

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Физический факультет

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Направленность (профиль) подготовки
Возобновляемые источники энергии и гидроэлектростанции

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
о ч н а я

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,
фундаментальный модуль

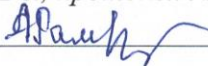
Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины *Математический анализ* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника 28.02.2018 г. № 144; изменения 26.11.20 г. №1456 и 08.02.2021 г. №83.

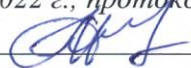
Разработчики: кафедра математического анализа,
Ризаев М.К., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 31 » 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Математический анализ* входит в обязательную часть ОПОП, фундаментальный модуль, бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Дисциплина реализуется на *физическом* факультете *кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных: с изучением и освоением базовых понятий анализа: предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование; с изучением свойств числовых и функциональных рядов; с криволинейными, поверхностными и кратными интегралами.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
универсальных – УК-1, УК-6;
общепрофессиональных – ОПК – 1, ОПК - 2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 7 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семе стр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации
	Всег о	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамене	
		Всего	из них					
			Лекции	Практические занятия	КСР	Консультации		
1	144	54	18	36			54+36	экзамен
2	108	50	16	34			22+36	экзамен
Итого	252	94	34	70			148	

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины математический анализ являются:

-- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, интеграл, ряд);

-- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;

-- овладение методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Математический анализ* входит в обязательную часть ОПОП, фундаментальный модуль, бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Знания по математическому анализу студентам необходимы для изучения параллельных ему и последующих за ним университетских курсов: дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, теории вероятностей, численных методов и др.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выполняет поиск необходимой информации, ее критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи.	Знает: методы поиска, сбора и обработки информации. Умеет: - сформулировать проблему, для которой важно решение поставленной задачи; - составить варианты запросов для поиска каждого элемента информации. Владет: навыками осуществления поиска и отбора информации для последующей обработки.	Устный опрос

	УК-1.2. Использует системный подход для решения поставленных задач.	Знает: методы системного анализа и синтеза информации. Умеет: применять системный подход для решения поставленных задач. Владет: - навыками критического восприятия, анализа и синтеза информации; - методикой системного подхода для решения поставленных задач	Устный опрос
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Эффективно планирует собственное время.	Знает: методы эффективного планирования времени. Умеет: - составлять долгосрочные и краткосрочные планы; - планировать свою профессиональную траекторию. Владет: навыками эффективного планирования собственного времени.	Устный опрос
	УК-6.2. Планирует траекторию своего профессионального развития и предпринимает шаги по ее реализации.	Знает: методы планирования своей профессиональной траектории, самоорганизации и самообразования. Умеет: планировать свою профессиональную траекторию. Владет: опытом планирования траектории своего	Устный опрос

		профессионального развития и предпринимать шаги по её реализации.	
ОПК-1. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации.	Знает: современные принципы поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации из различных источников и баз данных в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий. Умеет: - использовать информационно-коммуникационные технологии при поиске необходимой информации; - решать задачи обработки данных с помощью современных средств автоматизации. Владеет: - современными интерактивными технологиями поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и баз данных;	Устный опрос

		- методами представления информации в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий.	
	ОПК-1.2. Демонстрирует знание требований к оформлению документации (ЕСКД, ЕСПД, ЕСТД) и умение выполнять чертежи простых объектов.	Знает: современные интерактивные программные комплексы для выполнения и редактирования текстов, изображений и чертежей. Умеет: использовать современные средства автоматизации разработки и выполнения конструкторской документации. Владеет: современными программными средствами подготовки конструкторско-технологической документации	Устный опрос
ОПК-3. Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении	ОПК-3.1. Применяет математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной.	Знает: математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной, необходимый для решения задач профессиональной деятельности.	Устный опрос, письменный опрос

профессиональных задач		Умеет: применять математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. Владеет: навыками использования математических методов, необходимых для решения поставленной задачи.	
	ОПК-3.2. Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории рядов.	Знает: математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории рядов, необходимый для решения задач профессиональной деятельности. Умеет: применять математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. Владеет: навыками использования математических методов, необходимых для решения поставленной задачи.	Устный опрос, письменный опрос

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Первый семестр								
Модуль 1. Начала анализа								
1. Действительные числа и их последовательности.			2	4				
2. Предел и непрерывность функции одной переменной.			2	4				
Всего по модулю 1	1		4	8			24	коллоквиум, контрольная работа, экзамен
Модуль 2. Производная функции одной переменной								
1.Производная и дифференциал функции одной переменной.			2	4				
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.			2	4				
3. Производные высших порядков. Формула Тейлора.			2	4				
4. Исследование поведения функций с помощью производных.			2	4				
Всего по модулю 2	1		8	16			12	коллоквиум, контрольная работа, экзамен
Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных								
1.Пределы и непрерывность функции многих переменных			2	4				
2.Частные производные и дифференциалы, Формула Тейлора.			4	8				
Всего по модулю 3	1		6	12			18	коллоквиум, контрольная работа, экзамен

Модуль 4. Промежуточная аттестация								
1. Экзамен	1							36
ИТОГО за семестр	1		18	36			54	36
<i>Второй семестр</i>								
Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной								
1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.			4	8				
2. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.			2	4				
3. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.			2	4				
Всего по модулю 1	2		8	16			12	коллоквиум, контрольная работа, зачет
Модуль 2. Ряды и кратные интегралы								
1. Числовые ряды. Основные понятия.			2	6				
2. Функциональные ряды.			2	4				
3. Кратные интегралы.			2	4				
4. Криволинейные и поверхностные интегралы			2	4				
Всего по модулю 2	2		8	18			10	коллоквиум, контрольная работа, зачет
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
1. Экзамен	2							36
ИТОГО за семестр	2		16	34			22	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Начала анализа

Тема 1. Действительные числа и их последовательности.

Натуральные, целые и рациональные числа. Действительные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Действия над действительными числами. Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Определение предела функции. Основные свойства конечного предела функции.

Критерий Коши. Основная теорема о пределах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на отрезке функций. Элементарные функции и их непрерывность.

Модуль 2. Производная функций одной переменной

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 4. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 5. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций. Исследование поведения функции с помощью производных и построение ее графика.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 6. Пределы и непрерывность функции многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции.

Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 7. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Дифференцируемость и полный дифференциал.

Геометрические приложения.

Частные производные от сложных функций.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Экстремумы функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Второй семестр

Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной

Тема 8. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Метод замены переменной. Интегрирование по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 9. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции.

Тема 10. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона –Лейбница.

Тема 11. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Модуль 2. Ряды и кратные интегралы

Тема 12. Числовые ряды. Основные понятия.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 13. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 14. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды.

Тема 15. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательностей функций. Равномерно сходящиеся функциональные ряды и свойства их сумм. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.

Тема 16. Функциональные ряды.

Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Разложение элементарных функций. Понятие о рядах Фурье.

Тема 17. Кратные интегралы.

Понятие двойного и тройного интегралов. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

Тема 18. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Поверхностные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Связь криволинейных интегралов с двойными и поверхностными, тройных интегралов с поверхностными.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Начала анализа

Тема 1. Действительные числа и их последовательности.

Натуральные, целые и рациональные числа. Действительные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Действия над действительными числами. Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Определение предела функции. Основные свойства конечного предела функции.

Критерий Коши. Основная теорема о пределах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на отрезке функций. Элементарные функции и их непрерывность.

Модуль 2. Производная функций одной переменной

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 4. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 5. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций. Исследование поведения функции с помощью производных и построение ее графика.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 6. Пределы и непрерывность функции многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции. Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 7. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Дифференцируемость и полный дифференциал.

Геометрические приложения.

Частные производные от сложных функций.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Экстремумы функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

В т о р о й с е м е с т р

Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной

Тема 8. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 9. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции.

Тема 10. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона -Лейбница.

Тема 11. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Модуль 2. Ряды и кратные интегралы

Тема 12. Числовые ряды. Основные понятия.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 13. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 14. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды.

Тема 15. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательностей функций. Равномерно сходящиеся функциональные ряды и свойства их сумм. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.

Тема 16. Функциональные ряды.

Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Разложение элементарных функций. Понятие о рядах Фурье.

Тема 17. Кратные интегралы.

Понятие двойного и тройного интегралов. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

Тема 18. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Поверхностные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Связь криволинейных интегралов с двойными и поверхностными, тройных интегралов с поверхностными.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами.

В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

СР - 1

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n .

2. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

СР - 2

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$ в точке $a = 0$.
2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.
3. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

СР - 3

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы $\int_1^e x \ln x dx$, $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$.

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$.

CP - 4

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$,

4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n$, 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n$.

CP - 5

1. Найти области сходимости рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$.

CP - 6

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Первый семестр</i>	
Модуль 1. Начала анализа	
1. Действительные числа и их последовательности.	Доклады на темы: 1. Дедекиндовы сечения. 2. Необходимость расширения множества рациональных чисел. 3. Теорема Эйлера о числе e .
2. Предел и непрерывность функции одной переменной.	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции. Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Производная функции одной переменной	
1. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
3. Производные высших порядков. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
4. Исследование поведения функций с помощью производных.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	
1. Пределы и непрерывность функции многих переменных.	Решение задач.
2. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Формулы для дифференциалов высших порядков.
<i>Второй семестр</i>	
Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной	
1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.	Решение задач и упражнений. Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
2. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Интегрируемость разрывных функций.
3. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
4. Методы замены переменной и интегрирования по частям.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Ряды и кратные интегралы	
1. Числовые ряды. Основные понятия.	Решение задач.
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.	Доклады на темы: 1. Сравнение признаков Даламбера и Коши.

	2. Признак Гаусса.
3. Знакопеременные ряды, их сходимость.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
4. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.	Доклады на темы: 1. Область сходимости ряда. 2. Сравнение поточечной и равномерной сходимостей.
5. Функциональные ряды.	Доклад на тему: Оценки остатка ряда Тейлора.
6. Кратные интегралы.	Доклад на тему: Мера Жордана и определение кратного интеграла.
7. Криволинейные и поверхностные интегралы.	Доклады на темы: 1. Понятия теории поля. 2. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского в терминах теории поля.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность $x_n = \frac{1}{3n-7}$?

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Некоторые классы интегрируемых функций.
4. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
5. Основная теорема интегрального исчисления.
6. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Числовой ряд.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
4. Интегральный признак сходимости рядов.

5. Признак Даламбера сходимости.
6. Признак Коши сходимости числовых рядов.
7. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
8. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 - 7}$. 1) 1; 2) не существует; 3) 0,5; 4) 0.
-2)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \sin n$. 1) не существует; 2) 0; 3) ∞.
-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$. 1) 1; 2) 0; 3) -1.
-2)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos^2(n+3)}{n}$. 1) не существует; 2) 0; 3) $+\infty$.
-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 1})$. 1) ∞; 2) 1; 3) 0.
-1)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{3^n}$. 1) 0; 2) ∞; 3) не существует.
-2)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5n + 1}{n^2 + 7n + 6}$. 1) ∞; 2) 1; 3) 2; 4) 0.
-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + (-1)^n)$. 1) 0; 2) 2; 3) не существует.
-2)	Функция $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ является 1) четной; 2) нечетной; 3) ни четной, ни нечетной.

-2)	Найти вертикальные асимптоты графика функции $f(x) = \ln \sin x$. 1) не существует; 2) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
-2)	Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. 1) $y = \pm x$; 2) $y = x$; 3) не существуют.
-3)	Производная функции $\cos^2 3x$ равна 1) $-6 \sin 3x$; 2) $6 \cos 3x$; 3) $-3 \sin 6x$; 4) $-2 \cos 3x \sin 3x$.
-2)	Дифференциал функции $e^{\sin x}$ в точке $x = 0$ равен 1) 0; 2) dx; 3) не существует.
-2)	Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$ 1) $[0, 2]$; 2) $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$; 3) $(-\infty; +\infty)$.
-1)	Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$. 1) $e^{-1,5}$; 2) e^{-1}; 3) e.
-3)	Найти наибольшее значение функции $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ 1) не существует; 2) 1; 3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$.
-2)	Найти промежутки возрастания функции $y = x \ln x$. 1) $[1, +\infty)$; 2) $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$; 3) $(e, +\infty]$.
-1)	Найти промежутки выпуклости (вниз) функции $y = x + \frac{1}{x}$. 1) $(0, +\infty)$; 2) $(1, +\infty)$; 3) $(-\infty, 0)$.
-2)	Найти точки экстремумов функции $y = x e^{-x}$. 1) 0; 2) 1; 3) -1.
-3)	Найти абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ параллельна прямой $y = -3x$. 1) 0; 2) -1; 3) 1.
-3)	Уравнением горизонтальной касательной к графику функции $f(x) = e^x + e^{-x}$ служит

	1) $y = 1$; 2) $y = 3$; 3) $y = 2$.
-2)	Найти абсциссы всех точек, в которых касательная к графику функции $f(x) = x^3 - 2x - 1$ перпендикулярна прямой $y = -x$. 1) 1; 2) ± 1 ; 3) -1 .
-1)	Производная функции $e^{\ln^2 x}$ в точке $x = 1$ равна 1) 0; 2) 1; 3) e .
-3)	Угол между касательными к графикам функций x^2 и x^3 в точке с абсциссой $x = 1$ равен 1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\arctg \frac{2}{3}$; 3) $\arctg \frac{1}{7}$; 4) $\arctg \frac{1}{6}$.
-2)	Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0, 0)$ равны 1) 1 и -1 ; 2) 2 и $-0,5$; 3) 2 и 2.
-3)	Найти смешанную частную производную второго порядка функции $u = 3^{xy}$ в точке $O(0, 0)$. 1) 0; 2) 1; 3) $\ln 3$.
-2)	Найти $u'_x(0, 0)$, если $u = e^{xy} \sin x$. 1) 0; 2) 1; 3) -1 .
-1)	Найти $du(0, 0)$, если $u = x \cos y - 2^{xy}$ 1) dx ; 2) $dx - 2dy$; 3) $-dx + 2dy$.
-1)	Найти u'_x и u'_y в точке $M(e; 0)$, если $u = x^y$. 1) 0 и e ; 2) 0 и 1; 3) 0 и 0.
-2)	Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$.
-1)	Вычислить $\int_0^1 x e^x dx$. 1) 1; 2) e ; 3) 2.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$.

	1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π ; 3) $\frac{\pi}{30}$.
-2)	Найти $\int \frac{1}{x \ln x} dx$. 1) $\ln^2 x + C$; 2) $\ln \ln x + C$; 3) $\ln x \ln x + C$.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (1 + (-1)^n)$ равна 1) 0. 2) 2. 3) ряд расходится. 4) 1.

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет* по данному модулю навыками решения типичных задач, то по этому модулю ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по тестированию

Если студент *умеет* давать анализ теста по данному модулю, то по этому модулю ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на экзаменах

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам.

В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

- 1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;
- 2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.
- 3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;
- 4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются

существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1967.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 –3. ИД: Лань, 2009.
3. Щипачев В.С. Высшая математика. М.: Юрайт, 2013.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1968.
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. СПб.: Профессия, 2001.

в) дополнительная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
3. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., 1999.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1) eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999 — . Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp> (дата обращения: 01.04.2017). — Яз. рус., англ.

2) Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. — Махачкала, г. — Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. — URL: <http://moodle.dgu.ru/> (дата обращения: 22.03.2018).

3) Электронный каталог НБ ДГУ [Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. — Махачкала, 2010 — Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения: 21.03.2018).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных

методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете имеются компьютерные и учебные классы, оснащенные компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.