

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
03.03.02 Физика

Направленность (профиль) программы
Фундаментальная физика, Медицинская физика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Рабочая программа дисциплины Математический анализ составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 Физика Приказ Минобрнауки РФ от 07. 08.20 г. № 891

Разработчики: кафедра математического анализа,
Эмирова И.С., к.ф.-м.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 июня 2022 года, протокол №10.

Зав. кафедрой А.П.К. Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и
компьютерных наук от 29 июня 2022 г., протокол №6

Председатель М.К. Ризаев М.К.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим
управлением «__» _____ 2022г. М

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 Физика.

Дисциплина реализуется на *физическом факультете кафедры математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных: с изучением и освоением базовых понятий анализа: предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование; с изучением свойств числовых и функциональных рядов; криволинейными, поверхностными и кратными интегралами.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общефессиональных – ОПК – 1, универсальных -УК-1, профессиональных -ПК-3*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена*.

Объем дисциплины 11 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе								
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		Всего	из них						
	Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	Консультации			
1	144	104	52		52			4+36	экзамен
2	108	66	32		34			6+36	экзамен
3	144	68	32		36			40+36	экзамен
Итого	396	238	116		124			50+108	

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *математический анализ* являются:

-- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, интеграл, ряд);

-- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;

-- овладение методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению *03.03.02 Физика*.

Знания по математическому анализу студентам необходимы для изучения параллельных ему и последующих за ним университетских курсов: дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, теории вероятностей, численных методов и др.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Б-УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;	<p>Знает: основные методы критического анализа; методологию системного подхода, принципы научного познания.</p> <p>Умеет: производить анализ явлений и обрабатывать полученные результаты; выявлять проблемные ситуации, используя методы анализа, синтеза и абстрактного мышления; использовать современные теоретические концепции и объяснительные модели при анализе информации</p> <p>Владеет: навыками критического анализа</p>
	Б-УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	<p>Знает: систему информационного обеспечения науки и образования; Умеет: осуществлять поиск решений проблемных ситуаций на основе действий, эксперимента и опыта; выделять экспериментальные данные, дополняющие теорию (принцип дополнительности).</p> <p>Владеет: основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, навыками работы с</p>

		компьютером как средством управления информацией.
	Б-УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	Знает: методы поиска информации в сети Интернет; правила библиографирования информационных источников; библиометрические и наукометрические методы анализа информационных потоков Умеет: критически анализировать информационные источники, научные тексты; получать требуемую информацию из различных типов источников, включая Интернет и зарубежную литературу. Владеет: методами классификации и оценки информационных ресурсов
	Б-УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата.	Знает: базовые и профессионально-профилированные основы философии, логики, права, экономики и истории; сущность теоретической и экспериментальной интерпретации понятий; сущность операционализации понятий и ее основных составляющих. Умеет: формулировать исследовательские проблемы; логически выстраивать последовательную содержательную аргументацию; выявлять логическую структуру понятий, суждений и умозаключений, определять их вид и логическую корректность. Владеет: методами логического анализа различного рода рассуждений, навыками ведения дискуссии и полемики
	Б-УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленных задач	Знает: требования, предъявляемые к гипотезам научного исследования; виды гипотез (по содержанию, по задачам, по степени разработанности и обоснованности). Умеет: определять в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи),

		<p>подлежащие дальнейшей разработке и предлагать способы их решения. Владеет: технологиями выхода из проблемных ситуаций, навыками выработки стратегии действий; навыками статистического анализа данных</p>
<p>ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Выявляет и анализирует проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности, основываясь на современной научной картине мира.</p>	<p>Знает: - физико-математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности - тенденции и перспективы развития современной физики, а также смежных областей науки и техники. Умеет: - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, анализировать и обрабатывать соответствующую научно-техническую литературу с учетом зарубежного опыта. Владеет: - навыками находить и критически анализировать информацию, выявлять естественнонаучную сущность проблем</p>
	<p>ОПК-1.2. Реализует и совершенствует новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности</p>	<p>Знает: - основные понятия, идеи, методы, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач физики; - новые методологические подходы к решению задач в области профессиональной деятельности. Умеет: - реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности. Владеет: - навыками реализовать и совершенствовать новые методы, идеи, подходы и алгоритмы решения теоретических и прикладных задач в области профессиональной деятельности</p>
	<p>ОПК-1.3. Проводит качественный и количественный</p>	<p>Знает: - основы качественного и количественного анализа</p>

	<p>анализ выбранного методов решения выявленной проблемы, при необходимости вносит необходимые коррективы..</p>	<p>методов решения выявленной проблемы. Умеет: - выбирать метод решения выявленной проблемы, проводить его качественный и количественный анализ, при необходимости вносить необходимые коррективы для достижения оптимального результата. Владеет: - навыками проводить качественный и количественный анализ методов решения вы- 26 26 явленной проблемы, оценивать эффективность выбранного метода.</p>
<p>ПК-3. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности</p>	<p>ПК-3.1. Использует теоретические и практические знания для постановки и решения педагогических задач в предметной области и в области образования</p> <p>ПК-3.2. Способен соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития</p> <p>ПК-3.3. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области, анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций</p>	<p>Знает: содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач (педагогика, методика преподавания предмета.) Умеет: анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов. Владеет: навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач..</p>

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 11 зачетных единиц, 396 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<i>Первый семестр</i>								
Модуль 1. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной								
1. Множества. Элементарные функции. Действительные числа.			2	2				
2. Числовые последовательности. Предел последовательности.			2	2				
3. Свойства сходящихся последовательностей.			2	2			2	
4. Предел функции одной переменной.			2	2				
5. Свойства пределов. Замечательные пределы.			2	2				
6. Непрерывность функции одной переменной.			2	2				
Всего по модулю 1	1		12	12			2	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций.								
1. Производная и дифференциал функции одной переменной.			2	2				
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.			2	2				
3. Производные высших порядков.			2	2				
4. Формула Тейлора.			2	2			2	
5. Монотонность и точки экстремума.			4	4				

6. Выпуклость и точки перегиба.			4	4				
7. Полное исследование поведения функций.			4	4				
Всего по модулю 2	1		20	20			2	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 3. Интегралы								
1. Первообразная и неопределенный интеграл.			2	2				
2. Общие методы интегрирования функций.			4	4				
3. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.			6	6				
4. Интеграл Римана. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.			4	4				
5. Методы замены переменной и интегрирования по частям			4	4				
Всего по модулю 3	1		20	20				<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен								36
Итого за первый семестр		1	52	52			4	36

<i>Второй семестр</i>								
Модуль 1. Пределы и непрерывность функций многих переменных Дифференциальное исчисление функций многих переменных.								
Всего по модулю 1	2		16	18			3	<i>коллоквиум, контрольная работа</i>
1. Сходимость последовательности точек в плоскости.			2	2				
2. Кратный предел и повторные пределы функций.			4	4			1	
3. Непрерывность функции многих			2	2			1	

переменных								
4. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.			4	4			1	
5. Исследование функций многих переменных на экстремум.			4	6				
Модуль 2. Ряды								
Всего по модулю 2	2		16	16			3	коллоквиум, контрольная работа
1. Числовые ряды. Основные понятия.			2	2				
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.			4	6				
3. Знакопеременные ряды.			4	4			1	
4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.			4	2			1	
5. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.			2	2			1	
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Экзамен								36
ИТОГО за второй семестр			32	34			6	36
Третий семестр								
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды								
Всего по модулю 1	3		8	10			12	коллоквиум, контрольная работа
1. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.			4	4			6	
2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.			4	6			6	
Модуль 2. Ряды Фурье								
Всего по модулю 2	3		10	12			16	коллоквиум, контрольная работа
1. Ряды Фурье по ортогональной системе функций.			2	2			4	
2. Тригонометрические ряды Фурье.			4	4			4	

Сходимость в точке.								
3. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2l-периодических функций.			2	4			4	
4. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.			2	2			4	
Модуль 3. Интегралы от функций многих переменных								
Всего по модулю 3	3		14	14			12	коллоквиум, контрольная работа
1. Двойные интегралы.			2	2			3	
2. Тройные интегралы			4	4			3	
3. Криволинейные интегралы.			4	4			3	
4. Поверхностные интегралы			4	4			3	
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен								36
ИТОГО за третий семестр			32	36			40	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Действительные числа

Множества и операции над ними. Функция, способы ее задания. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций. Рациональные числа. Действительные числа.

Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Число e .

Тема 3. Свойства сходящихся последовательностей.

Ограниченность последовательности. Единственность предела. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши сходимости числовых последовательностей.

Тема 4. Предел функции одной переменной.

Различные определения предела функции. Односторонние пределы. Основные свойства конечного предела функции. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции. Замечательные пределы. Эквивалентные функции. Различные виды неопределенностей.

Тема 5. Свойства пределов. Замечательные пределы.

Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Основная теорема о пределах. Переход к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы.

Тема 6. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Точки разрыва функции, их характер. Свойства непрерывных в точке функций. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных на сегменте функций. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций.

Тема 7. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Некоторые приложения производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 8. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 9. Производные высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 10. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах: Пеано, Лагранжа и Коши. Разложения элементарных функций.

Тема 11. Монотонность и точки экстремума.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.

Тема 12. Выпуклость и точки перегиба.

Выпуклые функции. Точки перегиба графика.

Тема 13. Полное исследование поведения функций.

Четность, нечетность, периодичность. Асимптоты графика функции.

Полная схема исследования и построения графика функции.

Модуль 3. Интегралы.

Тема 14. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Тема 15. Общие методы интегрирования.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Тема 16. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.

Интегралы от рациональных дробей с неприводимыми знаменателями. Интегрирование рациональных функций общего вида. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 17. Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции. Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона - Лейбница.

Тема 18. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Второй семестр

Тема 19. Сходимость последовательности точек в плоскости.

Определение расстояния и сходимости точек на плоскости. Свойства сходящихся последовательностей точек. Различные типы множеств на плоскости.

Тема 20. Кратный предел и повторные пределы функций.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.

Тема 21. Непрерывные функции многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 22. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 23. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Модуль 2. Ряды

Тема 24. Числовые ряды. Основные понятия.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 25. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.

Признаки Даламбера и Коши.

Тема 26. Знакопередающиеся ряды.

Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 27. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана о неабсолютно сходящихся рядах.

Тема 28. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды. Признак Абеля.

Третий семестр

Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды

Тема 29. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательностей функций. Равномерно сходящиеся функциональные ряды и свойства их сумм. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.

Тема 30. Степенные ряды. Ряды Тейлора.

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора элементарных функций.

Модуль 2. Ряды Фурье.

Тема 31. Ряды Фурье по ортогональной системе функций.

Понятие об ортогональных системах. Определение ряда Фурье. Примеры.

Тема 32. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимости в точке.
Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье.
Сходимость ряда Фурье в точке. Примеры.

Тема 33. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.
Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$.

Тема 34. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.
Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.

Модуль 3. Интегралы от функций многих переменных

Тема 35. Двойные интегралы.
Понятие двойного интеграла. Вычисление путем приведения к повторным интегралам.
Формулы замены переменных.

Тема 36. Тройные интегралы.
Понятие тройного интеграла. Вычисление путем приведения к повторным интегралам.
Формулы замены переменных.

Тема 37. Криволинейные интегралы.
Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Тема 38. Поверхностные интегралы.
Поверхностные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.
Связь криволинейных интегралов с двойными и поверхностными, тройных интегралов с поверхностными.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине Первый семестр

Модуль 1. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Действительные числа
Множества и операции над ними. Функция, способы ее задания. Обратная функция.
Сложная функция. Графики элементарных функций. Рациональные числа.
Действительные числа.

Тема 2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.
Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах
и арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности.
Монотонные последовательности. Число e .

Тема 3. Свойства сходящихся последовательностей.
Ограниченность последовательности. Единственность предела. Переход к пределу в
неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши сходимости числовых
последовательностей.

Тема 4. Предел функции одной переменной.
Различные определения предела функции. Односторонние пределы. Основные
свойства конечного предела функции. Переход к пределу функции в арифметических
операциях и неравенствах. Предел сложной функции. Замечательные пределы.
Эквивалентные функции. Различные виды неопределенностей.

Тема 5. Свойства пределов. Замечательные пределы.
Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши существования
конечного предела функции. Основная теорема о пределах. Переход к пределу в
неравенствах. Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы
показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции.
Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы.

Тема 6. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Точки разрыва функции, их характер. Свойства непрерывных в точке функций. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных на сегменте функций. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций.

Тема 7. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Некоторые приложения производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 8. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 9. Производные высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 10. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах: Пеано, Лагранжа и Коши.

Разложения элементарных функций.

Тема 11. Монотонность и точки экстремума.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.

Тема 12. Выпуклость и точки перегиба.

Выпуклые функции. Точки перегиба графика.

Тема 13. Полное исследование поведения функций.

Четность, нечетность, периодичность. Асимптоты графика функции.

Полная схема исследования и построения графика функции.

Модуль 3. Интегралы.

Тема 14. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Тема 15. Общие методы интегрирования.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Тема 16. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.

Интегралы от рациональных дробей с неприводимыми знаменателями. Интегрирование рациональных функций общего вида. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 17. Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона - Лейбница.

Тема 18. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Второй семестр

Модуль 1. Пределы и непрерывность функций многих переменных Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Тема 19. Сходимость последовательности точек в плоскости.

Определение расстояния и сходимости точек на плоскости. Свойства сходящихся последовательностей точек. Различные типы множеств на плоскости.

Тема 20. Кратный предел и повторные пределы функций.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.

Тема 21. Непрерывные функции многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 22. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 23. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Модуль 2. Ряды

Тема 24. Числовые ряды. Основные понятия.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 25. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.

Признаки Даламбера и Коши.

Тема 26. Знакопередающиеся ряды.

Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 27. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана о неабсолютно сходящихся рядах.

Тема 28. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды.

Признак Абеля.

Третий семестр

Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды

Тема 29. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательностей функций. Равномерно сходящиеся функциональные ряды и свойства их сумм. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.

Тема 30. Степенные ряды. Ряды Тейлора.

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора элементарных функций.

Модуль 2. Ряды Фурье.

Тема 31. Ряды Фурье по ортогональной системе функций.

Понятие об ортогональных системах. Определение ряда Фурье. Примеры.

Тема 32. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке.

Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Примеры.

Тема 33. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$.
Тема 34. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.
Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.

Модуль 3. Интегралы от функций многих переменных

Тема 35. Двойные интегралы.
Понятие двойного интеграла. Вычисление путем приведения к повторным интегралам.
Формулы замены переменных.
Тема 36. Тройные интегралы.
Понятие тройного интеграла. Вычисление путем приведения к повторным интегралам.
Формулы замены переменных.
Тема 37. Криволинейные интегралы.
Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.
Тема 38. Поверхностные интегралы.
Поверхностные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.
Связь криволинейных интегралов с двойными и поверхностными, тройных интегралов с поверхностными.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

Коллоквиум - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- *знать* основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;
- *уметь* давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;
- *владеть* навыками доказательства теорем по тематике модуля.

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных

утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;

3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

1) 30 баллов;

2) 20 баллов в случае наличия неточностей;

3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Тест с анализом - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимися для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

Критерии оценки по тестам с анализом

Если студент *умеет* давать *анализ теста* по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за *удовлетворительный анализ*, 20 баллов за *достаточно полный анализ*, 30 баллов за *глубокий анализ*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент *по теме данного модуля самостоятельно подготовил доклад и выступил* с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.		
	Очная	Очно-заочная	заочная
Текущая СРС			
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	5		
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	5		
самостоятельное изучение разделов дисциплины	5		
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	5		
подготовка к практическим занятиям	5		
подготовка к контрольным работам, тестам, коллоквиумам, зачётам	10		
подготовка к экзаменам	10		
Творческая проблемно-ориентированная СРС			
подготовка рефератов и докладов, в том числе, с анализом научных публикаций по заданной теме	2		
исследовательская работа, выполнение курсовой работы	2		
участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	1		
Итого СРС:			
	50		

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р., Эмирова И.С. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р., Эмирова И.С. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

СР - 1

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n .
2. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

СР - 2

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$ в точке $a = 0$.

2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.
3. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

СР - 3

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1+1}} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы $\int_1^e x \ln x dx$, $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$.

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$.

СР - 4

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$,

4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2} \right)^n$, 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1} \right)^n$.

СР - 5

1. Найти области сходимости рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$.

СР - 6

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x^2+y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.

Доклады и рефераты

--	--

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Первый семестр</i>	
Модуль 1. Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной	
1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства.	Рефераты на темы: 1. Методы доказательства от противного и исключений. 2. Метод математической индукции
2. Построение множества действительных чисел.	Доклады на темы: 1. Лемма Вейерштрасса о точных границах. 2. Дедекиндовы сечения. 3. Необходимость расширения множества рациональных чисел.
3. Числовые последовательности	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Теорема Штольца.
4. Предел функции одной переменной.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений.
5. Непрерывные функции одной переменной	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции.
Модуль 2. Производная функции одной переменной. Исследование функции одной переменной.	
1. Определения производной и дифференциала.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Правила дифференцирования.	Решение задач и упражнений.
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
5. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
6. Монотонность и локальные экстремумы функции.	Решение задач и упражнений.
7. Выпуклые функции. Точки перегиба.	Решение задач и упражнений.
8. Асимптоты графика функции.	Решение задач и упражнений.
9. Исследование поведения функций с помощью производных.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Модуль 3. Неопределенный и определенные интегралы	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений.
2. Основные методы интегрирования.	Решение задач и упражнений.
3. Интегрирование рациональных функций.	Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
4. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.	Решение задач и упражнений.
5. Определение интеграла Римана.	Решение задач и упражнений.
6. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы	Доклады на темы: 1. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.

о среднем.	2. Интегрируемость разрывной функции Римана.
7. Формула Ньютона-Лейбница.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
8. Замена переменной и интегрирование по частям.	Решение задач и упражнений.
<i>Второй семестр</i>	
Модуль 1. Предел и непрерывность функций многих переменных. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	
1. Сходимость в k -мерном пространстве.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Кратный предел и повторные пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывные функции многих переменных.	Решение задач.
4. Частные производные и полный дифференциал.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
5. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.	Решение задач и упражнений.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
7. Формула Тейлора.	Решение задач и упражнений.
8. Исследование функций многих переменных на экстремум.	Доклад на тему: Метод Лагранжа.
Модуль 2. Ряды.	
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.	Решение задач.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.
3. Знакопередающиеся ряды.	Решение задач.
4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
5. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	Доклад на тему: Синус- и косинус-ряды.
6. Бесконечные произведения. Связь с рядами.	Решение задач.
<i>Третий семестр</i>	
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды.	
1. Равномерная сходимость последовательностей и рядов	Доклады на темы: 1. Область сходимости ряда. 2. Сравнение поточечной и равномерной сходимостей.
2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Доклад на тему: Оценки остатка ряда Тейлора.
Модуль 2. Ряды Фурье.	
1. Ряды Фурье.	Доклад на тему: Разложение функций, заданных на отрезке, в ряд Фурье.
2. Тригонометрический ряд Фурье.	Реферат на тему: Принцип локализации Римана.

Сходимость в точке.	
3. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.	Решение задач.
4. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.	Решение задач.
Модуль 3. Интегрирование функций многих переменных	
1. Кратные интегралы.	Доклад на тему: Мера Жордана и определение кратного интеграла.
2. Криволинейные и поверхностные интегралы.	Доклады на темы: 1. Понятия теории поля. 3. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского в терминах теории поля.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность $x_n = \frac{1}{3n-7}$?

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Некоторые классы интегрируемых функций.
4. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
5. Основная теорема интегрального исчисления.
6. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Числовой ряд.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
4. Интегральный признак сходимости рядов.
5. Признак Даламбера сходимости.
6. Признак Коши сходимости числовых рядов.
7. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
8. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Пределы и непрерывность функций многих переменных»

1. Определение расстояния между точками плоскости.
2. Виды окрестностей точки на плоскости.
3. Основные свойства конечного предела функций многих переменных.
4. Соотношения между двойным и повторными пределами функций многих переменных.

5. Основные свойства непрерывных функций многих переменных.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Дифференциальное исчисление функций многих переменных»

1. Частные производные и полный дифференциал.
2. Частные производные и дифференциал сложной функции.
3. Производная по направлению.
4. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
5. Формула Тейлора для функций многих переменных.
6. Теоремы о неявных функциях.

Варианты заданий контрольных работ для текущего контроля

В -- 1

1. Исследовать следующие ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{2n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5 + 3n + 6}}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{3^n \cdot (n+1)} \cdot (3x - 1)^n$.

3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx .$$

В -- 2

1. Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1}\right)^{n-1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{5}{\sqrt{n^3}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^7 + 4n^2 + 5}}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (x-1)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 x^2 \sin x^2 dx .$$

В -- 3

1. Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+3}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n^3}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4 + 2n + 9}}$.

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n (x-3)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} \cdot \cos x dx$$

В -- 4

1. Исследовать данные ряды на сходимость:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-2}{3n+1} \right)^n; в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^7+1}}; г) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{7}{\sqrt[3]{n^4+2}}.$$

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2x+3)^n}{n^2+1}$.

3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx.$$

В -- 5

1. Исследовать данные ряды на сходимость:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n!}; в) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{n}; г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+6n+7}}.$$

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot (2x-1)^n}{n^3}$.

3. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^{0,5} \operatorname{arctg} x^2 dx.$$

В -- 6

1. Разложить функцию $f(x) = 2x - 1$ в ряд Фурье в интервале $(-2, 2)$.

2. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{\sqrt[3]{z}}$ по полуокружности $\Gamma: |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$, если $\sqrt[3]{1} = 1$.

В-- 7

1. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} x, & \text{при } -\pi < x \leq 0 \\ 0, & \text{при } 0 < x < \pi \end{cases}$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.

2. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 + 5z}$ по окружности $\Gamma: |z - 5| = 2$.

В – 8

1. Разложить функцию $f(x) = 1 + |x|$ в ряд Фурье в интервале $(-1, 1)$.

2. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 - 5z}$ по полуокружности $\Gamma: |z - 5| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$.

В -- 9

1. Разложить функцию $f(x) = \pi - \frac{x}{2}$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.

2. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 - 5z}$ по окружности $\Gamma: |z| = 6$.

В – 10

-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 1})$. 1) ∞ ; 2) 1; 3) 0.
-1)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{3^n}$. 1) 0; 2) ∞ ; 3) не существует.
-2)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5n + 1}{n^2 + 7n + 6}$. 1) ∞ ; 2) 1; 3) 2; 4) 0.
-3)	Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + (-1)^n)$. 1) 0; 2) 2; 3) не существует.
-1)	Функция $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ в точке $x = 1$ 1) имеет бесконечный разрыв; 2) непрерывна; 3) имеет существенный разрыв.
-3)	Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$. 1) 1; 2) 0; 3) не существует.
-2)	Функция $f(x) = x \cos \frac{1}{x}$ в точке $x = 0$ 1) имеет существенный разрыв; 2) имеет устранимый разрыв; 3) непрерывна.
-2)	Функция $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ является 1) четной; 2) нечетной; 3) ни четной, ни нечетной.
-2)	Найти асимптоты графика функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. 1) не существует; 2) $y = \pm x$; 3) $y = 0$.
-2)	Найти вертикальные асимптоты графика функции $f(x) = \ln \sin x$. 1) не существует; 2) $x = \pi n, n \in Z$; 3) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.
-2)	Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. 1) $y = \pm x$; 2) $y = x$; 3) не существуют.
-3)	Функция $ x - 1 $ в точке $x = 1$ 1) имеет производную; 2) дифференцируема; 3) имеет односторонние производные.
-3)	Производная функции $\cos^2 3x$ равна 1) $-6 \sin 3x$; 2) $6 \cos 3x$;

-1)	Производная функции $e^{\ln^2 x}$ в точке $x = 1$ равна 1) 0; 2) 1; 3) e .
-2)	Пусть $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$. Тогда производная функции $f(x)$ в точке $x = 0$ 1) равна 1; 2) равна 0; 3) не существует.
-2)	Найти стационарные точки функции $\arcsin x^2$. 1) π ; 2) 0; 3) ± 1 .
-3)	Угол между касательными к графикам функций x^2 и x^3 в точке с абсциссой $x = 1$ равен 1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\arctg \frac{2}{3}$; 3) $\arctg \frac{1}{7}$; 4) $\arctg \frac{1}{6}$.
-2)	Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0,0)$ равны 1) 1 и -1 ; 2) 2 и $-0,5$; 3) 2 и 2.
-3)	Двойной предел функции $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен 1; 2) не существует; 3) 0; 4) равен ∞ .
-1)	Если $f(x, y) = x^2 \sin \frac{1}{y}$ при $y \neq 0$ и $f(x, 0) = 0$ (x - любое), то функция $f(x, y)$ в точке $O(0,0)$ 1) непрерывна; 2) непрерывна по переменной x и разрывна по y ; 3) разрывна.
-3)	Найти смешанную частную производную второго порядка функции $u = 3^{xy}$ в точке $O(0,0)$. 1) 0; 2) 1; 3) $\ln 3$.
-2)	Найти $u'_x(0,0)$, если $u = e^{xy} \sin x$. 1) 0; 2) 1; 3) -1 .
-1)	Найти $du(0,0)$, если $u = x \cos y - 2^{xy}$ 1) dx ; 2) $dx - 2dy$; 3) $-dx + 2dy$.
-1)	Найти u'_x и u'_y в точке $M(e;0)$, если $u = x^y$. 1) 0 и e ; 2) 0 и 1; 3) 0 и 0.
-2)	Найти $du(0,0)$, если $u = \ln(1 + x^2 + y)$. 1) $dx + dy$; 2) dy ; 3) $2dx + dy$.
-3)	Найти u'''_{xyz} , если $u = x^2 + xy + xy^2 z^3$

	1) $3y^2z^2$; 2) $6xyz^2$; 3) $6yz^2$.
-1)	Найти $\int x(x-1)^{10} dx$. 1) $\frac{1}{12}(x-1)^{12} + \frac{1}{11}(x-1)^{11} + C$; 2) $x^2(x-1)^{11} + C$; 3) $\frac{1}{22}x^2(x-1)^{11} + C$.
-2)	Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$.
-2)	Вычислить $\int_{-1}^3 x^2 - 2x dx$. 1) 2; 2) 4; 3) 5.
-1)	Вычислить $\int_0^1 xe^x dx$. 1) 1; 2) e; 3) 2.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-2)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ и прямой $x = 2$. 1) $3 - \ln 2$; 2) $\frac{7}{3} - \ln 2$; 3) $\frac{1}{3} - \ln 2$.
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π ; 3) $\frac{\pi}{30}$.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{6}$.
-1)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = 0$ и прямыми $x = -1$, $x = 1$.

	1) $\frac{2\pi}{5}$; 2) $\frac{\pi}{5}$; 3) $\frac{3\pi}{5}$.
-2)	Вычислить $\int_{-2}^2 \text{sign}(\sin 5x) dx$. 1) не существует; 2) 0; 3) 4.
-2)	Найти $\int \frac{1}{x \ln x} dx$. 1) $\ln^2 x + C$; 2) $\ln \ln x + C$; 3) $\ln x \ln x + C$.
-1)	Найти $\int \frac{1}{x^2 - x} dx$. 1) $\ln\left \frac{x-1}{x}\right + C$; 2) $\ln x^2 - x + C$; 3) $\ln^2(x^2 - x) + C$.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-1)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ равна 1) 1. 2) 2,5. 3) ряд расходится. 4) 0,5.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (1 + (-1)^n)$ равна 1) 0. 2) 2. 3) ряд расходится. 4) 1.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p > 0$. 2) при всех $p > 1$. 3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$. 4) при $p = 0$.

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования

компетенций.

Общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- **отлично**, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- **хорошо**, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- **удовлетворительно**, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- **неудовлетворительно**, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса:

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература

1. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> (22.06.2018).

2. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>(22.06.2018)

3. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. /

Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>(22.06.2018).

4. [Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие](#) - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> (22.06.2018).

в) дополнительная литература:

1. [Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник](#) - Москва: Физматлит, 2001
Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> (22.06.2018).

2. [Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ](#) - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> (22.06.2018).

3. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> (22.06.2018)

4. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> (22.06.2018).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1) elibrary.ru[Электронный ресурс]: электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. – Москва, 1999 – . Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

2) [Moodle](http://moodle.dgu.ru)[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru>

3) [Электронный каталог НБ ДГУ](#)[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения

о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете имеются компьютерные и учебные классы, оснащенные компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.

