

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Кратные интегралы и ряды**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы  
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений; модуль профильной направленности

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины *Кратные интегралы и ряды* составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от 10.01.2018 № 9.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Магомедова В.Г., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа  
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук  
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением «31» 03. 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Кратные интегралы и ряды* входит в модуль профильной направленности части ОПОП, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, с элементами теории поля, с изучением свойств рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
универсальных – УК-1,  
общепрофессиональных – ОПК-1,  
профессиональных - ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семе стр	Учебные занятия на очном отделении							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуто чной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	Консультации		
3	144	108	60	-	48	-	-	36	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Кратные интегралы и ряды* являются:

- овладение понятиями: кратная интегрируемость, интегрируемость вдоль кривых и поверхностей, элементы теории поля, функциональные ряды;
- творческое овладение основными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, методами исследования сходимости функциональных рядов;
- овладение основными методами теории рядов и интегралов, в частности, для создания базы последующим курсам.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Б1.В.02 Кратные интегралы и ряды* входит в модуль профильной направленности части, формируемой участниками образовательных отношений

образовательной программы *бакалавриата* по направлению *01.03.02 Прикладная математика и информатика*.

Знания по этим разделам математического анализа студентам необходимы при прохождении других его разделов, а также при прохождении курсов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, теории вероятностей, численных методов, методов оптимизации и др.

Изучение дисциплины *Кратные интегралы и ряды* предполагает знание таких разделов математического анализа, как непрерывность функций одной и многих переменных, дифференциальное исчисление функций одной и многих переменных, неопределенный интеграл, определенный интеграл Римана, числовые ряды.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации	Устный опрос, контрольные работы, тесты

		разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	Устный опрос, контрольные работы, тесты

<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием различных методов из области математических и физических наук. <i>Владеет:</i> базовыми методами современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>
	<p>ОПК-1.2.Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>

		<i>Владеет:</i> навыками применения методов современной математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Знает:</i> различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современной математики.	Устный опрос, контрольные работы, тесты
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученных в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<i>Знает:</i> как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы; свойства этих интегралов; общие понятия теории поля; основные свойства функциональных рядов; различные приложения кратных интегралов и функциональных рядов в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы теории кратных интегралов и теории рядов для решения различных задач математических и	Устный опрос, контрольные работы, тесты

		<p>естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами теории кратных интегралов и теории рядов; навыками программирования на современных языках.</p>	
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p><i>Знает:</i> области применения кратных интегралов и функциональных рядов; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> находить приближенные решения дифференциальных уравнений с помощью функциональных рядов; решать задачи численного анализа с применением кратных интегралов; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> навыками приложения численных методов с применением функциональных рядов и кратных интегралов к решению естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в прикладной математике и информатике.</p>	<p><i>Знает:</i> методы приближенного решения дифференциальных уравнений; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы теории рядов и теории кратных интегралов в численном анализе с использованием современных</p>	<p>Устный опрос, контрольные работы, тесты</p>

		информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов теории рядов и теории кратных интегралов.	
--	--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<i>Третий семестр</i>								
<b>Модуль 1. Кратные интегралы</b>								
1. Двойной и тройной интегралы.			6	4				
2. Замена переменных в кратных интегралах.			4	4				
3. Криволинейные интегралы.			4	4				
4. Поверхностные интегралы.			6	4				
<b><i>Всего по модулю 1</i></b>	<b>3</b>		<b>20</b>	<b>16</b>				Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 2. Элементы теории поля. Интегралы с параметрами</b>								
1. Скалярные и векторные поля.			4	4				
2. Векторная форма записи интегральных формул			4	4				
3. Свойства интеграла, зависящего от параметров.			6	4				
4. Несобственные интегралы с параметрами.			6	4				
<b><i>Всего по модулю 2</i></b>	<b>3</b>		<b>20</b>	<b>16</b>				Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 3. Функциональные ряды</b>								
1. Свойства суммы функционального ряда.			4	2				

2. Степенные ряды.			6	4				
3. Ряды Фурье.			10	10				
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>3</b>		<b>20</b>	<b>16</b>				Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 4. Промежуточная аттестация</b>								
1. Экзамен	3							Экзамен
<b>ИТОГО за семестр</b>	<b>3</b>		<b>60</b>	<b>48</b>				<b>36 (экзамен)</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### Модуль 1. Кратные интегралы

Тема 1. Двойной и тройной интегралы.

Определения двойного и тройного интегралов. Существование. Свойства. Вычисление. Сведение кратного интеграла к повторному интегралу.

Тема 2. Замена переменных в кратных интегралах.

Криволинейные координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Приложения тройного интеграла.

Тема 3. Криволинейные интегралы.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Вычисление. Примеры. Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина.

Тема 4. Поверхностные интегралы.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление. Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

##### Модуль 2. Элементы теории поля. Интегралы с параметрами

Тема 5. Скалярные и векторные поля.

Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Потенциальные и соленоидальные поля.

Тема 6. Векторная форма записи интегральных формул.

Связь с формулами Ньютона-Лейбница и Грина. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Тема 7. Свойства интеграла, зависящего от параметров.

Непрерывность по параметру. Интегрирование и дифференцирование по параметру.

Тема 8. Несобственные интегралы с параметрами.

Равномерная сходимости. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Гамма-функция и бета-функция Эйлера.

##### Модуль 3. Функциональные ряды

Тема 9. Свойства суммы функционального ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных рядов. Примеры. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.  
Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы ряда.

Тема 10. Степенные ряды.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости.

Формула Тейлора. Остаточный член.

Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 11. Ряды Фурье.

Ортогональные системы функций. Ряд Фурье. Тригонометрический ряд Фурье.

Сходимость ряда в точке. Признаки сходимости.

Ряды Фурье для четных, нечетных и  $2l$ -периодических функций.

### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

#### **Модуль 1. Кратные интегралы**

Тема 1. Двойной и тройной интегралы.

Свойства двойного и тройного интегралов. Вычисление.

Сведение кратного интеграла к повторному интегралу.

Тема 2. Замена переменных в кратных интегралах.

Криволинейные координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Приложения тройного интеграла.

Тема 3. Криволинейные интегралы.

Свойства криволинейного интеграла первого рода, существование, Вычисление. Примеры.

Задача вычисления работы переменной силы. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина.

Тема 4. Поверхностные интегралы.

Поверхностные интегралы первого рода. Вычисление.

Ориентация поверхности. Вычисление поверхностного интеграла второго рода.

#### **Модуль 2. Элементы теории поля. Интегралы с параметрами**

Тема 5. Скалярные и векторные поля.

Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция.

Тема 6. Векторная форма записи интегральных формул.

Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Тема 7. Свойства интеграла, зависящего от параметров.

Непрерывность по параметру. Интегрирование и дифференцирование по параметру.

Тема 8. Несобственные интегралы с параметрами.

Равномерная сходимость. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Гамма-функция и бета-функция Эйлера. Приложения.

#### **Модуль 3. Функциональные ряды**

Тема 9. Свойства суммы функционального ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных рядов. Примеры.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы ряда.

Тема 10. Степенные ряды.

Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости.

Формула Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 11. Ряды Фурье.

Ортогональные системы функций. Тригонометрический ряд Фурье.

Сходимость ряда в точке. Признаки сходимости.  
Ряды Фурье для четных, нечетных и  $2l$ -периодических функций.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины Кратные интегралы и ряды лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
2. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

*Задания для самостоятельной работы*

*Задание №1*

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C (x + y) ds$ , C:

$$x = t, y = \frac{3t^2}{\sqrt{2}}, z = t^3, 0 \leq t \leq 1.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ , где C – четверть астроида

$$x = R \cos^3 t, y = R \sin^3 t \text{ от точки } (R, 0) \text{ до точки } (0, R).$$

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x - y) dx dy$ ,  $D: y^2 = \frac{b^2}{2} x, y = \frac{b}{a} x (a > 0, b > 0)$ .

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$ ,

$$D: y = x, y = -x, y = 1.$$

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (1 - x^2) y dx + x(1 + y^2) dy$ , где C –

$$\text{окружность } x^2 + y^2 = R^2.$$

*Задание №2*

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$ , C:  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,

$$y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$ , где C – полуокружность

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (1 - xy) dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$ .

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$ ,  $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$ ,

где  $C$  – эллипс.

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
<b>Модуль 1. Кратные интегралы</b>	
1. Двойной и тройной интегралы.	Реферат на тему: Общая мера Жордана.
2. Замена переменных в кратных интегралах.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
3. Криволинейные интегралы.	Доклад на тему: Формула Грина и ее приложения.
4. Поверхностные интегралы.	Доклад на тему: Приложения поверхностных интегралов в физике и механике.
<b>Модуль 2. Элементы теории поля. Интегралы с параметрами</b>	
1. Скалярные и векторные поля.	Реферат на тему: Потенциальные и соленоидальные поля.
2. Векторная форма записи интегральных формул.	Доклад на тему: Связь формул Ньютона-Лейбница, Грина, Гаусса-Остроградского и Стокса.
3. Свойства интеграла, зависящего от параметров.	Рефераты на темы: 1. Интегрирование под знаком интеграла. 2. Дифференцирование под знаком интеграла.
4. Несобственные интегралы с параметрами.	Рефераты на темы: 1. Гамма-функция Эйлера. 2. Бета-функция Эйлера.
<b>Модуль 3. Функциональные ряды</b>	
1. Свойства суммы функционального ряда.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.
2. Степенные ряды.	Доклад на тему: Формула Коши-Адамара.
3. Ряды Фурье.	Реферат на тему: Признаки сходимости ряда Фурье в данной точке.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### 7.1. Типовые контрольные задания

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Функциональные ряды»*

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

1. Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Примеры.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
3. Непрерывность суммы функционального ряда.
4. Интегрируемость суммы функционального ряда.
5. Дифференцируемость суммы функционального ряда.

6. Лемма Абеля для степенных рядов.
7. Радиус и интервал сходимости.
8. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа.
9. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
10. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье.
11. Тригонометрический ряд Фурье.
12. Сходимость ряда в точке.
13. Ряды Фурье для четных, нечетных и  $2l$ -периодических функций.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Интегралы с параметрами»*

1. Предельный переход под знаком интеграла.
2. Непрерывность интеграла по параметру.
3. Дифференцирование интеграла по параметру.
4. Равномерная сходимость несобственных интегралов с параметрами.
5. Гамма-функция Эйлера.
6. Бета-функция Эйлера.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Кратные интегралы»*

1. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
2. Вычисление двойного интеграла, если  $C$  - граница данной криволинейной трапеции.
3. Площадь в криволинейных координатах.
4. Двойной интеграл в криволинейных координатах.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Существование и вычисление криволинейного интеграла первого рода.
7. Вычислить интеграл  $\int_C (x - y) ds$  по дуге  $C: y = \sqrt{x}, (0 \leq x \leq 1)$ .
8. Вычислить интеграл  $\int_C (x + y) ds$  по границе треугольника, ограниченного линиями  $x = 0, y = 2 - x, y = 0$ .
9. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
10. Вычислить интеграл  $\int_{AB} (2x + y) dx + (2y + x) dy; A(0,0), B(1,1)$ .
11. Формула Грина.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = \sin \varphi$ .
13. Найти площадь фигуры ограниченной линиями  $y = \sin x, y = -\sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .
14. Вычислить интеграл  $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$ , где  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$ .
15. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2, z = 1$ .

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Элементы теории поля»*

1. Скалярные и векторные поля. Примеры.
2. Градиент, ротор, дивергенция.
3. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
4. Потенциальные и соленоидальные поля.
5. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 20 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 50 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

#### *Критерии оценки по коллоквиуму*

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

#### *Критерии оценки по контрольной работе*

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

#### *Критерии оценки по тестированию*

Если студент *умеет* давать анализ теста по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

#### *Критерии оценки на экзаменах*

Экзамены проводятся в соответствии с положением о курсовых экзаменах, как правило, по заранее подготовленным и утвержденным экзаменационным билетам.

В билет рекомендуется включать не менее двух вопросов учебной программы курса, а также при необходимости можно включить задачи и примеры. Результаты курсового экзамена оцениваются по 100-балльной системе ориентировочно по следующим критериям:

1) оценка «отлично», если у студента от 86 до 100 баллов с учетом степени усвоения, *высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает четко и логически обоснованно;

2) оценка «хорошо», если у студента от 66 до 85 баллов с учетом степени усвоения, *достаточно высокий уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном четко и логически обоснованно, но допускает отдельные неточности.

3) оценка «удовлетворительно», если у студента от 51 до 65 баллов с учетом степени усвоения, *достаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, отвечает в основном правильно и в логической последовательности, но допускает отдельные неточности;

4) оценка «неудовлетворительно», если у студента от 0 до 50 баллов с учетом степени усвоения, *недостаточный уровень* знаний по программе курсового экзамена, имеются существенные пробелы в усвоении важных математических понятий программы курса, допускает ошибки в формулировках и доказательствах базовых теорем из программы курса.

## 8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### а) адрес сайта курса

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

### б) основная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>(2022)

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3\_- Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>(2022).

3. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2.

Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.

Гармонический анализ - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> (2022).

4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> (2022).

### в) дополнительная литература:

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> (2022).

2. Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник - Москва: Физматлит, 2001

Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> (2022).

3. Будаков Б. М., Фомин С. В. Кратные интегралы и ряды: учебник - Москва: Физматлит, 2002

Будаков, Б.М. Кратные интегралы и ряды : учебник / Б.М. Будаков, С.В. Фомин. - Москва : Физматлит, 2002. - 550 с. - ISBN 978-5-9221-0300-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67845> (2022).

4. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие [для вузов] / Берман, Георгий Николаевич. - СПб. : Профессия : Лань : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2008, 2007, 2006, 1985, 1977, 1975, 1972. - 432 с. : ил. ; 22 см. - ISBN 5-93913-009-7 : 165-00.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(2022).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине *Кратные интегралы и ряды* распределена по темам и по часам на лекции, практические; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Кратные интегралы и ряды* рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Кратные интегралы и ряды*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.