

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Действительный анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
01.03.01 Математика

Направленность (профиль) программы
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
о ч н а я

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений; модуль профильной направленности

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины Действительный анализ составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика от 10.01.2018 № 8.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Ибрагимова Б.М., к.ф.-м.н., ст.преп.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Действительный анализ* входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, модуль профильной направленности образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с мощностью и мерой множества в евклидовых пространствах, изучением измеримых функций, интеграла Лебега и вопросов, связанных с восстановлением функции по ее производной, в частности, изучением свойств функций конечной вариации и абсолютно непрерывных функций.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
универсальных – УК- 1;
общепрофессиональных – ОПК-1;
профессиональных ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Сем естр	Учебные занятия								Форма промежуточн ой аттестации
	Всего	в том числе							
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен	
		Всего	из них						
	Лек ции		Лаборат орные занятия	Практич еские занятия	КСР	конс ульт ации			
5	108	72	54		18			36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Действительный анализ* являются:

-- овладение базовыми понятиями современного анализа: мощность и мера множества, измеримые функции, интеграл Лебега, вариация функции, абсолютная непрерывность;

-- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач действительного анализа, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Действительный анализ* входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, модуль профильной направленности образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Знания по действительному анализу студентам необходимы для изучения таких университетских курсов, как функциональный анализ, уравнения в частных

производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации и др.

Изучение курса действительного анализа предполагает знание основ математического анализа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области действительного анализа, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области действительного анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области действительного анализа.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	Устный опрос, контрольные работы, тесты

	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
--	---	--	--

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (действительного анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. <i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
---	--	--	--

	ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения методов действительного анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Знает:</i> различные методы действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач действительного анализа.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований,	ПК-3.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных	<i>Знает:</i> основы действительного анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и	Устный опрос, контрольные работы, тесты

необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	технологий.	естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа; навыками программирования на современных языках.	
	ПК-3.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> области применения действительного анализа; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> методами действительного анализа для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	ПК-3.3. Имеет практический опыт	<i>Знает:</i> методы исследования функций	Устный опрос, контрольные

	научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчисления.	работы, тесты
--	---	---	---------------

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекций	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Измеримые множества и функции								
1. Множества. Мощность.			4	1				
2. Линейная мера.			6	2				
3. Измеримые функции. Свойства.			10	2				
4. Интеграл Лебега. Свойства.			6	2				

5.Переход к пределу под знаком интеграла.			4	1				
Всего по модулю 1	5		28	8				Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 2. Неопределенный интеграл Лебега и вопросы восстановления функций								
1. Функции конечной вариации.			8	4				
2. Абсолютно непрерывные функции.			10	4				
3. Восстановление функции интегрированием производной.			8	2				
Всего по модулю 2	5		26	10				Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Экзамен								36
ИТОГО за семестр	5		54	18				36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Измеримые множества и функции

Тема 1. Множества. Мощность.

Операции над множествами. Мощность множеств. Счетные множества, примеры.

Несчетные множества. Множества Кантора.

Тема 2. Линейная мера.

Мера Жордана. Мера Лебега. Свойства.

Тема 3. Измеримые функции. Свойства.

Определение и простейшие свойства измеримых функций. Некоторые классы измеримых функций. Последовательности измеримых функций: сходимости почти всюду и по мере.

Тема 4. Интеграла Лебега. Свойства.

Определение интеграла Лебега (разные подходы). Основные свойства.

Тема 5. Переход к пределу под знаком интеграла

Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

Модуль 2. Неопределенный интеграл Лебега и вопросы восстановления функций

Тема 6. Функции конечной вариации.

Монотонные функции и их дифференцирование. Некоторые свойства функций конечной вариации. Их дифференцирование.

Тема 7. Абсолютно непрерывные функции.

Определение абсолютно непрерывных функций. Свойства. Некоторые классы абсолютно непрерывных функций.

Тема 8. Восстановление функции интегрированием производной.

Интеграл Лебега с переменным верхним пределом. Восстановление функции по ее производной.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Измеримые множества и функции

Тема 1. Множества. Мощность.

Операции над множествами. Мощность множеств. Счетные множества, примеры.

Несчетные множества. Множества Кантора. Решение задач.

Тема 2. Линейная мера.

Мера Жордана. Мера Лебега. Свойства.
 Тема 3. Измеримые функции. Свойства.
 Решение задач на свойства измеримых функций.
 Последовательности измеримых функций: сходимости почти всюду и по мере.

Тема 4. Интеграла Лебега. Свойства.
 Решение задач на свойства интеграла Лебега.
 Тема 5. Переход к пределу под знаком интеграла
 Решение задач на сравнение интегралов Римана и Лебега.

Модуль 2. Неопределенный интеграл Лебега и вопросы восстановления функций

Тема 6. Функции конечной вариации.
 Монотонные функции и их дифференцирование. Некоторые свойства функций конечной вариации. Их дифференцирование.
 Тема 7. Абсолютно непрерывные функции.
 Определение абсолютно непрерывных функций. Свойства. Некоторые классы абсолютно непрерывных функций.
 Тема 8. Восстановление функции интегрированием производной.
 Интеграл Лебега с переменным верхним пределом. Восстановление функции по ее производной.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины действительный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Мера и интеграл Лебега в курсе математического анализа. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2010.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Задачи для самостоятельного решения:

- 1) [3], №№ 1.3 – 1.13;
- 2) [3], №№ 1.40 – 1.46;
- 3) [3], №№ 4.5, 4.8;
- 4) [3], №№ 5.13, 5.37.

Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Модуль 1. Измеримые множества и функции	

1. Множества. Мощность. Мера.	Реферат на тему: Диагональный метод доказательства Кантора.
2. Линейная мера.	Реферат на тему: Канторовы множества меры нуль.
3. Измеримые функции. Свойства.	Доклады на темы: 1. Измеримость по Лебегу интегрируемых по Риману функций. 2. Соотношения сходимостей почти всюду и по мере.
4. Интеграл Лебега. Свойства.	Реферат на тему: Различные подходы к определению интеграла Лебега.
5. Переход к пределу под знаком интеграла.	Реферат на тему: Сравнение переходов к пределу в интегралах Римана и Лебега.
Модуль 2. Неопределенный интеграл Лебега и вопросы восстановления функций	
1. Функции конечной вариации.	Доклад на тему: Соотношения между классами функций конечной вариации и Липшица произвольного показателя.
2. Абсолютно непрерывные функции.	Доклад на тему: Связь абсолютно непрерывной функции со своей производной.
3. Восстановление функции интегрированием производной.	Доклад на тему: Суммируемые функции.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Измеримые множества и функции»

1. Операции над множествами. Мощность множества.
2. Счетные множества. Свойства. Примеры.
3. Несчетные множества. Диагональный метод доказательства Кантора.
4. Совершенные множества Кантора.
5. Определение меры Лебега. Сравнение с мерой Жордана.
6. Свойства измеримых по Лебегу множеств.
7. Определение и простейшие свойства измеримых функций.
8. Некоторые классы измеримых функций.
9. Сходимость почти всюду последовательности измеримых функций.
10. Сходимость по мере последовательности измеримых функций.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Интеграл Лебега»

1. Определения интеграла Лебега.
2. Основные свойства интеграла Лебега.
3. Предельный переход под знаком интеграла.
4. Сравнение с интегралом Римана.
5. Монотонные функции и их дифференцирование.
6. Функции конечной вариации и их дифференцирование.
7. Абсолютно непрерывные функции и их свойства.
8. Некоторые классы абсолютно непрерывных функций.
9. Восстановление функции по ее производной.

Примерные тестовые задания

Задача 1. Найти меру Лебега μE , если:

1) $E = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$. (0)

2) $E = \left\{\dots, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$. (0)

3) E - множество всех рациональных чисел из отрезка $[0,1]$. (0)

4) E - множество всех иррациональных чисел из отрезка $[0,1]$. (1)

5) $E = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right) \cup \dots$ (1)

6) $E = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{32}, \frac{1}{16}\right) \cup \dots \left(\frac{2}{3}\right)$

Задача 2. Эквивалентны ли данные множества:

1) Промежутки $(-\infty; +\infty)$ и $(0;1)$? (да)

2) Множество всех рациональных чисел и интервал $(0;1)$? (нет)

3) Множество $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ и множество $\{a_1, a_2, \dots, a_5\}$? (нет)

4) Множество $\mathbb{R}$ (действительных чисел) и множество Q (рациональных чисел)? (нет)

Задача 3. 1) Верно ли, что множество рациональных чисел и множество натуральных чисел имеют одинаковую мощность? (да)

2) Найти мощность множества $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$. (10)

Задача 4. Является ли элементарным данное множество:

1) Множество $(2,3] \cup \{5\} \cup \{0\} \cup (6,6) \cup [7,8]$? (да)

2) Пустое множество? (да)

3) Множество всех натуральных чисел? (нет)

Задача 5. Выберите все верные варианты ответов:

1) Ограниченное множество называется измеримым по Лебегу, если...

а) внешнюю меру его симметрической разности с элементарным множеством можно сделать сколь угодно малой за счет выбора элементарного множества; б) оно эквивалентно счетному множеству;

в) оно эквивалентно некоторому элементарному множеству.

2) Для множества $\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\} \dots$

а) меры Лебега и Жордана равны;

б) мера Лебега больше меры Жордана;

в) мера Жордана не существует, мера Лебега существует;

г) мера Лебега меньше меры Жордана.

3) Для множества всех рациональных чисел из $[0;1] \dots$

а) мера Жордана не существует, мера Лебега равна нулю;

б) меры Лебега и Жордана равны;

в) мера Лебега больше меры Жордана;

г) мера Лебега меньше меры Жордана.

б) Любое ограниченное...

а) открытое множество измеримо по Лебегу;

б) замкнутое множество измеримо по Лебегу;

в) замкнутое множество измеримо по Лебегу, открытое не всегда.

Задача 6. Выберите все верные варианты ответов:

1) Функция $f(x)$, определенная на множестве $E \subset \mathbb{R}$, называется измеримой (по Лебегу), если...

а) множества E и $E(f > c)$ при всех $c \in \mathbb{R}$ измеримы;

б) множество E измеримо, функция $f(x)$ ограничена;

в) множество E измеримо, функция $f(x)$ непрерывна;

г) множество E измеримо.

2) Функция $f(x) = \frac{1}{x}$ на множестве $(0,1]$...

а) измерима; б) непрерывна; в) ограничена; г) непрерывна и ограничена.

Задача 7. Выберите все верные варианты ответов:

1) Функция Дирихле $D(x)$, равная 1 в рациональных точках и равная 0 в иррациональных точках, на любом отрезке $[a, b]$ ($a < b$)...

а) эквивалентна тождественному нулю;

б) эквивалентна тождественной единице;

в) не эквивалентна никакой непрерывной функции.

Задача 8. Выберите все верные варианты ответов:

1) Неверно, что для любой ограниченной измеримой на данном отрезке $[a, b]$ функции $f(x)$ всегда ...

а) интеграл Римана $\int_a^b f(x)dx$ существует;

б) интеграл Лебега $\int_a^b f(x)dx$ существует;

2) Две измеримые на данном множестве E функции $f(x)$ и $g(x)$ называются эквивалентными, если...

а) мера Лебега множества $\{x \in E : f(x) \neq g(x)\}$ равна нулю;

б) эквивалентны множества значений этих функций;

в) интегралы Лебега от этих функций равны.

3) Интегралом Лебега $\int_E f(x)dx$ от (произвольной) измеримой на данном множестве E

функции $f(x)$ называется разность интегралов

$\int_E f^+(x)dx - \int_E f^-(x)dx$, если ...

а) хотя бы один из этих интегралов конечен;

б) только оба интеграла конечны; в) даже оба интеграла бесконечны.

4) Из функций x^2 и $|x|$ равенству $f(x) = f(-1) + \int_{-1}^x f'(t)dt$ при всех $x \in [-1, 1]$

удовлетворяют...

а) обе функции; б) только x^2 ; в) ни одна; г) только $|x|$.

5) Из функций $\sqrt[3]{x}$ и $\text{sign}(x)$ равенству $f(x) = f(-1) + \int_{-1}^x f'(t)dt$ при всех

$x \in [-1, 1]$ удовлетворяют...

а) $\sqrt[3]{x}$; б) обе функции; в) ни одна; г) $\text{sign}(x)$.

6) Функция $f(x)$, равная $\frac{1}{x}$ при $x \in (0, 1]$ и нулю при $x = 0$, на отрезке $[0, 1]$...

а) не является ни суммируемой (интегрируемой по Лебегу), ни интегрируемой по Риману в несобственном смысле;

б) является суммируемой и неинтегрируемой по Риману;

в) является интегрируемой по Риману в несобственном смысле и не является суммируемой.

Задача 9. Найти интеграл Лебега:

1) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx$. $\left(\frac{4}{3}\right)$

2) $\int_{-2}^1 \text{sign}(x) dx$. (-1)

3) $\int_a^b D(x) dx$, где $D(x)$ - функция Дирихле, равная 1 в рациональных точках и 0 в иррациональных точках. (0)

4) $\int_E \sin x dx$, где E - множество всех рациональных точек отрезка $[0; 1]$. (0)

5) $\int_E e^x dx$, где $E = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$. (0)

6) $\int_E \cos \frac{\pi x}{2} dx$, где E - множество всех иррациональных точек отрезка $[0; 1]$. $\left(\frac{2}{\pi}\right)$

7) $\int_E e^x dx$, где $E = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right) \cup \dots (e-1)$

8) $\int_0^1 f(x) dx$, где функция $f(x)$ равна $\sin \pi x$ при $x \in E = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\right\}$ и $\cos \pi x$

при $x \in [0, 1] \setminus E$. (0)

9) $\int_0^1 f(x) dx$, где функция $f(x)$ равна 6 при

$x \in E = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{32}, \frac{1}{16}\right) \cup \dots$ и 9 при $x \in [0, 1] \setminus E$. (7)

10) $\int_0^1 f(x)dx$, где функция $f(x)$ равна $\frac{1}{\sqrt{x}}$ в иррациональных точках и 3^x в рациональных точках отрезка $[0;1]$. (2)

Примерные задания для проведения текущего контроля

1. Найти мощность множества всех прямоугольников на плоскости, вершины которых имеют рациональные координаты.
2. Найти лебегову меру множества всех положительных непериодических двоичных дробей, меньших единицы.
3. Является ли функция Дирихле измеримой?
4. Найти интеграл Лебега по отрезку $[0,1]$ от функции $f(x)$, равной $\sin 5x$ при иррациональном x и равной нулю при рациональном x .
5. Исходя из определения, доказать абсолютную непрерывность функции $\sqrt{x}$ на отрезке $[0,1]$.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки по тестированию

Если студент *умеет* давать анализ теста по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата

как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Критерии оценки на экзаменах

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам. В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

- 1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;
- 2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.
- 3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;
- 4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. *Элементы теории функций и функционального анализа* - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (2022).

2. Натансон И. П. *Теория функций вещественной переменной: учебное пособие* - Москва: Наука, 1974

Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной : учебное пособие / И.П. Натансон. - Изд. 3-е. - Москва : Наука, 1974. - 480 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459802> (2022).

3. Теляковский С.А. *Сборник задач по теории функций действительного переменного: учебное пособие для вузов*. - М. : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. - 112 с.

в) дополнительная литература

1. *Действительный анализ в задачах: учебное пособие* - Москва: Физматлит, 2005

Действительный анализ в задачах : учебное пособие / П.Л. Ульянов, А.Н. Бахвалов, М.И. Дьяченко и др. - Москва : Физматлит, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7 ; То же [2. Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69331> (2022).

2. Халмош, Пол. Теория меры : пер. с англ. / Халмош, Пол ; под ред. С.В.Фомина. - М. :

Факториал Пресс, 2003. - 253 с. - (Серия "XX век. Математика и механика". Вып.3). - ISBN 5-88688-065-8 : 440-00.

3. Гелбаум Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гелбаум, Олмстед Дж. ; Пер. с англ. Б.И. Голубова. Под ред. П.Л. Ульянова. - М. : "Мир", 1967. - 251с. : с черт. ; 21см. - Библиогр.: с. 226-229 (59 назв.).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по действительному анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по действительному анализу рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «Система Гарант»;
- справочная правовая система «КонсультантПлюс».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины действительный анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.