МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) программы:
Математика

Форма обучения
заочная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала - 2022

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование от 22.02.2018 № 121

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «15» 03 2022 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой ______________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» 03 2022 г., протокол № 7.

Председатель ______________ Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» 03 2022 г.

1 Начальник УМУ ______________ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Алгебра» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 44.03.01 Педагогическое образование.
Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, профессиональных – ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 288 ч.

Объем дисциплины в заочной форме

<table>
<tr><th rowspan="5">Семестр</th><th colspan="8">Учебные занятия</th><th rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)</th></tr>
<tr><th colspan="8">в том числе</th></tr>
<tr><th rowspan="3">Всего</th><th colspan="5">Контактная работа обучающихся с преподавателем</th><th rowspan="3">КСР</th><th rowspan="3">СРС, в том числе экз.</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Всего</th><th colspan="4">из них</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабораторные занятия</th><th>Практические занятия</th><th>консультации</th></tr>
<tr><td>1</td><td>72</td><td>18</td><td>10</td><td>-</td><td>8</td><td>-</td><td>-</td><td>54</td><td>-</td></tr>
<tr><td>2</td><td>72</td><td>12</td><td>6</td><td>-</td><td>6</td><td>-</td><td>-</td><td>60</td><td>зачет</td></tr>
<tr><td>3</td><td>72</td><td>20</td><td>10</td><td>-</td><td>10</td><td>-</td><td>-</td><td>52</td><td>-</td></tr>
<tr><td>4</td><td>72</td><td>20</td><td>10</td><td>-</td><td>10</td><td>-</td><td>-</td><td>52</td><td>экзамен</td></tr>
<tr><td>итого</td><td>288</td><td>70</td><td>36</td><td>-</td><td>34</td><td>-</td><td>-</td><td>218</td><td>зачет, экзамен</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра» является:

– получение базовых знаний по алгебре и копьютерной алгебре: комплексные числа и многочлены, матричная алгебра и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства, линейные операторы и функционалы, канонический вид линейных операторов (жорданова форма, симметрические, ортогональные и унитарные операторы), билинейные формы, метрические линейные пространства, группы преобразований и классификация движений, основные структуры современной алгебры;

– привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических и геометрических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра» входит в обязательную часть ОПОП, по направлению 44.03.01 Педагогическое образование.

Алгебра является одними из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с аналитической геометрией, математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций**	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура освоения**
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формулирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.	Знает: основные принципы и методы критического анализа. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза; применять логические формы и процедуры; реконструировать и анализировать план построения собственной или чужой мысли; выделять его состав и структуру;	Конспектировани е и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

		Владеет: способностью исследовать проблемы, связанные с профессиональной деятельностью, с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; сознательно планировать, регулировать и контролировать свое мышление; способностью оценивать логическую правильность мыслей; готовностью применять системный подход при принятии решений в профессиональной деятельности.	
	УК-1.2. Принимает логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.. УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.	Знает: методы поиска источников информации и анализа проблемной ситуации. Умеет: собирать информацию по научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск решений проблемы; сравнивать преимущества разных вариантов решения проблемы и оценивать их риски. Владеет: способностью выявлять научные проблемы и выбирать адекватные методов для их решения; способностью исследовать проблемы профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности.	
ПК-2 Способен осуществлять целенаправленную	ПК-2.1. Демонстрирует умение постановки воспитательных	Знает: требования к организации образовательного процесса по математике;	Конспектирование и проработка лекционного материала.

воспитательную деятельность	целей, проектирования воспитательной деятельности и методов ее реализации в соответствии с требованиями ФГОС ВО и спецификой учебного предмета	структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «Математика» Умеет: формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых. Владеет: предметным содержанием математики; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике; умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; способностью применять различные методы обучения и современные образовательные технологии в образовательном процессе в области математики	Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-2.2. Демонстрирует способы организации и оценки различных видов внеурочной деятельности ребенка (учебной, игровой. трудовой, спортивной, художественной и т.д.), методы и формы организации коллективных творческих дел, экскурсий, походов, экспедиций и других мероприятий по выбору).		
	ПК-2.3. Выбирает и демонстрирует способы оказания консультативной помощи родителям (законным представителям) обучающихся по вопросам воспитания, в том числе родителям детей с особыми образовательными потребностями.		

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

4.2.1. Структура дисциплины в заочной форме

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	СРС	КСР	
1	**Модуль 1. Комплексные числа**								
2	**Тема 1.** Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	1		12	0	2	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
3	**Тема 2.** Корни из комплексных чисел.	1		12	2	0	10		
6	**Тема 3.** Решение уравнений 3, 4-й степени.	1		12	2	2	8		
7	**Итого по модулю 1:**	**1**		**36**	**4**	**4**	**28**		Коллоквиум
8	**Модуль 2. Матрицы и определители**								
9	**Тема 4.** Матрицы и действия с ними.	1		12	2	0	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
10	**Тема 5.** Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.	1		12	2	2	8		
11	**Тема 6.** Обратная матрица. Ранг матрицы.	1		12	2	2	8		
12	**Итого по модулю 2:**	**1**		**36**	**6**	**4**	**26**		Коллоквиум
13	**Итого за 1 семестр:**	**1**		**72**	**10**	**8**	**54**		
14	**Модуль 3. Системы линейных алгебраических уравнений**								
15	**Тема 7.** Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	2		12	2	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
16	**Тема 8.** Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	2		24	2	2	20		
17	**Итого по модулю 3:**	**2**		**36**	**4**	**4**	**28**		Коллоквиум
19	**Модуль 4. Многочлены**								

20	**Тема 9.** Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	3		18	0	2	16		Устный опрос, письменная контрольная работа
21	**Тема 10.** Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	3		18	2	0	16		
22	**Итого по модулю 4:**	**3**		**36**	**2**	**2**	**32**		Коллоквиум
18	**Итого за 2 семестр:**	**2**		**72**	**6**	**6**	**24**		Зачет
23	**Модуль 5. Квадратичные формы**								
24	**Тема 11.** Линейные преобразования.	3		12	0	2	10		Устный опрос, письменная контрольная работа
25	**Тема 12.** Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	3		12	2	0	10		
26	**Тема 13. З**накоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	3		12	0	2	10		
27	**Итого по модулю 5:**	**3**		**36**	**2**	**4**	**30**		Коллоквиум
28	**Модуль 6. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn***								
29	**Тема 14.** Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	3		8	2	0	6		Устный опрос, письменная контрольная работа
30	**Тема 15.** Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	3		8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
31	**Тема 16.** Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	3		10	2	2	6		
32	**Тема 17.** Евклидово	3		10	2	2	6		Устный опрос,

	пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.								письменная контрольная работа
33	**Итого по модулю 6:**	**3**		**36**	**8**	**6**	**22**		Коллоквиум
34	**Итого за 3 семестр:**	**2**		**72**	**10**	**10**	**52**		
35	**Модуль 7. Группа, кольцо, поле**								
36	**Тема 18.** Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	4		16	4	4	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
37	**Тема 19.** Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	4		20	6	6	8		
38	**Итого по модулю 7:**	**4**		**36**	**10**	**10**	**16**		Коллоквиум
39	**Модуль 8. Подготовка к экзамену**								
40	Подготовка к экзамену	4		36			36		Экзамен
41	**Итого по модулю 8:**	**4**		**36**			**36**		**Экзамен**
42	**Итого за 4 семестр:**	**4**		**36**	**10**	**10**	**52**		**Экзамен**
43	**Итого:**	**1-4**		**288**	**36**	**34**	**218**		**Зачет, экзамен**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)
4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари.

Модуль 2. Матрицы и определители

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Понятие матрицы. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц.

Тема 5. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа

Понятие определителя n-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Свойства определителей. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка. Миноры матрицы двух видов.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Миноры матрицы. Базисный минор матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

2 семестр

Модуль 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Системы n-линейных уравнений с n-неизвестными. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Модуль 4 Многочлены

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД

Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема о делении многочленов с остатком. Делители. Свойства делителей. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Теорема о представлении НОД.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни

Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x–c$. Кратные корни многочлена. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета вычисления корней многочлена.

3 семестр

Модуль 5. Квадратичные формы

Тема 11. Линейные преобразования

Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Критерий эквивалентности квадратичный форм.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Модуль 6. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.

Тема 15. Линейные преобразования пространства Vn. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Линейные преобразования пространства Vn. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.

Модуль 7. Группа, кольцо, поле

Тема 18. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы

Декартово произведение множеств. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы и общепринятые обозначения группы. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии. Перестановки и мультипликативная группа подстановок. Аддитивная группа вычетов. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях. Определение изоморфизма групп.

Тема 19. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей

Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.

Модуль 8. Подготовка к экзамену

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

1 семестр

Модуль 1. Комплексные числа

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра

Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа. Решение задач.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения

Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы.

Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел. Решение задач.

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени

Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари. Решение задач.

Модуль 2. Матрицы и определители

Тема 4. Матрицы и действия с ними

Понятие матрицы. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Решение задач.

Тема 5. Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа

Понятие определителя *n*-го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Свойства определителей. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка. Миноры матрицы двух видов. Решение задач.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы

Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Миноры матрицы. Базисный минор матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Решение задач.

2 семестр

Модуль 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений. Решение задач.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений

Системы *n*-линейных уравнений с *n*-неизвестными. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Обобщенный метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Решение задач.

Модуль 4 Многочлены

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД

Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема о делении многочленов с остатком. Делители. Свойства делителей. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Теорема о представлении НОД. Решение задач.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни

Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x–c$. Кратные корни многочлена. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета вычисления корней многочлена. Решение задач.

3 семестр

Модуль 5. Квадратичные формы

Тема 11. Линейные преобразования

Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований. Решение задач.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм

Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Критерий эквивалентности квадратичный форм. Решение задач.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби

Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби. Решение задач.

Модуль 6. Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами

Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора. Решение задач.

Тема 15. Линейные преобразования пространства Vn. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах

Линейные преобразования пространства Vn. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах. Решение задач.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств

Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Решение задач.

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Коши в евклидовом пространстве. Решение задач.

Модуль 7. Группа, кольцо, поле

Тема 18. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы

Декартово произведение множеств. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы и общепринятые обозначения группы. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии. Перестановки и мультипликативная группа подстановок. Аддитивная группа вычетов. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Понятие о инъективном, сюръективном и биективном отображениях. Определение изоморфизма групп. Решение задач.

Тема 19. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей

Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей. Решение задач.

Модуль 8. Подготовка к экзамену

5. Образовательные технологии

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	10
Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	10
Решение уравнений 3, 4-й степени.	8
Матрицы и действия с ними.	10
Определители *n*-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.	8
Обратная матрица. Ранг матрицы.	8
Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	8
Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	20
Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	16
Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	16
Линейные преобразования.	10
Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	10
Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	10
Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	6
Линейные преобразования пространства *Vn*. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	4
Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	6
Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	6
Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	8
Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	8
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	218

Литература для самостоятельной работы

1. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

6.3. Порядок контроля:

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;

«хорошо» - владение разделами «Действия над векторами», «Кривые и поверхности 2-го порядка» «Методы решения СЛАУ» умение решать задачи по этим темам;

«удовлетворительно» - знания по разделам «Простейшие задачи АГ», «Прямая и плоскость», «Матрицы и действия над ними» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается каждому студенту, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

Самостоятельная работа 1

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)z_1-(6-i)z_2=-19+23i\\ (5+2i)z_1+(4-3i)z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

Самостоятельная работа 2

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-2&1&1\\2&-3&4&1&2\\0&2&0&3&-1\\4&-1&3&-2&4\\0&2&0&0&2\end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&3&-2\\-1&3&1&2&2\\3&0&-3&-1&-6\\0&-4&0&4&0\\5&1&-5&2&-10\end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 3

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+2x_4-x_5=2,\\3x_1+x_2+2x_3+3x_4+x_5=6,\\-2x_1-x_2+x_3-x_4-2x_5=-2,\\2x_1+2x_2+2x_3+4x_4-2x_5=6.\end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases}2x_1+2x_2-x_3+x_4=4,\\4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6,\\8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12,\\3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6.\end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0,\\x_1-x_2+4x_3=15,\\2x_1-x_2-x_3=1.\end{cases}$$

Самостоятельная работа 4

1. Разделить $f(x)=x^6+4x^5+2x^4+x^3+5x-1$ на $g(x)=x^4-x^3+2x^2-x+3$
2. Найти НОД $f(x)=2x^4+x^3+2x^2+x$ и $g(x)=x^4-3x^3+x^2-3x$

3. По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x)=x^6-4x^5+3x^3-2x^2-4x+3$
4. Разложить по степеням $x+2$ $f(x)=x^5-3x^4+2x^3-4x^2+2x-1$
5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i.

Самостоятельная работа 5

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 \qquad - y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2+2x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2+5x_2^2+\lambda x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3$.

Самостоятельная работа 6

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1=(-4;-2;3), a_2=(-2;3;-4), a_3=(3;3;-5)$.
3.Образует ли базис система векторов $x_1=(-1;-2;0), x_2=(2;-3;4), x_3=(1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1=(3;4;5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

Самостоятельная работа 7

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1=(3;0;-3), a_2=(-1;3;-4), a_3=(-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1=(1;2;0), y_2=(-1;-3;-1), y_3=(1;0;0)$.
3.Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1=(-1;-2;0;-2), x_2=(2;-3;4;0)$.
4. Написать матрицу Грамма.

Самостоятельная работа 8

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \qquad y_2 + y_3 \\ x_3 = \qquad\qquad 2y_3 \end{cases}$.
2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1+2x_2, x_2-x_3, x_1-3x_2+2x_3)$ и написать его матрицу.

3. Записать характеристический определитель для матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы
$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 9

1. Поверить образует ли закон композиции операция умножения чисел на множестве действительных чисел
2. Образует ли группу $(Q,\cdot)$, где Q – множество рациональных чисел.
3. Образует ли кольцо $(Z,+,\cdot\,)$, где Z – множество целых чисел.
4. Образует ли кольцо с единицей $(M_n,+,\cdot\,)$, где M_n – множество квадратных матриц. Является ли оно коммутативным кольцом.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Темы рефератов:

Мнимая единица *i* и ее свойства.
Матрицы – что это такое.
Лаплас – великий французский математик.
Гаусс – король математики.
Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.
Билинейные формы
Великий математик Коши

7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля

Варианты контрольных работ

1 вариант

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)\,z_1-(6-i)\,z_2=-19+23i\\(5+2i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

2 вариант

1. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4 вариант

1. Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$
2. Найти НОД $f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x$
3. По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 3$
4. Разложить по степеням $x + 2$ $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$
5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i.

5 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 \qquad - \ y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2 + 5x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3$.

6 вариант

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1 = (-4;-2;3), a_2 = (-2;3;-4), a_3 = (3;3;-5)$.

3.Образует ли базис система векторов $x_1 = (-1;-2;0), x_2 = (2;-3;4), x_3 = (1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3;4;5)$

4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

7 вариант

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1 = (3;0;-3), a_2 = (-1;3;-4), a_3 = (-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1;2;0), y_2 = (-1;-3;-1), y_3 = (1;0;0)$.

3.Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1 = (-1;-2;0;-2), x_2 = (2;-3;4;0)$.

4. Написать матрицу Грамма.

8 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \qquad y_2 + y_3 \\ x_3 = \qquad\qquad 2y_3 \end{cases}$.
2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.
3. Записать характеристический определитель для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

9 вариант

1. Поверить образует ли закон композиции операция умножения чисел на множестве действительных чисел
2. Образует ли группу $(Q,\cdot)$, где Q – множество рациональных чисел.
3. Образует ли кольцо $(Z,+,\cdot)$, где Z – множество целых чисел.
4. Образует ли кольцо с единицей $(M_n,+,\cdot)$, где M_n – множество квадратных матриц. Является ли оно коммутативным кольцом.

7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня n-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя n-го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка.
5. Свойства определителей n-го порядка.
6. Определители специального вида.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Многочлены»

1. Многочлены и действия над ними.
2. Деление многочленов с остатком.
3. Делители и их свойства.
4. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
5. Взаимно простые многочлены.
6. Корни многочленов.

7. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Кратные корни многочленов.
9. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
10. Формулы Виета.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Квадратичные формы»

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейное пространство»

1. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
2. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Линейные преобразования пространства *Vn*.
7. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
8. Подпространство линейного пространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Евклидово пространство»

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.

7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейные операторы»

1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
2. Произведение линейных операторов.
3. Обратный оператор.
4. Матрица линейного оператора в данном базисе.
5. Понятие инвариантных подпространств.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
7. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Группа, кольцо, поле»

1. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
2. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
3. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
4. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
5. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
6. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
7. Аддитивная группа вычетов.
8. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
9. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях.
10. Определение изоморфизма групп.
11. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
12. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
13. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.

Тесты

Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	Вычислить $\dfrac{(1+i)^2-(4+i)\cdot(2+3i)}{(1-i)\cdot(2+i)}$; 1) 3-1.7$i$ 2) 0.5+0.75i 3) i 4) 1-i 5) -0.3-4.1i
-2)	Вычислить $\dfrac{(3+i)-(4-2i)\cdot(1-3i)}{1+i}$; 1) $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$ 2) $\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 3) $-\frac{19}{2}+\frac{9}{2}i$ 4) $\frac{7}{2}+\frac{9}{2}i$ 5) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

-1)	Вычислить $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)^{100}$; 1) $-\frac{1}{2^{50}}$ 2) $\frac{1}{2^{40}}$ 3) $2^{100}i$ 4) $\frac{1}{2^{25}}i$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
-3)	Вычислить $(-2+2i)^{80}$; 1) 2^{45} 2) 3^{80} 3) 8^{40} 4) $4^{10}i$ 5) -2^{40}
-5)	Вычислить $\sqrt[3]{1}$; 1) 1 2) i 3) $\{\pm 1;\pm i\}$ 4) $\{-1;\pm i\}$ 5) $\left\{1;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-4)	Вычислить $\sqrt[4]{-81}$; 1) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i;-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\{3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i;-3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i\}$ 3) $\{1;\pm i;-1;\pm i\}$ 4) $\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i;-\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 5) $\left\{\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-2)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}$; 1) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-5)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\pi+i\sin\pi$; 1) i 2) $-i$ 3) $1+i$ 4) 1 5) -1
-5)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $3+3i$; 1) $r=2\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{6}$ 2) $r=3,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 3) $r=1,\varphi=0$ 4) $r=5,\varphi=\frac{\pi}{4}$ 5) $r=3\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{4}$
-1)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$; 1) $r=1,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 2) $r=2,\varphi=\frac{5\pi}{6}$ 3) $r=1,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 4) $r=2,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 5) $r=1,\varphi=\frac{11\pi}{6}$
-2)	Представить в тригонометрическом виде $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 1) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $1\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ 3) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ 4) $-2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$
-5)	Представить в тригонометрическом виде $-1+i$; 1) $1(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 3) $-2(\cos 0-\sin 0)$ 4) $5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 5) $1\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
-3)	Вычислить $\frac{\cos 110^0+i\sin 110^0}{\cos 20^0+i\sin 20^0}$; 1) 1 2) $1+i$ 3) i 4) $-i$ 5) $1+2i$
-4)	Вычислить $\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}$;

	1) 1 2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-2)	Вычислить i^{123}; 1) 1 2) $-i$ 3) -1 4) $1+i$ 5) i
-5)	Вычислить i^{-386}; 1) $\frac{1}{2}i$ 2) i 3) 1 4) $-i$ 5) -1
-2)	Решить квадратное уравнение $x^2-(2+i)x+(-1+7i)=0$; 1) $\{1+i,1-i\}$ 2) $\{3-i,-1+2i\}$ 3) $\{1+2i,3+i\}$ 4) $\{-1+2i,3-2i\}$ 5) $\{2-i,3+2i\}$
-1)	Решить квадратное уравнение $x^2-(3-2i)x+(5-5i)=0$; 1) $\{2+i,1-3i\}$ 2) $\{4+i,1-i\}$ 3) $\{2+i,1-4i\}$ 4) $\{2-i,1+3i\}$ 5) $\{1+i,4i\}$
-3)	Решить кубическое уравнение $x^3-6x+9=0$; 1) $\left\{-2,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 2) $\{-5,-3,1\}$ 3) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{1,\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\right\}$ 5) $\left\{3,\frac{1}{3}\pm\frac{1}{4}i\right\}$
-2)	Решить кубическое уравнение $x^3+12x+63=0$; 1) $\{-1,\pm 3\}$ 2) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$ 3) $\{2,5\pm 3i\}$ 4) $\{3,1\pm i\}$ 5) $\left\{-3,\frac{3}{2}\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$

Тест 2. Матрицы и определители

-4)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&1&4\\0&5&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0&3\\1&2&-2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2&0&4\\1&1&-1\end{pmatrix}$. Вычислить A+2B-3C; 1) $\begin{pmatrix}2&1&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}3&7\\-2&0\\5&-1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}-6&1&-2\\-1&12&-1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&-1&-2\\-1&12&1\end{pmatrix}$
-1)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&7\\-1&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&-2\\1&4\end{pmatrix}$. Вычислить 2A-B+3C; 1) $\begin{pmatrix}2&-5\\8&22\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&2\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}5&3\\-1&2\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&-2\\3&2\end{pmatrix}$
-5)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&5&3\\2&-3&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&-3&5\\-1&4&-5\\3&-1&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix}1&2&-3\\4&0&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2&-1&0\\5&2&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6&14\\-3&19\\-19&17\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&14&-2\\10&-19&17\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\3&1&3\\1&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&2\\1&3&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix}3&-1&3\\2&5&0\\3&-1&3\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&2&0\\2&5&-4\\0&3&7\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6&8&6\\8&19&8\\6&8&6\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}3&-1&2\\5&-1&4\\0&2&3\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$

-5)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix}$; 1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1
-1)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix} \frac{3}{22} & -\frac{1}{22} & \frac{14}{22} \\ \frac{3}{22} & \frac{9}{22} & -\frac{8}{22} \\ -\frac{1}{22} & -\frac{3}{22} & \frac{10}{22} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{20}{11} & \frac{8}{11} & \frac{7}{11} \\ \frac{13}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{8}{11} & \frac{1}{11} & \frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} \frac{3}{19} & -\frac{1}{19} & \frac{14}{19} \\ \frac{3}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{8}{19} \\ -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0
-4)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4

-5)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&1&-2\\2&-2&1\end{pmatrix}$. Вычислить A^2; 1) $\begin{pmatrix}7&-3&7\\1&4&1\\2&5&2\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&3&1\\0&1&0\\1&3&1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7&0&0\\0&7&0\\0&0&7\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}0&0&9\\0&9&0\\9&0&0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}9&0&0\\0&9&0\\0&0&9\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&-1&3\\-1&1&-3\\2&-2&6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&5&2\\0&3&-1\\2&1&-1\end{pmatrix}$. Вычислить $(A\times B)^T$; 1) $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}7&5&0\\-7&-5&0\\14&10&0\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7&-7&14\\5&-5&10\\0&0&0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1&2&-3\\-1&-2&3\\0&0&0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$; 1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}2&-1&1&0\\3&1&0&1\\2&0&1&3\\1&2&-1&0\end{vmatrix}$; 1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}3&1&0&5\\0&2&4&-1\\0&0&3&7\\0&0&0&1\end{vmatrix}$; 1) 35 2) 3 3) -4 4) 18 5) 30
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}1&5&-4&-3\\6&2&-2&0\\1&3&0&0\\7&0&0&0\end{vmatrix}$; 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}1&2&4&8\\1&4&16&64\\1&6&36&216\\1&7&49&343\end{vmatrix}$; 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix}1&1&1\\2&4&9\\4&16&81\end{vmatrix}$; 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40

-3)	Вычислить $\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) x_1y_1 3) 0 4) $\sum_{i=1}^{n} x_iy_i$ 5) x_3y_3
-2)	Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12

Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0.$ 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1.$ 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1.$ 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1.$
-4)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$ 1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4.$ 2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0.$ 4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7.$ 5) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}.$
-2)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{6}, x_3 = -\frac{5}{3}.$ 4) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0.$ 5) $x_1 = 3, x_2 = -4, x_3 = 1.$
-5)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$ 1) $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 1.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1.$ 3) $x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = -1.$ 4) $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5.$ 5) $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1.$
-3)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = \lambda. \end{cases}$ 1) $\lambda = 1$ 2) $\lambda = -1$ 3) $\lambda = 3$ 4) $\lambda = 0$ 5) $\lambda = -2$

-1)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+5x_4=7, \\ x_1-x_2+2x_3+4x_4=4, \\ x_1+2x_2-x_3+\lambda x_4=3. \end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-5$ 3) $\lambda=0$ 4) $\lambda=5$ 5) $\lambda=-3$
-1)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} 5x_1+3x_2+2x_3+5x_4=17, \\ 5x_1+4x_2+2x_3+6x_4=19, \\ 4x_1+3x_2+3x_3+6x_4=19. \end{cases}$ 1) $x_1=1, x_2=2-x_4, x_3=3-x_4$. 2) $x_1=3x_4, x_2=3-x_4, x_3=2+x_4$. 3) $x_1=1+x_4, x_2=2+2x_4, x_3=1-x_4$. 4) $x_1=-1, x_2=1-x_4, x_3=2-x_4$. 5) $x_1=3, x_2=x_4, x_3=-3+2x_4$.
-2)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ 3x_1+x_2+2x_3+3x_4=6, \\ -2x_1-x_2+x_3-x_4=-2. \end{cases}$ 1) $x_1=2-x_4, x_2=1-x_4, x_3=x_4$. 2) $x_1=1-\frac{1}{5}x_4, x_2=1-\frac{6}{5}x_4, x_3=1-\frac{3}{5}x_4$. 3) $x_1=1+\frac{1}{3}x_4, x_2=1+\frac{1}{4}x_4, x_3=2-\frac{1}{3}x_4$. 4) $x_1=x_4, x_2=3+2x_4, x_3=-x_4$. 5) $x_1=2x_4, x_2=1-x_4, x_3=3-2x_4$.
-5)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4=6, \\ 4x_1+3x_2+2x_3+5x_4=16, \\ 2x_1+3x_2+x_3+4x_4=11. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=4, x_3=-1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=0$. 3) $x_1=2, x_2=5, x_3=-3, x_4=0$. 4) $x_1=3, x_2=1, x_3=-1, x_4=0$. 5) $x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=0$.
-3)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=5, \\ -x_1+2x_2+2x_3+x_4=5, \\ 3x_1-x_2+x_3+2x_4=2. \end{cases}$ 1) $x_1=5, x_2=3, x_3=1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=1, x_3=2, x_4=0$. 3) $x_1=1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 4) $x_1=-1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 5) $x_1=2, x_2=2, x_3=2, x_4=0$.
-1)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+x_4=4, \\ 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=7, \\ x_1-x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$ 1) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 2) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=4$. 3) $x_1=-1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 4) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 5) $x_1=3, x_2=3, x_3=1, x_4=2$.
-4)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ -2x_1+x_2+2x_3-x_4=3, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=4. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=1, x_3=2, x_4=3$. 2) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3$. 3) $x_1=-1, x_2=2, x_3=2, x_4=3$. 4) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=3$.

	5) $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = -3.$
-3)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + \lambda x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$ 1) $\lambda = 0$ 2) $\lambda = -2$ 3) $\lambda = 4$ 4) $\lambda = -1$ 5) $\lambda = 3$
-1)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0. \end{cases}$ 1) $\lambda \neq 2$ 2) $\lambda \in (-\infty, 3)$ 3) $-2 \le \lambda \le 2$ 4) $\lambda > 2$ 5) $\lambda < 2$

Тест 4. Многочлены

-3)	Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$ 1) $f(x) = g(x)\cdot(x^2 - x) + x^2 + x + 1$ 2) $f(x) = g(x)\cdot(x^2 - 3x - 3) + x^3 + 11x + 3$ 3) $f(x) = g(x)\cdot(x^2 - 3x - 3) + 5x^3 - 6x^2 + 11x + 8$ 4) $f(x) = g(x)\cdot(x^4 - 4) + 5x^5 + x^3 - 2$ 5) $f(x) = g(x)\cdot(x-1) + 3$
-1)	Разделить $f(x) = 3x^5 - 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ на $g(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$ 1) $f(x) = g(x)\cdot(3x^2 + 2x - 10) - 20x^2 + 63x - 43$ 2) $f(x) = g(x)\cdot(3x + 1)$ 3) $f(x) = g(x)\cdot(3x^2 + 2x - 4) + 7$ 4) $f(x) = g(x)\cdot(2x - 1) + x^3 + x$ 5) $f(x) = g(x)\cdot(x^3 + x - 3) + 2x^2 + 4x - 3$
-3)	Найти НОД $f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x$ 1) $x + 1$ 2) $x^2 + 2x - 1$ 3) $x^3 + x$ 4) $x - 4$ 5) $x^4 + x^2 - x$
-5)	Найти НОД $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - x - 12$ и $g(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 16$ 1) $x^2 + 2x + 1$ 2) $x^4 + x$ 3) $x^3 - 1$ 4) 1 5) $x^4 + 3x^2 + 4$
-5)	По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 3$ 1) 1 2) 532 3) 17 4) -59 5) -189
-1)	По схеме Горнера найти $f(-2)$ если $f(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 4$ 1) -46 2) -2 3) 19 4) 53 5) 157
-2)	Разложить по степеням $x - 3$ $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 20x - 11$ 1) $f(x) = (x-3)^4 + 2(x-3)^3 + (x-3) + 11$ 2) $f(x) = 3(x-3)^4 + 38(x-3)^3 + 166(x-3)^2 + 314(x-3) + 220$ 3) $f(x) = (x-3)^4 + (x-3)^2 + 1$ 4) $f(x) = (x-3)^5 + 3(x-3)^3 - (x-3) + 123$

	5) $f(x)=3(x-3)^3+38(x-3)^2+166(x-3)+314$
-1)	Разложить по степеням $x+2$ $f(x)=x^5-3x^4+2x^3-4x^2+2x-1$ 1) $f(x)=(x+2)^5-13(x+2)^4+66(x+2)^3-168(x+2)^2+218(x+2)-117$ 2) $f(x)=(x+2)^3-20(x+2)^2+(x+2)+1$ 3) $f(x)=(x+2)^5-20(x+2)^4-11(x+2)^3+2(x+2)^2-(x+2)+12$ 4) $f(x)=(x+2)^4-(x+2)^2+27(x+2)+3$ 5) $f(x)=5(x+2)^5-123$
-4)	Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой *i*. 1) $f(x)=x^4+2x^3-x^2+x-3$ 2) $f(x)=x^3+3x^2+9x-27$ 3) $f(x)=x^4+2x-1$ 4) $f(x)=x^4-4x^3+5x^2-4x+4$ 5) $f(x)=x^4+4x^3+2x^2+3x-15$
-1)	Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой *i*. 1) $f(x)=x^3-(4+i)x^2+(4+4i)x-4i$ 2) $f(x)=x^3+2ix^2-3ix+(1+i)$ 3) $f(x)=x^3+4x^2+x-(5+i)$ 4) $f(x)=(1-i)x^3+(2+i)x^2+(1+2i)x+(3-i)$ 5) $f(x)=x^3+2x^2-3x+4$

7.1.4. Экзаменационные вопросы

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня *n*-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.
7. Матрицы и операции над ними.
8. Транспонированная матрица.
9. Понятие определителя *n*-го порядка.
10. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка.
11. Свойства определителей *n*-го порядка.
12. Определители специального вида.
13. Обратная матрица.
14. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
15. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
16. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
20. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.
21. Многочлены и действия над ними.
22. Деление многочленов с остатком.
23. Делители и их свойства.

24. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
25. Взаимно простые многочлены.
26. Корни многочленов.
27. Теорема Безу. Схема Горнера.
28. Кратные корни многочленов.
29. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
30. Формулы Виета.
31. Линейные преобразования неизвестных.
32. Обратное линейное преобразование.
33. Произведение линейных преобразований.
34. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
35. Ранг квадратичной формы.
36. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
37. Нормальный вид квадратичной формы.
38. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
39. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
40. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
41. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
42. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.
43. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
44. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
45. Базис и размерность линейного пространства.
46. Связь между базисами..
47. Преобразование координат вектора.
48. Линейные преобразования пространства Vn.
49. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
50. Подпространство линейного пространства.
51. Сумма и пересечение подпространств.
52. Прямая сумма подпространств.
53. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
54. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
55. Ортонормированный базис.
56. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
57. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.
58. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
59. Произведение линейных операторов.
60. Обратный оператор.
61. Матрица линейного оператора в данном базисе.

62. Понятие инвариантных подпространств.
63. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
64. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.
65. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
66. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
67. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
68. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
69. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
70. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
71. Аддитивная группа вычетов.
72. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
73. Понятие о инъективном, сюрьективном и биективном отображениях.
74. Определение изоморфизма групп.
75. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
76. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
77. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45380.html
2. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин,

Владимир Александрович ; Э.Г.Позняк. - 6-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005. - 278 с. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики/ под ред. А.Н.Тихонова и др. вып. 4) (Серия "Классический университетский учебник"). - Предм. указ.: с. 274-278. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0481-0 : 149-93. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : учеб. для ун-тов / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука, 1977. - 496 с. : ил. - 1-10. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:
1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 c. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/61981.html
2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Сборник задач по алгебре / И. В. Аржанцев и др. ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004393869/
4. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

http://www.elib.dgu.ru/
http://www.iprbookshop.ru/
http://intuit.ru/

10. Методические указания по освоению дисциплины

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст предыдущей лекции – 10-15 минут.

2. В течение недели выбрать время – 1 час для работы с литературой по программированию и анализу алгоритмов.

3. При подготовке к лабораторным занятиям, необходимо сначала прочитать основные понятия, изучить алгоритмы по теме домашнего задания. При написании программы нужно сначала понять, что требуется, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Алгоритм решения задачи – это не программа ее решения, а способ дать человеку (а не машине) представление о структуре алгоритма, о смысле его шагов и их логической взаимосвязи. Поэтому шаги алгоритма должны описываться в терминах тех объектов и отношений между ними, о которых идет речь в условии задачи (это, конечно, не исключает использования математической и другой условной символики). Структура алгоритма станет более ясной, если ее описывать в наглядной и достаточно формализованной (напоминающей конструкции языка программирования) форме. Поэтому требуемой формой описания алгоритма в данном лабораторном практикуме является либо графическое представление алгоритма на языке блок-схем, либо на специальном языке описания алгоритмов, например, в школьном алгоритмическом языке.

4. Основная часть теоретического материала курса дается в ходе лекционных занятий, хотя часть материала может изучаться на лабораторных занятиях, либо самостоятельно по учебной литературе.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Геометрия и алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.