-го порядка и их свойства.
2. Линейные однородные уравнения 1-го порядка и его общее свойство.
3. Линейное неоднородное уравнение и метод вариации произвольного постоянного.
4. Уравнение Бернулли и его сведение к линейному уравнению.

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

План лекции

1. Определение полного дифференциала двух переменных и его связь с дифференциальным уравнением в полных дифференциалах.
2. Общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
3. Понятие об интегрирующем множителе. Теорема существования интегрирующих множителей.
4. Интегрирующий множители в частных случаях.

Тема 5. Теорема Коши для уравнений первого порядка.

Теорема существования и единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий.

Вопросы продолжения решений.

Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

План лекции

1. Постановка начальной задачи Коши.
2. Формулировка теоремы Коши и ее расшифровка.
3. Иллюстрация на примерах.

4. Доказательство существования методом Пикара.
5. Единственность решения.

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа.
Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

План лекции

1. Понятие об уравнениях неразрешенных относительно производной. Примеры.
2. Уравнение Лагранжа. Пример.
3. Уравнение Клеро. Пример.

Тема 7. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n - го порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

План лекции

1. Дифференциальное уравнение n - го порядка приведенного вида и задача Коши.
2. Приведение дифференциального уравнения n -го порядка к n -системе уравнений первого порядка и формулировка теоремы Коши.
3. Типы уравнений n го порядка, разрешимые в квадратурах.
4. Уравнения, не содержащие явно искомой функции или независимого переменного.
5. Понижение порядка в однородных уравнениях различных типов.
6. Уравнения, левая часть которых является точной производной.

Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

План лекции

Лекция 1.

1. Определения и общие свойства.
2. Общая теория линейного однородного уравнения:
 - а) Определитель Вронского и его свойства;
 - б) Теорема о существовании фундаментальной системы;
 - в) Построение общего решения однородного уравнения;
 - г) Понижение порядка одного уравнения.

Лекция 2.

1. Общие свойства неоднородного линейного уравнения;
2. Метод вариации постоянных;
3. Сопряженное уравнение.

Тема 8. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Вандермонда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

План лекции

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.

Модуль II. Интегральные уравнения

В данном разделе рассмотрены основные понятия интегральных уравнений, линейные интегральные уравнения типа Фредгольма, метод определителей Фредгольма, уравнения с вырожденным ядром и методы их решений, метрические пространства, операторы сжатия в метрических пространствах, метод итераций и его применение к интегральным уравнениям, Уравнения типа Вольтера и их основные методы решения, линейные пространства и линейные операторы, основные понятия спектра оператора и Фредгольмовых операторов.

Тема 9. Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

1. Понятие интегрального уравнения
2. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям

Тема 10. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма

1. уравнения типа Фредгольма
2. Метод определителей

Тема 11. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений

1. Уравнение с вырожденным ядром
2. Основные методы решения

Тема 12. Уравнения типа Вольтера и их решение методом итераций

1. Уравнение типа Вольтера
2. Метод итераций

Тема 13. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр Фредгольмовых операторов

1. Линейные пространства
2. Линейные операторы
3. Спектр линейного оператора
4. Спектр Фредгольмовых операторов

Тема 14. Интегральные уравнения с симметрическими операторами. Теорема Гильберта-Шмидта

1. Симметрические операторы
2. Интегральные уравнения с симметрическими операторами
3. Теорема Гильберта-Шмидта

4.3.2. Темы практических занятий.

Тема 1. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним

Занятие 1.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения.
(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)
4. Уравнения, приводящиеся к однородным.
(№ 113, 114, 132, 133).

Тема 2. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 1.

1. Однородное линейное уравнение
2. Неоднородное уравнение.
3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.
(№ 140, 167, 173, 174, 175)

Тема 3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 1.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Тема 4. Теорема Коши для уравнения первого порядка.

Занятие 1.

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения.
(№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

Тема 5. Дифференциальные уравнения высших порядков Уравнения, допускающие понижение порядка.

Занятие 1.

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.
3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал.
(№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

Тема 6. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 1.

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней.
(№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений.
(№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

Занятие 2.

1. Неоднородные системы.
2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов.
(№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

Тема 7. Уравнение Эйлера.

Занятие 1.

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений.
(№ 593, 594, 599, 600).

Тема 8. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Занятие 1.

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.
(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

Модуль II. Интегральные уравнения

Тема 9. Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

1. Понятие интегрального уравнения
2. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям

Тема 10. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма

1. уравнения типа Фредгольма
2. Метод определителей

Тема 11. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений

1. Уравнение с вырожденным ядром
2. Основные методы решения

Тема 12. Уравнения типа Вольтера и их решение методом итераций

1. Уравнение типа Вольтера
2. Метод итераций

Тема 13. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр Фредгольмовых операторов

1. Линейные пространства
2. Линейные операторы
3. Спектр линейного оператора
4. Спектр Фредгольмовых операторов

Тема 14. Интегральные уравнения с симметрическим операторами. Теорема Гильберта-Шмидта

1. Симметрические операторы
2. Интегральные уравнения с симметрическими операторами
3. Теорема Гильберта-Шмидта

5.Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных

образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.

Лабораторные занятия. Вузская лекция должна выполнять не только информационную функцию, но также и мотивационную, воспитательную и обучающую.

Информационная функция лекции предполагает передачу необходимой информации по теме, которая должна стать основой для дальнейшей самостоятельной работы студента.

Мотивационная функция должна заключаться в стимулировании интереса студентов к науке. На лекции необходимо заинтересовывать, озадачить студентов с целью выработки у них желания дальнейшего изучения той или иной экономической проблемы.

Воспитательная функция ориентирована на формирование у молодого поколения чувства ответственности, закладку нравственных, этических норм поведения в обществе и коллективе, формирование патриотических взглядов, мотивов социального поведения и действий, финансово-экономического мировоззрения.

Обучающая функция реализуется посредством формирования у студентов навыков работы с первоисточниками и научной и учебной литературой.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

Коллоквиум - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и

освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- *знать* основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;

- *уметь* давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;

- *владеть* навыками доказательства теорем по тематике модуля.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Тест с анализом - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимися для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

Критерии оценки по тестам с анализом

Если студент *умеет* давать *анализ теста* по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент *по теме данного модуля* самостоятельно *подготовил доклад и выступил* с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

1. Дифференциальные уравнения : метод. пособие для студентов физ. и мат. фак. Ч.1 / [сост.: Г.А.Айгунов, Л.М.Джабраилова, И.С.Эмирова]; Федерал. агентство по образованию, Дагест. гос. ун-т . - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2009. - 41 с. - 26-00
2. Эфендиев, Ахмад Рамазанович. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Эфендиев, Ахмад Рамазанович ; М-во образования РФ. Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : ИПЦ ДГУ, 2002. - 43 с. - 05-00.
3. Практикум по дифференциальным уравнениям / сост. Эфендиев А.Р. - Махачкала : ДГУ, 2000. - 32 с. - 5-00.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Доклады на тему: 1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики.
Тема 2. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения.	Доклады на тему: 1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2. Фазовый портрет и динамика.
Тема 3. Эквивалентность дифференциальных и интегральных уравнений	Доклады на тему: 1. Метод итерированных ядер решения интегральных уравнений
Тема 4. Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.	Доклады на тему: 1. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.
Тема 5. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.
Тема 6. Самосопряженные операторы типа Штурма Лиувилля	Доклады на тему: 1. Резольвента дифференциального оператора.
Тема 7. Краевые задачи	Доклады на тему: 1. Задача Штурма - Лиувилля . 2. Функция Грина и ее построение..
Тема 8. Интегральные уравнения	Доклады на тему: 1. Уравнения Фредгольма и Вольтерра

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Вопросы для самостоятельной работы

1. Что называется интегральной кривой.
2. Назовите интегрируемые типы дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Какую задачу называют задачей Коши.

4. Докажите, что уравнение $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$ не имеет решений отличных от

$$y = x + C\sqrt{1+x^2}.$$

5. Сколько решений $y = \varphi(x)$ уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$ определяет соотношение

$$y(x + \ln x) = 1 - y.$$

6. Построить интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dy} = \frac{|xy|}{xy}$.

7. Составить дифференциальное уравнение семейства эллипсов, имеющих постоянную большую ось, равную $2a$.

8. Какими свойствами обладают интегральные кривые однородного дифференциального уравнения первого порядка.

9. Дайте определение однородного уравнения.

10. Какие дифференциальные уравнения приводятся к однородным и как?

11. Как уравнение Бернулли приводится к линейному неоднородному уравнению.

12. Каковы необходимые и достаточные условия того, что бы уравнение

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ было дифференциальным уравнением в полных дифференциалах.

13. Что такое интегрирующий множитель.

14. Какие функции удовлетворяют условию Липшица.

15. Удовлетворяет ли условию Липшица функция

$$f(y) = \begin{cases} y \ln|y|, & y \neq 0, \\ 0, & y = 0, \end{cases} \text{ на отрезке } [-b, b].$$

16. Методом последовательных приближений найти решение задачи Коши

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1.$$

17. Какое решение дифференциального уравнения называется особым решением.

18. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' + (y')^2$.

19. При каких неотрицательных a нарушается единственность решений уравнения

$$y' = |y|^a \text{ и в каких точках.}$$

20. Запишите общее решение уравнения $y^{(n)} = f(x)$ в форме Коши.

21. Какое дифференциальное уравнение называется линейным n -го порядка.

22. Дайте определение фундаментальной системы решений однородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка.

23. Запишите формулу Остроградского-Лиувилля и какое условие из формулы вытекает.

24. Найти определитель Вронского системы функций $e^x, xe^x, x^2 e^x, x \in (-\infty, \infty)$.

25. Построить линейное однородное уравнение, для которого функции

$$y_1 = \sin x, y_2 = \cos x \text{ образуют фундаментальную систему решений.}$$

26. В чем идея метода вариации произвольных постоянных.

27. Напишите характеристическое уравнение соответствующее однородному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами.

28. Каким образом уравнение Эйлера сводится к уравнениям с постоянными коэффициентами.

29. Какие решения называются колеблющимися.

30. Как оценивается расстояние между двумя последовательными нулями решения уравнения $y'' + Q(x)y = 0$.

31. Найти общее решение уравнения $y'' + y = 0$.

32. В каких случаях частное решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами можно найти по виду правой части.

33. В виде степенного ряда найти решение уравнения, удовлетворяющего условиям $xy'' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.

34. Сформулируйте задачу Коши для системы дифференциальных уравнений.

35. Запишите фундаментальную систему решений и определитель Вронского для линейной однородной системы $\dot{x} = y, \dot{y} = 0$.

36. Как строится общее решение однородной линейной системы дифференциальных уравнений.

37. Как находится частное решение неоднородной системы дифференциальных уравнений, если известно общее решение однородной системы.

38. В каком виде ищется общее решение однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных характеристических корней.

39. Образуют ли вектор-функции $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_1 = e^{-\cos t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_2 = e^{-\sin t} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

фундаментальную систему решений уравнений

$$\frac{dx}{dt} = (2 \sin t - \cos t)x + (\sin t - \cos t)y,$$

$$\frac{dy}{dt} = 2(\cos t - \sin t)x + (2 \cos t - \sin t)y?$$

40. Решите систему уравнений $\frac{dx}{dt} = y + z$; $\frac{dy}{dt} = x + z$; $\frac{dz}{dt} = x + y$.

41. Дайте определения устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости.

42. В чем смысл двух методов исследования системы дифференциальных уравнений на устойчивость.

43. Сформулируйте теорему Гурвица.

44. Исследовать на устойчивость решения системы

уравнений $\frac{dx}{dt} = \alpha x + 5y$, $\frac{dy}{dt} = -x + 2y$.

45. Назовите типы особых точек системы

$$\frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y, \quad \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y.$$

46. При каких действительных a, b, c корни многочлена имеют отрицательные действительные части.

47. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = xy + 4, \quad \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17.$$
 Исследовать их устойчивость и определить

типы особых точек.

48. Дайте определения первого интеграла системы дифференциальных уравнений.

49. Какие уравнения называются линейными и квазилинейными дифференциальными уравнениями первого порядка с частными производными.

50. Найти решение задачи Коши $y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = y^2 - x^2$, $u(0, y) = \frac{1}{y^2}$.

Вопросы к экзамену по разделу «Дифференциальные уравнения»

1. Теорема Коши для диф. уравнения 1-го порядка. Формулировка.
2. Однородные линейные диф. уравнения в частных производных 1-го порядка.

3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Исследование устойчивости по первому приближению.
5. Теорема Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка. Доказательство существования решения.
6. Понятие об уравнениях в частных производных.
7. Однородные уравнения.
8. Задача Коши для линейного однородного диф. уравнения в частных производных 1-го порядка.
9. Теорема Коши. Доказательство единственности для диф. уравнения $y' = f(x, y)$
10. Понятие о колеблющихся и не колеблющихся решениях.
11. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений.
12. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных характеристических корней.
13. Линейные уравнения 1-го порядка.
14. Формулировка теоремы Коши для системы дифференциальных уравнений.
15. Уравнение Бернулли.
16. Общие свойства систем линейных дифференциальных уравнений.
17. Уравнение Лагранжа.
18. Определитель Вронского и формула Остроградского - Лиувилля для однородной линейной системы д.у.
19. Уравнение Клеро.
20. Метод вариации для линейной неоднородной системы.
21. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
22. Построение общего решения линейной однородной системы.
23. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений высших порядков.
24. Линейная однородная система диф. уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
25. Уравнения в полных дифференциалах.
26. Линейная однородная система диф. уравнений с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
27. Уравнения, приводящиеся к однородным.
28. Теорема о неколеблемости.
29. Интегрирующий множитель.
30. Теорема об устойчивости по Ляпунову.
31. Общие свойства линейных уравнений n-го порядка.
32. Теорема об асимптотической устойчивости.

33. Построение общего решения линейного однородного диф. уравнения n -го порядка.
34. Особая точка. Узел.
35. Фундаментальная система решений для однородного линейного уравнения n -го порядка. Теорема существования.
36. Теорема Штурма.
37. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного диф. уравнения n -го порядка.
38. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
39. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка методом вариации произвольных постоянных.
40. Особая точка. Седло.
41. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
42. Теорема сравнения.
43. Построение однородного линейного диф. уравнения по известным решениям.
44. Теорема об устойчивости по первому приближению.
45. Уравнение Эйлера.
46. Теорема об асимптотической устойчивости.
47. Линейное однородное диф. уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
48. Квазилинейные уравнения в частных производных.
49. Линейное однородное диф. уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай мнимых корней.
50. Построение линейной однородной системы по заданной фундаментальной системе решений.
51. Нахождение частных решений неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами по виду правой части.
52. Особая точка. Случаи фокуса и центра.
53. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
54. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
55. Теорема Линделефа.
56. Система трех уравнений Эйлера, описывающих движение твердого тела.

Вопросы к экзамену по разделу «Интегральные уравнения» :

1. Линейное нормированное пространство.
2. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала.
3. Экстремум функционала ..Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.

- 4 Пространство непрерывных функций. Эпсилон – окрестность и расстояние между точками.
- 5 Уравнение Эйлера. Экстремали.
- 6 Основная лемма вариационного исчисления.
- 7 Уравнение Эйлера-Пуассона.
- 8 Уравнение Эйлера-Остроградского.
- 9 Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала. Условия трансверсальности.
- 10 Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей.
- 11 Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала.
- 12 Вариационные задачи на условный экстремум.
- 13 Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.
- 14 Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
- 15 Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.
- 16 Альтернатива Фредгольма (доказательство этой теоремы для уравнения с вырожденным ядром).
- 17 Вторая и третья теоремы Фредгольма и доказательство этих теорем для уравнений с вырожденным ядром.
- 18 Теорема о существовании и единственности решения уравнения Фредгольма II рода с малым параметром.
- 19 Сведения о приближенных методах решения интегрального уравнения.
20. Физические задачи, решаемые с помощью интегральных уравнений.

21. Какое λ является характеристическим для уравнения

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^x \cos(x+t)\varphi(t)dt = \sin x$$

22. Какая функция $\varphi(x)$ является решением уравнения $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t)dt = 1x$

23. Является ли данное уравнение фредгольмовым второго порядка

$$\varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$$

24. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t)dt = e^x$$

25. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\int_0^1 \sin(x-t)dt = \cos x ?$$

26. Дайте определение банахового пространства .
27. Приведите пример физических задач, приводящих к интегральному уравнению .
28. Что такое функционал?
29. Частный случай уравнения Эйлера.
30. Приведите пример уравнения Фредгольма
31. Основные понятия уравнения типа Нетера.
32. Приведите пример простейших задач связанных с функционалами.
33. В чем заключается метод вариации с неподвижным концом.
34. Основные понятия метода регуляции.
35. Приведите пример уравнения Вольтерра.
36. Сформулировать определение линейного пространства.
37. Сформулировать определение метрического пространства.
38. Сформулировать определение евклидова пространства.
39. Сформулировать определение линейного оператора .
40. Сформулировать определение интегрального оператора Фредгольма с симметрическим ядром.
41. Записать уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.
42. Сформулировать теорему о разрешимости интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода.
43. Записать метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода.
44. Записать оператор Штурма -Лиувилля.
45. Сформулировать задачу Штурма -Лиувилля в случае однородных граничных условий

Примеры для самостоятельной работы

По разделу «Дифференциальные уравнения»

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.

9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tgy}$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.

30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.
45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6; 15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5 \cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5; 125]$.
50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2 x^2$ первыми интегралами системы уравнений
- $$x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}.$$
51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.
54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.
55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.

56. Решить уравнение $y''' + y' = \cos x$.

57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
 $x' = -x + 2xy^2$, $y' = -y - 2x^2y$.

По разделу «Интегральные уравнения»

1. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

2. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t)dt$.

3. Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt + x$

4. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t)dt$

5. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

6. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(t)dt = x$

7. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

8. Решить уравнение $\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{2}} \varphi(t)dt = x^{\frac{5}{2}}$

9. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t)dt = 1x$

10. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = 0$

11. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt - x$

12. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t+x)\varphi(t)dt + x$

13. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 2x$

14. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 - \int_0^x \varphi(t)dt$

15. Решить уравнение $\varphi(x) = 3 + \int_0^x \varphi(t)dt$

. Примеры для самостоятельного решения

1. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = Cx^2 - x$

2. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = x^2 + Cx$

3. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = A \cos(x + \varphi)$

4. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = (C_1 + C_2 x)e^x$

5.. Построить приближенно интегральные кривые уравнений:

6. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = \frac{x+1}{1-y}$

7. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = x(y+1)$

8. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = 2x - 2y + 1$

9. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = \frac{1-y}{x}$

10. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения:

$$(x^2 + x)y' - y(2x + 1) = 0, \quad y = C(x^2 + x)$$

11. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$

является решением данного дифференциального уравнения $y' - \frac{1}{x}y = 0, \quad y = Cx$

12. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения $y' - \frac{2}{x}y = 0$,

$$y = Cx^2$$

13. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения

$$y' - \frac{1}{x+1}y = 0, \quad y = C(x+1)$$

14. Решить дифференциальное уравнение: $y' = \sin 2x + x^2$

15. Решить дифференциальное уравнение $y' = \cos 3x - \sqrt[3]{x^2}$

16. Решить дифференциальное уравнение $y' = x \ln x + 1$

17. Решить дифференциальное уравнение $y' = xe^x + 3x$

18. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными

19. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $(x^2 + 1)dy - 2xydx = 0$

21. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $3y' - 2\sqrt{x}y = 0$

22. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $\frac{y}{x-2}dx + (x+2)dy = 0$

23. Решить уравнения: $x^2(x^2 + 4)y' = \cos^2 y$

24. Решить уравнения $xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$

25. Решить уравнения $2xydx = (1 - x^2)dy$

26. Решить уравнения $y'tg^2 x - ctgy = 0$

27. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(2x + y + 2)dx - (4x + 2y + 9)dy = 0$
28. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(2 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$
29. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(2y - x + 1)dx + (4y + 2x + 6)dy = 0$
30. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(y - 3x + 2)dx + (3x - y - 1)dy = 0$
31. Решить задачу Коши $(y + 2)y' = \sin 2x, \quad y(0) = 1$
32. Решить задачу Коши $(e^x + 1)^2 y' + (e^{2x} - 1)y = 0, \quad y(0) = \frac{1}{4}$
33. Решить задачу Коши $y' + 3y^2 = 3y, \quad y(0) = \frac{1}{2}$
34. Решить задачу Коши $3x(x + 1)y' = (x + 2)y, \quad y(1) = -1$
35. Решить линейные уравнения первого порядка $y' + y = 2e^x$
36. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' = y - 2x^2$
37. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' = x^2 + y$
38. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' + \frac{1}{x} = x^2 + y$
39. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его к линейному уравнению $y' = xy^2 + \frac{y}{x}$
40. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его к линейному уравнению $2xy' + 2y = x^2y^2$
41. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его к линейному уравнению $y' = y^2 + \frac{y}{x}$

42. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его к линейному уравнению $y' - y + 2xy^3 = 0$

43. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его:

$$(1 - 3x^2 - y)dx = (x - 3y^2)dy$$

44. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(y^2 - 2x)dx + (2xy - \sin y)dy = 0$

45. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(y^2 + \ln x)dx + (2xy - \ln y)dy = 0$

46. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(e^x + y)dx + (x + 2y \cos y^2)dy = 0$

47. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение:

$$2xydx + (y^2 - x^2)dy = 0$$

48. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(3\sqrt{x-y} - 2x)dx = (3\sqrt{x-y} - 2y)dy$

49. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(2xy^2 + y)dx - (x^2y + 2xy)dy = 0$

50. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(y - 3x^2y^3)dx - (x + x^3y^2)dy = 0$

Тесты для самопроверки бакалавров по разделу «Интегральные уравнения»

Какое из данных уравнений является Фредгольмовым второго порядка

1. $\varphi(x) + \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 0$

2. $\varphi(x) - \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 1$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \frac{\sin t}{t-x} dt \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \sin t dt = 1$$

Какое из данных уравнений не является Фредгольмовым второго порядка

$$1. \varphi(x) - 4 \int_1^2 \sin(x-1)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$$

$$3. \varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 1$$

$$4. \varphi(x) - 2 \int_1^2 K\varphi(t)dt = 2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра второго рода

$$1. \varphi(x) - \int_a^b \sin x \varphi(t)dt = 1$$

$$2. \varphi(x) - \int_1^x \sin t dt = 1$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x \cos x \varphi(t)dt = \sin x$$

$$4. \int_a^x \varphi(x)dx = e^x$$

Какое из данных уравнений является уравнением Фредгольма первого рода

$$1. \int_1^2 \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \int_1^2 \sin(x-t)dt = \varphi(t)$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \int_a^x t \varphi(t) dt = x^2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра первого рода

$$1. \varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t) dt + e^x$$

$$2. \int_0^1 e^{x-t} dt = e^x$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^t \varphi(t) dt = 3$$

$$4. \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = 1$$

Найти ненулевое решение уравнения $\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(t) dt$

$$1. \varphi(x) = c$$

$$2. \varphi(x) = x$$

$$3. \varphi(x) = \sin x$$

$$4. \varphi(x) = x^2$$

Какая из заданных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 \sin x \varphi(x) dt$

$$1. \varphi(x) = x^2$$

$$2. \varphi(x) = \cos x$$

$$3. \varphi(x) = \sin x$$

$$4. \varphi(x) = x^2 - x$$

Какая из заданных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \cos x + \int_0^\pi \sin x \varphi(t) dt$?

$$1. \varphi(x) = \cos x$$

$$2. \varphi(x) = \sin x$$

3. $\varphi(x) = x$

4. $\varphi(x) = \cos x + \sin x$

Какое из заданных уравнений имеет вырожденное ядро?

1. $\varphi(x) = 2 \int_0^1 e^{xt} dt$

2. $\varphi(x) = \int_0^1 \sin(xt) \varphi(t) dt$

3. $\varphi(x) = \int_0^1 e^{(x-t)^2} \varphi(t) dt$

4. $\varphi(x) = \int_1^2 \sin(x-t) \varphi(t) dt$

Найти решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1$?

1. x

2. e^{-x}

3. $e^x + 1$

2. e^x

Найти характеристическое решение уравнения $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \varphi(x) dt = 0$?

1. $\lambda = 2$

2. $\lambda - 1$

3. $\lambda + 1$

4. $\lambda = 1$

Какой из операторов $A: R \rightarrow R$ является линейным

1. $Ax = 2x + 1$

2. $Ax = 3x$

3. $Ax = x + 1$

4. $Ax = x^2$

Найти третье приближенное решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x (t-x) \varphi(t) dt = x$, если $\varphi_1(x) = x$

1. $\varphi_3(x) = 3x$

$$2. \varphi_3(x) = x^3$$

$$3. \varphi(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

$$4. \varphi(x) = x + x + x^2$$

Какое из данных операторов?

$$1. A\varphi = \int_1^2 \cos(t-x)\varphi(t)dt$$

$$2. Ax = \int_0^1 (t-x)\varphi(t)dt$$

$$3. A\varphi = \int_0^1 e^{x-t}\varphi(t)dt$$

$$4. A\varphi = \int_0^1 \sin(t-x)\varphi(t)dt$$

является симметричным?

$$\text{Решить уравнение } \varphi(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt = 0$$

$$1. \varphi(x) = e^x$$

$$2. \varphi(x) = c \sin x$$

$$3. \varphi(x) = \cos x$$

$$4. \varphi(x) = x$$

Какая из данных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \cos x + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt$

$$1. \cos x + c \sin x$$

$$2. \varphi(x) = \cos x$$

$$3. \varphi(x) = c \sin x$$

$$4. \sin x - \cos x$$

Записать уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала $f(y) = \int_0^1 y^2 dx$

$$1. y = 0$$

$$2. F_{y'} = 0$$

$$3. y'(x) = 0$$

$$4. y - y' = 0$$

Найти экстремали для функционала $f(y) = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y) dx$

$$1. 2y = 0$$

$$2. y = -1$$

$$3. y = -\frac{1}{2}$$

$$4. y = cx$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтера второго рода $\int_a^x e^t \varphi(t) dt = x$

$$1. \int_0^x (x-t) dt = 1$$

$$2. \varphi(x) - \lambda \int_0^1 \sin(t-x) \varphi(t) dt = x$$

$$3. \varphi(x) - \int_1^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^{-x}$$

$$4. \varphi(x) - \int_1^2 \cos(t-x) dt = 0$$

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет
баллов.

51 – 100

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,

- участие на практических занятиях -20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- *отлично*, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- *хорошо*, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- *удовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- *неудовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. Тихонов, Александр Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и 147 физика (2-бак.) 33 4.45 математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X :

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00

3. Филиппов, Алексей Фёдорович . Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.

4. Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012> (17.06.2018).

б) Дополнительная литература

5.Егоров, Александр Иванович. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. : Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350

6. Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович. Динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями с производными дробного порядка : [учеб. пособие] / Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович, М. А. Назаралиев ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2012. - 82 с. - 52-50.

7.Матвеев,ПавелНиколаевич.Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.

8. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (17.10.2018).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дифференциальным уравнениям распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения» рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.