МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы математического анализа

Кафедра<u>математического анализа</u> факультета <u>математики и компьютерных наук</u>

Образовательная программа магистратуры 01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки Математический анализ

> Форма обучения очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины Дополнительные главы математического анализа составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика от 10.01. 2018 г. № 12.

Разработчик<u>: кафедра математического анализа, Ибрагимова Б.М., к.ф.-м.н., ст. преп.</u>

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры математического анализа от 22 марта 2022 г., протокол № 7.
Зав. кафедройРамазанов АР.К.
на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от 23 марта 2022 г., протокол № 4.
Председатель Ризаев М.К.
Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « <u>31</u> » <u>Q3</u> 2022 г.
Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г.

Дисциплина *Дополнительные главы математического анализа* входит в обязательную часть ОПОП образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией интеграла и его приложений в различных областях математики и механики, с дифференциальными свойствами функций конечной вариации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: $oбщепрофессиональных - O\Pi K-1;$

профессиональных - ΠK -1, ΠK -2.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: свойства монотонных функций, функций ограниченной вариации; свойства различных видов интегралов (Римана, Лебега, Римана-Стилтьеса, Лебега-Стилтьеса);

уметь: находить или оценить вариацию функции; вычислять интегралы Стилтьеса; применять интегралы Стилтьеса в теории рядов Фурье, теории вероятностей, теории приближения функций, в механике;

владеть: методами теории функций действительного переменного для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции*, *практические занятия*, *самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семе	Учебные занятия на очном отделении								Форма			
стр	Всего	Контак Всего	СРС, в том числе	промежуто чной аттестации								
			Лекции	Лабор аторн ые занят ия	Практич еские занятия	КСР	Консул ьтации	ЭКЗАМЕ Н				
1	180	62	26	-	36	-	-	82+36	экзамен			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Дополнительные главы математического анализа* являются:

- более углубленное изучение теории интеграла и его обобщений, освоение приложений интеграла в различных областях математики и механики;
- творческое овладение основными методами теории функций действительного переменного, в частности, теории интегрального исчисления.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина Дополнительные главы математического анализа входит в обязательную часть ОПОП образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение данной дисциплины предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и	Код и наименование	Планируемые результаты	Процедура
наименование	индикатора	обучения	освоения
компетенции из	достижения		
ΦΓΟС ΒΟ	компетенций		
ОПК-1. Способен	ОПК-1.1. Обладает	Знает: теоретические	Устный опрос,
формулировать и	базовыми знаниями,	основы базовых	контрольные
решать актуальные	полученными	математических	работы
и значимые	в области	дисциплин	
проблемы	математических и	(математического	
математики	естественных наук.	анализа, комплексного и	
		функционального	
		анализа	
		алгебры, аналитической	
		геометрии,	
		дифференциальной	
		геометрии и топологии,	
		дифференциальных	
		уравнений,	
		дискретной математики	
		и математической	
		логики, теории	
		вероятностей,	
		математической	
		статистики и случайных	
		процессов, численных	
		методов), а также	
		теоретической механики,	
		физики.	
		Умеет: решать задачи,	
		связанные с	
		исследованием свойств	
		функций и их	
		производных, с	
		интегрированием, с	
		изучением	
		функциональных рядов, с	
		дифференциальными	
		уравнениями, с	

T		1
ОПК-1.2.Умеет	численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. Владеет: базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. Знает: способы	Устный опрос,
использовать базовые знания в области математики в	использования знаний в различных областях математики при решении	контрольные работы
профессиональной деятельности.	конкретных задач в области математики и естественных наук. Умеет: применять	
	различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных	
	задач. Владеет: навыками применения методов современного математического анализа	
	при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на	Знает: различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных	Устный опрос, контрольные работы
основе теоретических знаний.	задач. Умеет: корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. Владеет: навыками	
	выбора методов решения задач современного	

		математического	
		анализа.	
ПК-1. Способен	ПК-1.1. Обладает	Знает: основы	Изучение тем
понимать и	базовыми	математического анализа	последовательно
применять в	знаниями,	и различные приложения	по модулям с
научно-	полученными в	дифференциального и	последующим
исследовательской	области	интегрального	проведением
и прикладной	математических и	исчисления в	коллоквиумов.
деятельности	(или) естественных	математических и	
современный	наук,	естественных науках;	
математический	программирования и	современные языки	
аппарат, основные	информационных	программирования и	
законы	технологий.	современные	
естествознания,		информационные	
современные языки		технологии.	
программирования		Умеет: применять	
и программное		дифференциальное и	
обеспечение,		интегральное исчисления	
операционные		для решения различных	
системы и сетевые		задач математических и	
технологии.		естественных наук;	
		составлять программы на	
		современных языках	
		программирования.	
		Владеет: базовыми	
		методами	
		дифференциального и	
		интегрального	
		исчислений; навыками	
		программирования на	
		современных языках.	
	ПК-1.2. Умеет	Знает: области	Изучение тем
	находить,	применения	последовательно
	формулировать и	дифференциального и	по модулям с
	решать стандартные	интегрального	последующим
	задачи в собственной	исчисления; различные	проведением
	научно-	языки	коллоквиумов.
	исследовательской	программирования.	
	деятельности в	Умеет: решать задачи,	
	математике и	связанные: с	
	информатике.	исследованием свойств	
		функций и их	
		производных, с	
		изучением	
		функциональных рядов, с	
		оценкой погрешности	
		аппроксимации функций;	
		применять различные	
		языки программирования	
		в численном анализе.	
		Владеет: методами	
		дифференциального	

		исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.и другим естественным наукам.	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно- исследовательской деятельности в математике и информатике.	Знает: методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. Умеет: применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. Владеет: навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов.
ПК-2. Способен владеть навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера;	ПК-2.1. Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, формы подготовки научных публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.	исчислений. Знает: основы использования информационных технологий в науке; основные направления использования информационных технологий в научных исследованиях. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и	Устный опрос, контрольные работы

	T	ı	
представления		систематизации научных	
материалов		данных; использовать	
собственных		современные	
исследований;		информационные	
проводить		технологии для	
корректуру,		подготовки	
редактирование,		традиционных и	
реферирование		электронных научных	
работ.		публикаций.	
r ······		Владеет: навыками	
		использования	
		информационных	
		технологий в	
		организации и	
		проведении научного	
		_ ·	
		исследования; навыками применения	
		информационных	
		технологий обработки и	
		-	
		представления	
		информации;	
		навыками автоматизации	
		подготовки документов в	
		различных текстовых и	
		графических редакторах.	
	HK 2.2 Varian	2	V
	ПК-2.2. Умеет	Знает: основные методы	Устный опрос,
	представлять научные	критического анализа и	контрольные
	представлять научные результаты,	критического анализа и оценки современных	_
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений;	контрольные
	представлять научные результаты,	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме.	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа.	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического анализа; навыками	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического анализа; навыками перевода научных	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического анализа; навыками перевода научных текстов и современными	контрольные
	представлять научные результаты, составлять научные	критического анализа и оценки современных научных достижений; методику представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками анализа и оценки современных научных достижений в области математического анализа; навыками перевода научных текстов и современными технологиями научной	контрольные

ПК-2.3. Имеет Знает: основные методы Устный опрос, практический критического анализа и контрольные работы опыт выступлений и оценки современных научной научных достижений; аргументации в основные методы работы профессиональной по информационным технологиям. деятельности, использования сети Умеет: публично Интернет, представлять аннотирования, результаты научнореферирования, исследовательской библиографического работы; разыскания и применять современные описания, опыт методы и средства работы с научными автоматизированного источниками. анализа и систематизации научных данных; использовать современные информационные технологии для подготовки научных публикаций; практически использовать образовательные ресурсы Интернет в научноисследовательской работе. Владеет: современными технологиями научной коммуникации; навыками представления научных отчетов и докладов с аргументированным анализом в области математического анализа; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.

4.Объем, структура и содержание дисциплины

- 4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.
- 4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	стр		Аудиторные занятия, в том числе				. работа	Формы текущего контроля успеваемости <i>(по</i>
	Семестр Неделя семестра		лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.	Самостоят. работа	неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
Модуль 1. Линейная м	1ера Л	Гебега						
1. Структура линейных множеств			2	4			12	
2. Мощность и мера множества			2	4			12	
Всего по модулю 1	9		4	8			24	коллоквиум
Модуль 2. Интегриров		по Лев	бегу		I			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
1. Измеримые функции			2	4			8	
2. Различные определения интеграла по Лебегу			2	4			6	
3. Сравнение с интегралом по Риману			2	4			6	
Всего по модулю 2	9		6	12			18	коллоквиум, контрольная работа
Модуль 3. Интеграл Р	иман	a-Cmu	тьеса		T			
1. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции			4	4			12	
2. Построение интеграла Римана- Стилтьеса			4	4			12	
Всего по модулю 3	9		8	8			20	коллоквиум, контрольная работа
Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса								
1. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса			2	2			12	
2. Приложения в теории аппроксимаций			6	6			12	
Всего по модулю 4	9		8	8			20	коллоквиум
Модуль 5. Промежуточная аттестация								
Экзамен								Экзамен
ИТОГО за 9 семестр			26	36			82	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейная мера Лебега

Тема 1. Структура линейных множеств

Открытые и замкнутые множества. Канторовы совершенные множества.

Структура открытых и замкнутых множеств.

Тема 2. Мощность и мера множества

Сравнение множеств по мощности. Внешняя и внутренняя меры. Измеримые по Лебегу множества, их свойства.

Модуль 2. Интегрирование по Лебегу

Тема 3. Измеримые функции

Измеримые функции, их свойства.

Тема 4. Различные определения интеграла по Лебегу

Интеграл от ограниченной измеримой функции.

Суммируемые функции.

Тема 5. Сравнение с интегралом по Риману

Сравнительный анализ интегралов Лебега и Римана.

Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса

Тема 6. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции

Монотонные функции, их дифференциальные свойства. Функции конечной вариации, их свойства. Связь с монотонными функциями. Абсолютно непрерывные функции.

Восстановление функции по ее производной.

Тема 7. Построение интеграла Римана-Стилтьеса

Определение и свойства интеграла Римана-Стилтьеса.

Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса

Тема 8. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса

Мера Лебега-Стилтьеса. Интеграл Лебега-Стилтьеса, некоторые свойства.

Тема 9. Приложения в теории аппроксимаций

Системы функций Чебышева и их свойства. Системы функций Маркова и их свойства.

Представление систем Маркова при помощи интеграла Стилтьеса.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейная мера Лебега

Тема 1. Структура линейных множеств

Канторовы совершенные множества. Канторова лестница.

Структура открытых и замкнутых множеств.

Тема 2. Мощность и мера множества

Счетные и несчетные множества, их свойства. Измеримые по Лебегу множества.

Вычисление мер некоторых линейных множеств.

Модуль 2. Интегрирование по Лебегу

Тема 3. Измеримые функции

Классы измеримых функций.

Тема 4. Различные определения интеграла по Лебегу

Исследование интегралов на сходимость. Оценки интегралов.

Тема 5. Сравнение с интегралом по Риману

Сравнение интегралов от ограниченных функций. Вычисление интеграла Лебега.

Сравнение несобственных интегралов.

Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса

Тема 6. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции

Оценки вариаций функций. Абсолютно непрерывные функции. Восстановление функции по ее производной.

Тема 7. Построение интеграла Римана-Стилтьеса

Методы вычисления интеграла Римана-Стилтьеса.

Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса

Тема 8. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса

Интеграл Лебега-Стилтьеса. Сведение к интегралу Лебега.

Тема 9. Приложения в теории аппроксимаций

Системы функций Чебышева и их свойства. Представление систем Маркова при помощи интеграла Стилтьеса. Условия сходимости рядов Фурье.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

- 1. Рамазанов А.-Р.К., Магомедова В.Г. Мера и интеграл Лебега в курсе математического анализа. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2010.
- 2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПУ ДГУ, 2000г.

Перечень вопросов для самостоятельной работы

- 1. Структура открытого и замкнутого множеств на числовой оси.
- 2. Счетные, несчетные множества.
- 3. Канторово совершенное множество.
- 4. Монотонные функции и их свойства.
- 5. Канторова «лестница».
- 6. Функции ограниченной вариации.
- 7. Представление функций ОВ в виде разности монотонных функций.
- 8. Интеграл Римана-Стилтьеса. Классы интегрируемых функций.
- 9. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса.
- 10. Абсолютно непрерывные функции.
- 11. Формула Ньютона-Лейбница.
- 12. Структура абсолютно непрерывных функций.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы Виды и содержание самостоятельной для самостоятельного изучения работы

Модуль 1. Линейная мера Лебега

1. Структура линейных множеств	Доклад на тему: «Канторовы совершенные					
	множества»					
2. Мощность и мера множества	Доклад на тему: «Канторовы множества					
	положительной меры»					
Модуль 2. Интегрирование і	по Лебегу					
	•					
1. Измеримые функции	Доклад на тему: «Классы измеримых					
	функций»					
2. Различные определения интеграла по Лебегу	Доклад на тему: «Определение интеграла					
	Лебега через простые функции»					
3. Сравнение с интегралом по Риману	Доклад на тему: «Сравнение несобственных					
	интегралов Римана и Лебега»					
Модуль 3. Интеграл	Римана-Стилтьеса					
1. Функции конечной вариации и абсолютно	Доклад н а тему: «Эквивалентные					
непрерывные функции	определения абсолютно непрерывных					
	функций»					
2. Построение интеграла Римана-Стилтьеса	Доклад на тему: «Достаточные условия					
	существования интеграла Римана-Стилтьеса»					
Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса						
1. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса	Доклад на тему: «Сведение интеграла Лебега-					
	Стилтьеса к интегралу Лебега»					
2. Приложения в теории аппроксимаций	Доклад на тему: «Системы функций					
	Чебышева и Маркова»					

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

- 1. Монотонные функции.
- 2. Дифференцирование монотонных функций.
- 3. Функции ограниченной вариации.
- 4. Свойства функций ограниченной вариации.
- 5. Классы функций ограниченной вариации.
- 6. Непрерывные функции ограниченной вариации.
- 7. Представление функции ограниченной вариации в виде разности двух монотонных функций.
- 8. Абсолютно непрерывные функции.
- 9. Сингулярные функции.
- 10. Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства.
- 11. Существование интеграла Стилтьеса.
- 12. Интегрирование по частям в интеграле Стилтьеса.
- 13. Вычисление интеграла Стилтьеса.
- 14. Приложения интеграла Стилтьеса в механике.
- 15. Спрямляемые кривые. Криволинейные интегралы 2 рода.
- 16. Мера Лебега-Стилтьеса.
- 17. Интеграл Лебега-Стилтьеса.
- 18. Системы функций Чебышева и их свойства.
- 19. Системы функций Маркова и их свойства.
- 20. Представление систем Маркова при помощи интеграла Стилтьеса.

Примерные контрольные работы

- 1. Доказать, что если f(x) монотонная функция, удовлетворяющая равенству f(x) + f(y) = f(x + y) для всех x, y и f(1) = a, то f(x) = ax.
- 2. Найти вариацию функции на [0,2], если $f(x) = \begin{cases} x-1 \text{ при } x < 1, \\ 10 \text{ при } x = 1, \\ x^2 \text{ при } x > 1. \end{cases}$
- 3. Доказать, что функция $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} \text{ при } x \neq 0. \end{cases}$ имеет неограниченную вариацию на $\left| 0, \frac{2}{\pi} \right|$.
- 4. Доказать, что если f(x) удовлетворяет условию Липшица на [a,b], то она имеет ограниченную вариацию.
- 5. Представить функцию $f(x) = \cos x$ на $\left| -\frac{\pi}{2}, \pi \right|$ в виде разности двух монотонных функций.

№2

- 1. Вывести формулу интегрирования по частям для интеграла Стилтьеса.
- 2. Вычислить $\int_{0}^{3} x^{3} df(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} 3 \text{ при } 1 < x < 2, \\ -4 \text{ при } 2 \le x < 3, \\ 2 \text{ при } x = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} -1 \text{ при } -1 \le x < 0, \\ 10 \text{ при } x = 0, \end{cases}$

$$\begin{cases} -1 & \text{при} & -1 \le x < \\ 10 & \text{при} & x = 0, \end{cases}$$

- 3. Вычислить $\int_{-1}^{4} x^2 df(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{при } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 2 x & \text{при } x = \frac{\pi}{2}, \\ x^2 4 & \text{при } \frac{\pi}{2} < x < 4, \\ 3 & \text{при } x = 4. \end{cases}$
- 4. Доказать, что кривая $f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} \text{ при } x \neq 0. \end{cases}$ неспрямляема на $\begin{bmatrix} 0, 1 \end{bmatrix}$.

5. Вычислить интеграл Лебега-Стилтьеса
$$\int_{0}^{1} f(x)d(x^{3})$$
, если

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{для иррационал ьных чисел, больших, чем } \frac{1}{3}, \\ x^3 & \text{для иррационал ьных чисел, меньших, чем } \frac{1}{3}, \\ 0 & \text{в рациональн ых точках.} \end{cases}$$

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий 10 баллов,
- участие на практических занятиях 20 баллов,
- коллоквиум 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он знает основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и умеет их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он знает основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и умеет доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он знает основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и умеет доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент владеет по данному модулю навыками решения типичных задач, то по этому модулю ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по тестированию

Если студент умеет давать анализ теста по данному модулю, то по этому модулю ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на экзаменах

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам.

- В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:
- 1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;
- 2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.
- 3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;
- 4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5

б) основная литература:

1. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной: учебное пособие_- Москва: Наука, 1974

Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной: учебное пособие / И.П. Натансон. - Изд. 3-е. - Москва: Наука, 1974. - 480 с.: ил.; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459802 ().

- 2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3_Москва: Физматлит, 2002
- Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц; ред. А.А. Флоринского. Изд. 6-е. (1-е изд. 1949 г.). Москва: Физматлит, 2002. Т. 3. 727 с. ISBN 5-9221-0155-2; То же [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196().
- 3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа_- Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563 ().

в) дополнительная литература

1. Действительный анализ в задачах: учебное пособие_- Москва: Физматлит, 2005 Действительный анализ в задачах: учебное пособие / П.Л. Ульянов, А.Н. Бахвалов, М.И. Дьяченко и др. - Москва: Физматлит, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69331 ().

2. Карлин С., Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике - Москва: Наука, 1976

Карлин, С. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике / С. Карлин, В. Стадден; пер. с англ. под ред. С.М. Ермакова. - Москва: Наука, 1976. - 568 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459751 ().

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

- 1. http://elibrary.ru eLIBRARY Научная электронная библиотека
- 2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 Единое окно доступа к электронным ресурсам
- 3. http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/ платформа ресурсов издательства Springer
- 4. http://edu.dgu.ru/ Образовательный сервер ДГУ
- 5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. Махачкала, г. Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. URL: http://moodle.dgu.ru/().

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине Дополнительные главы математического анализа распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий — подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по *Дополнительным главам математического анализа* рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационносправочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины Дополнительные главы математического анализа.

Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.