

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«**ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

**Кафедра:** дифференциальных уравнений и функционального анализа  
**Факультете:** математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профили подготовки  
«Математический анализ и приложения»

Уровень высшего образования:  
бакалавриат

Форма обучения:  
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,  
фундаментальный модуль ОПОП

Махачкала 2022

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 23.08.2017 № 807 (с изменениями №1456 от 26.11.2020)

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,

Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н., доцент:



Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от «15» марта 2022 г., протокол № 8

Зав. Кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» марта 2022 г., протокол № 7

Председатель



Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ



Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в фундаментальный модуль обязательной части ОПОП бакалавриата по направлению **02.03.01 Математика и компьютерные науки**.

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; построение и основные свойства меры и интеграла Лебега; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*универсальная компетенция (УК): УК-1;*  
*общепрофессиональная компетенция (ОПК): ОПК-1;*  
*профессиональная компетенция (ПК): ПК-1.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
5	144	30		28			50+36	Экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *функциональный анализ* являются:

- овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);
- овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);
- овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и естествознания;
- дальнейшее повышение математической культуры студентов.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *функциональный анализ* входит в базовую часть образовательной программы по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки*.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен знать:

- 1) линейную алгебру;
- 2) основы математического анализа;
- 3) элементы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;
- 4) топологию;
- 5) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Для ФАН настоящая потребность в комплексном анализе появляется в середине курса, при изучении спектров. Особая связь между ФАН и УЧП, если пользоваться ФАН при изложении УЧП.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
--	--	---------------------------------	--------------------

<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации</p>	<p><b>Знает:</b> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <b>Умеет:</b> анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <b>Владеет:</b> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Подготовка рефератов. Самостоятельная работа.</p>
	<p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знает:</b> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <b>Умеет:</b> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <b>Владеет:</b> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок</p>	
	<p>УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p><b>Знает:</b> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <b>Умеет:</b> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <b>Владеет:</b> навыками использования</p>	

		информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	<b>Знает:</b> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <b>Умеет:</b> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. <b>Владеет:</b> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач	Конспектирование и проработка лекционного материала. Устный опрос. Коллоквиум. Контрольная работа Самостоятельная работа.

	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знает:</b> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <b>Умеет:</b> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <b>Владеет:</b> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p><b>Знает:</b> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <b>Умеет:</b> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <b>Владеет:</b> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа</p>	
<p>ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</p>	<p>ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.</p>	<p><b>Знает:</b> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <b>Умеет:</b> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Устный опрос. Коллоквиум. Контрольная работа Самостоятельная работа.</p>

		<p>наук; составлять программы на современных языках программирования.</p> <p><b>Владеет:</b> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках.</p>	
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p><b>Знает:</b> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования.</p> <p><b>Умеет:</b> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><b>Владеет:</b> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике</p>	
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p>	<p><b>Знает:</b> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><b>Умеет:</b> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><b>Владеет:</b></p>	



		навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчисления	
--	--	---	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 4, академических часов 180.

#### 4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства.</b>								
<i>Всего по модулю 1</i>	5		6	6			24	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические пространства			2	2			12	
2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства			4	4			12	
<b>Модуль 2. Линейные операторы</b>								
<i>Всего по модулю 2</i>	5		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Ограниченные линейные операторы			4	4			12	
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах			4	4			8	
<b>Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа. Компактные операторы</b>								
<i>Всего по модулю 3</i>	5		14	16			6	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала			2	2				
2. Теорема о равномерной ограниченности			2	2				
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике			2	2				
4. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы			2	2			2	
5. Компактные операторы.			2	4			2	
6. Альтернатива Фредгольма			4	4			2	

<b>Модуль 4. Промежуточная аттестация</b>								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>		<b>28</b>	<b>30</b>			<b>50+36</b>	<b>36</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

##### Тема 1: «Метрические пространства»

###### Лекция № 1:

- 1) Метрические пространства.
- 2) Примеры метрических пространств.
- 3) Сходимость в метрическом пространстве.
- 4) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
- 5) Теорема о пополнении метрических пространствах.
- 6) Теорема о вложенных шарах.
- 7) Неподвижные точки отображений.
- 8) Сжимающие отображения.
- 9) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

##### Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

###### Лекция № 2:

- 1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
- 3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
- 4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
- 5) Неравенство Коши-Буняковского.

###### Лекция № 3:

- 1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
- 2) Теорема об ортогональном разложении.
- 3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
- 4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
- 5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
- 6) Изоморфизм и изометрия.
- 7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

#### Модуль 2. Линейные операторы

##### Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

###### Лекция № 4:

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.

3) Примеры ограниченных линейных операторов.

*Лекция №5:*

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

*Лекция №6:*

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
- 3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

*Лекция №7:*

- 1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
- 3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

### Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

*Лекция № 8:*

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (В) - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «Теорема о равномерной ограниченности»

*Лекция № 9:*

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Сильная и слабая сходимости операторов.
- 3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
- 4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
- 5) Слабая\* сходимости функционалов.

Тема 3: «Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»

*Лекция №10:*

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.
- 3) Спектр ограниченного оператора.

### Модуль 4. Компактные операторы

Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

*Лекция №11:*

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Тема 2: «Компактные операторы»

*Лекция №12:*

- 1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
- 2) Вполне ограниченные множества.
- 3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.
- 4) Компактные операторы и их свойства.
- 5) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
- 6) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Альтернатива Фредгольма»

*Лекция №13:*

- 1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
- 2) Нормально разрешимые уравнения.
- 3) Нетеровы операторы.

*Лекция № 14:*

- 1) Теоремы Фредгольма.
- 2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

**4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине**

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

*Практическое занятие № 1:*

- 10) Метрические пространства.
- 11) Примеры метрических пространств.
- 12) Сходимость в метрическом пространстве.
- 13) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
- 14) Теорема о пополнении метрических пространствах.
- 15) Теорема о вложенных шарах.
- 16) Неподвижные точки отображений.
- 17) Сжимающие отображения.
- 18) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

*Практическое занятие № 2:*

- 1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные и банаховы пространства.

- 3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
- 4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
- 5) Неравенство Коши-Буняковского.

*Практическое занятие № 3:*

- 1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
- 2) Теорема об ортогональном разложении.
- 3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
- 4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
- 5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
- 6) Изоморфизм и изометрия.
- 7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

## Модуль 2. Линейные операторы

### Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

*Практическое занятие № 4:*

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.
- 3) Примеры ограниченных линейных операторов.

*Практическое занятие №5:*

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

### Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

*Практическое занятие №6:*

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
- 3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

*Практическое занятие №7:*

- 1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
- 3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

## Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

### Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

*Практическое занятие № 8:*

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в  $(B)$  - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

## Тема 2: «Теорема о равномерной ограниченности»

### *Практическое занятие № 9:*

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Сильная и слабая сходимости операторов.
- 3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
- 4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
- 5) Слабая\* сходимости функционалов.

## Тема 3: «Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»

### *Практическое занятие №10:*

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.
- 3) Спектр ограниченного оператора.

## Модуль 4. Компактные операторы

### Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

#### *Практическое занятие №11:*

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

### Тема 2: «Компактные операторы»

#### *Практическое занятие №12:*

- 1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
- 2) Вполне ограниченные множества.
- 3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.

#### *Практическое занятие №13:*

- 4) Компактные операторы и их свойства.
- 5) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
- 6) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

### Тема 3: «Альтернатива Фредгольма»

#### *Практическое занятие №14:*

- 1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
- 2) Нормально разрешимые уравнения.
- 3) Нетеровы операторы.

#### *Практическое занятие № 15:*

- 1) Теоремы Фредгольма.
- 2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины функциональный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

- 1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с.: ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.
- 2) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа: учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.]: Лань, 2005. - 351 с.; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8: 187-66.
- 3) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа: учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.]: Лань: Изд. высшая школа, 1982. - 270, [1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 4) Кириллов А. А. Теоремы и задачи функционального анализа: [учебное пособие для вузов] / Кириллов А.А., А. Д. Гвишиани. - М.: Наука, 1979. - 384 с.: ил. - Библиогр.: с. 369-372. - Предм. указ.: с. 373-377. - 1-10.
- 4) Рамазанов А.К. Функциональный анализ: учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. - 318, [1] с. - 222-00.
- 5) Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для вузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0: 151-01.

### Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства  $L_b(R^n, R^n)$ .
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов  $L(H)$ ,  $H$  - гильбертово пространство сходящееся в  $L_s(H)$ , но не в  $L_b(H)$ .
3. Найти  $A^*$  для  $A \in L(R^n, A^n)$ .
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве  $C_{[a,b]}$ .
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве  $C_{[a,b]}$ .
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.

7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода

$$X(t) = \lambda \int_a^t k(t, s)x(s)ds = y(t),$$

где  $K(t, s)$  и  $y(t)$  непрерывные функции при  $a \leq s \leq t \leq b$ .

8. Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.

9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве элементы  $x$  и  $y$  ортогональны тогда и только тогда, когда  $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x + y\|^2$

3. Пусть  $E$  - вещественное ЛНП и для любых  $x, y \in E$  выполняется равенство параллелограмма:

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2).$$

Доказать, что формула

$$(x, y) = \frac{1}{4} \{ \|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 \}$$

задает в  $E$  скалярное произведение, согласующееся с нормой в  $E$ , т.е. такое, что  $(x, x) = \|x\|^2$ .

10. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве  $C_{[a,b]}$ .

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Раздел 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства</b>	
1. Метрические пространства	Доклад на тему: Метризации теоремы.
2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха.
<b>Раздел 2. Линейные операторы</b>	
1. Ограниченные линейные операторы	Реферат на тему: Примеры гильбертовых и предгильбертовых пространств. Решение задач и упражнений.
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах	Доклад на тему: Теорема о проекции на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве и некоторые его приложения.
<b>Раздел 3. Три основных принципа линейного функционального анализа</b>	
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала	Доклад на тему: Локально выпуклые пространства.
2. Теорема о равномерной ограниченности	Решение задач и упражнений.
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике	Доклад на тему: Замкнутые самосопряженные операторы
<b>Раздел 4. Компактные операторы</b>	
1. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы	Решение задач и упражнений.



2. Компактные операторы.	Доклад на тему: Критерии компактности в некоторых классических пространствах функционального анализа.
3. Альтернатива Фредгольма	Доклад на тему: Краевые задачи математической физики, сводимые к изучению интегральных операторов Фредгольма..

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1. Типовые контрольные задания

#### 7.1.1. Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства  $L^p$ , их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тожество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.
16. Универсальность пространства  $C_{[0,1]}$ .

#### 7.1.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Какие из следующих утверждений справедливы для операции  $\Delta$  симметрической разности

- a.  $A \Delta B \subset (A \Delta C) \cup (C \cup B)$
- b.  $A \Delta B \subset (A \Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- c.  $A \Delta B \supset (A \Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- d.  $A \Delta B \subset (A \cap C) \not\subset (C \cup B)$

2. Пусть  $A, B \in 2^X$  и  $(A_n)_{n=1}^{\infty} \subset 2^X$  - данная последовательность,  $\chi_E$  - характеристическая функция множества  $E \subset X$ . Верно ли следующее предложение?

a.  $(A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n) \Leftrightarrow (\chi_A(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x))$

b.  $\chi_{A \Delta B}(x) \neq |\chi_A(x) - \chi_B(x)|$

c.  $\chi_{\underline{\lim} A_n}(x) \neq \liminf_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x)$

d.  $\chi_{\overline{\lim} A_n}(x) \neq \limsup_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x)$

3. Пусть  $f: X \rightarrow Y$  произвольное отображение и  $A_t \in 2^X, B_t \in Y$  где  $t \in T$  и  $T$  - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относится к образам и прообразам множеств?

a.  $f(\bigcup_t A_t) = \bigcup_t f(A_t)$

b.  $f(\bigcap_t A_t) = \bigcap_t f(A_t)$

c.  $f(A_1) \setminus f(A_2) \subsetneq f(A_1 \setminus A_2)$

d.  $f^{-1}(\bigcup_t B_t) = \bigcup_t f^{-1}(B_t)$

4. Пусть  $f: X \rightarrow Y$  произвольное отображение  $X$  в  $Y$ ,

$g, h: Y \rightarrow X$  - данные отображения, а  $f(x) = y, (*)$  - данное уравнение. Какое из следующих уравнений верно?

a. Если уравнение  $(*)$  имеет решение и  $g \circ f = I_X$ , то это решение единственно;

b. Если  $g \circ f = I_Y$ , то уравнение  $(*)$  имеет, по крайней мере одно решение

c. Если  $f$  имеет обратное отображение, то уравнение  $(*)$  имеет решение, но не единственное.

d.  $f(X) \in Y$

5. Пусть  $X$  - множество прямых  $l$  плоскости и пусть  $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_a}$  означает, что  $l_1 \parallel l_2$ ,  $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_b}$ , означает, что  $l_1 \perp l_2$ .

Какие из следующих высказываний верны?

a.  $X | R_a$  - можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящий через фиксированную точку плоскости

b.  $R_a$  - отношение эквивалентности в  $X$

c.  $R_b$  - не является отношением эквивалентности в  $X$

d.  $R_a$  и  $R_b$  - отношение эквивалентности в  $X$

6. Пусть  $X$  - произвольное множество,  $R$  - отношение эквивалентности в  $X$

Найдите из следующих предложений верное:

a. Всякое разбиение  $X$  соответствует некоторому отношению эквивалентности  $R$  в  $X$ .

b. Элементы  $X | R$  образует разбиение

c. Элементы  $X | R$  не образует разбиение

d. Не всякое разбиение  $X$  определяет некоторое отношение эквивалентности  $R$  в  $X$ .

7. Какое из следующих предложений верно?

a.  $(N, \leq)$  (множество натуральных чисел с естественным порядком)

b.  $(G, <)$  (множество всех окрестностей фиксированной точки  $x \in R^n$ , упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.

c. Пусть  $x \in R^n$  произвольная точка и  $\Lambda$  - множество интервалов  $I$ , содержащий точку  $x$  с отношением порядка  $L: \langle I_1 < I_2 \rangle$  означает  $I_1 \supset I_2$ »  $(\Lambda, <)$  не является направленным множеством

d. Множество  $N$  нельзя упорядочить

8. В метрическом пространстве  $(E, \rho)$ , где  $\rho(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = y \\ 1 & \text{при } x \neq y \end{cases}$ , какое из

следующих предложений верно?

a. Любое подмножество в  $E$  одновременно и открыто и замкнуто

b. Одиноточечное множество не открыто.

c. Все множества открыты

d. одиноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?

a.  $\forall p \in [1, +\infty]: (K^n, \rho_p)$  - метрическое пространство

b.  $\forall p \in [1, +\infty]:$  сходимость в  $(K^n, \rho_p)$  - эквивалентна равномерной по координатной сходимости.

c.  $p \neq 2$

d.  $p = \pi$

10. Какому условию должна удовлетворяться определенная на  $R$  непрерывная функция  $u = f(u)$ , чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства  $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$ ?

a.  $f$  – монотонная и  $f(R) = R$

b.  $f = const$

c.  $f$  – непрерывна на  $R$

d.  $f$  – разрывна

11. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и функция  $\rho_p : K^n \times K^n \rightarrow R$ , где  $n \in N$ ,  $K = R$  или  $C$  и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a.  $\forall p \in [1, +\infty): (K^n, \rho_p)$  метрическое пространство

b.  $\forall p \in [1, +\infty)$  метрическое пространство

c.  $p \neq 2$

d.  $p = \pi$

12. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и функция  $\rho_p : K^n \times K^n \rightarrow R$ , где  $n \in N$ ,  $K = R$  или  $C$  и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a.  $\forall p \in [1, +\infty)$  сходимость в  $(K^n, \rho_p)$  эквивалентна равномерной по координатной сходимости

b. Любое ограниченное множество в  $(K^n, \rho_p)$  вполне ограничено, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.

c.  $p \neq 2$

d.  $p = \pi$

13. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и функция  $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$  определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a.  $\forall p \in [1, +\infty)$ :  $(l_p, \rho_p)$  метрическое пространство

b. Из сходимости в  $(l_p, \rho_p)$  при  $p \in [1, +\infty)$  следует покоординатная сходимость

c.  $(l_3, \rho_3)$  не метрическое пространство

d.  $(l_1, \rho_1)$  не метрическое пространство

14. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и функция  $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$  определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a.  $\forall p \in [1, +\infty)$ :  $(l_p, \rho_p)$  метрическое пространство

b. Сходимость в  $(l_\infty, \rho_\infty)$  совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при  $p \in [1, +\infty)$  следует покоординатная сходимостью

c.  $(l_3, \rho_3)$  не метрическое пространство

d.  $(l_1, \rho_1)$  не метрическое пространство

15. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и функция  $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$  определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in \mathbb{N}} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- $(l_p, \rho_p)$  полное метрическое пространство при  $p \in [1, +\infty)$
- $(l_\infty, \rho_\infty)$  не является сепарабельным метрическим пространством
- $(l_\infty, \rho_\infty)$  является сепарабельным метрическим пространством
- $(l_p, \rho_p)$  неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

- Любое ограниченное множество в  $(l_\infty, \rho_\infty)$  вполне ограничено
- Пространства  $(l_p, \rho_p)$  при  $p \in [1, +\infty)$  некомпактны
- Пространства  $(l_p, \rho_p)$  при  $p \in [1, +\infty)$  компактны
- Любое ограниченное множество в  $(l_p, \rho_p)$  при  $p \in [1, +\infty)$  вполне ограничено

17. Пусть  $p \in [1, +\infty]$  и  $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ , где

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in \mathbb{N}} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- $l_p \subset l_q$  при  $p < q$ ,  $p, q \in [1, +\infty)$
- $l_\infty \supset l_1$
- $l_p \supset l_q$  при  $p < q$ ,  $p, q \in [1, +\infty)$
- $l_p \not\subset l_q$  и  $l_q \not\subset l_p$  при  $p < q$ ,  $p, q \in [1, +\infty)$

18. Пусть  $s = \{f \mid f : \mathbb{N} \rightarrow R\}$  и фикция  $\rho : s \times s \rightarrow R$  определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- $(s, \rho)$ -компактное пространство
- Сходимость в  $(s, \rho)$  равномерная по координатам
- $(s, \rho)$  - полное пространство
- $(s, \rho)$ - сепарабельное пространство

19. Пусть  $s = \{f \mid f : \mathbb{N} \rightarrow R\}$  и фикция  $\rho : s \times s \rightarrow R$  определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- На  $(s, \rho)$  можно задать норму так, что  $\rho(x, y) = \|x - y\|$

b. Любое множество в  $(s, \rho)$  предкомпактное

c.  $(s, \rho)$ - линейное метрическое пространство

d. Сходимость в  $s$  по координатная

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

a. В любом метрическом пространстве замыкание шара  $\overline{B(x, r)}$  лежит в замкнутом шаре  $\overline{B(x, r)}$ .

b. В любом метрическом пространстве  $E$  для любого  $r > 0$  выполняется неравенство  $0 \leq \text{diam} B(x, r) \leq 2r$ .

c.  $\text{diam} B(x, r) \geq 3r$

d.  $\text{diam} B(x, r) = 0$ .

### 7.1.3. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.
8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве  $L_p$  ( $p \in (1, +\infty)$ ). Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве
11. Теорема об ограниченной обратимости оператора  $I + A$ .
12. Ортогональное разложение гильбертова пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора  $B = A + \Delta$ , где  $A, \Delta A \in L_b(E, F)$ .
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.

20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.
21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

#### 7.1.4. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стильбеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в  $\mathbb{R}^n$ .
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (В)-пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов  $L(E, F)$  и его полнота.
21. Изоморфизм (В)-пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (В)-пространствах.
23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала  $f \in (C_{(a,b)})^*$ .
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства  $L_p(X)$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ) и их свойства.
30. Сопряженное пространство  $L_p^*(X)$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ).
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в  $L_p(X)$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ).
34. Всюду плотные множества в  $L_p(X)$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ), аппроксимация гладкими функциями.

35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в  $L_1(\mathbb{R}^n)$ , формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в  $L_2(\mathbb{R}^n)$ , теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций  $D(\mathbb{R}^n)$  и обобщенных функций  $D'(\mathbb{R}^n)$ , Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство  $E'(\mathbb{R}^n)$ .
48. Свойства пространства  $E'(\mathbb{R}^n)$ , регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца  $J'(\mathbb{R}^n)$  и преобразование Фурье в  $J'(\mathbb{R}^n)$ .
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.
54. Слабая\* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в  $C(X)$ .
61. Критерий компактности множества в пространствах  $l_p$  и  $L_p(X)$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ).
62. Слабо\* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой\* компактности множества
64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в  $(B)$ -пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.



Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### ***Основная***

- 1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с. : ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.
- 2) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа: учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270, [1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 3) Рамазанов А.К. Функциональный анализ: учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. - 318, [1] с. - 222-00.
- 4) Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.
- 5) Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.— Электрон. текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, 2011. — 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.01.2018)

### ***Дополнительная***

- 6) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа: учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 351 с.; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8: 187-66.
- 7) Рудин У. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В.Я.Лина; под ред. Е.А.Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. [и др.]: Лань, 2005. - 443 с.; 23 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 430-431. - Указ. имен. и терминов: с. 435-440. - ISBN 5-8114-0611-8: 312-18.
- 8) Канторович Л.В. Функциональный анализ / Канторович, Леонид Витальевич. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1977. - 741 с.: ил.; 22 см. - Список лит.: с.719-730. - Указ. предм.: и обозначений: с. 731-741. - 3-20.
- 9) Глазырина П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.— Электрон. текстовые данные — Екатеринбург: Уральский федеральный

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	<b>Студентам:</b> - запустить установленный у Вас математический пакет, выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии; <b>Преподавателям:</b> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. <b>Всем заинтересованным пользователям:</b> <b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. <b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по функциональному анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также

особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Дисциплины «Функциональный анализ» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими бакалаврами. Специфика дисциплин состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

### **Методические рекомендации**

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.
- 3 Треногин В А. *Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.*

Решить задач и упражнений из учебного пособия Треногин В А. *Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.;*

Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.