

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Прикладные задачи теории вероятности и
математической статистики**
Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук

Образовательная программа
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: *входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, дисциплина по выбору*

Махачкала, 2021

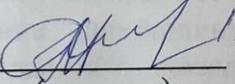
Рабочая программа дисциплины «Прикладные задачи теории вероятности и математической статистики» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО- бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.
Приказ №9 Минобрнауки России от 10 января 2018 г.

Разработчик: доцент, канд. физ.-мат. наук. Гаджиева Т.Ю.

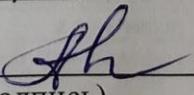
Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от
«22» 06 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.
(подпись)

и
на заседании Методической комиссии ФМиКН от
« 23 » 06 2021г., протокол №6.

Председатель  В.Д.Бейбалаев
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 06 » 07 2021 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Прикладные задачи теории вероятности и математической статистики» входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений и является дисциплиной по выбору программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с классической теорией вероятностей и современным аксиоматическим подходом. Учитывая важность численных методов статистического моделирования, даются (вне гос. стандарта) также основы моделирования на ЭВМ случайных величин и некоторых процессов, в частности, процессов переноса, процессов массового обслуживания, моделирования надежности сложных технических систем, а также основы методов Монте-Карло.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных-УК-1; общепрофессиональных – ОПК-2; ОПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 3 зачетных единицы (108 академических часов), в том числе по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
7	108	12		12			84	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Прикладные задачи теории вероятности и математической статистики» - получение базовых знаний и формирование основных навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач. Развитие понятийной теоретико-вероятностной базы и формирование уровня математической подготовки, необходимых для понимания основ математической статистики и её применения.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Прикладные задачи теории вероятности и математической статистики» входит в *входит часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений* образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Курс по дисциплине «Прикладные задачи теории вероятности и математической статистики» вводится после изучения дисциплин алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владет: навыками сбора,	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

		отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин	
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<p>Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук.</p> <p>Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук.</p> <p>Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.</p>	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p>Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации</p>	

		подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Владеет навыками использования математического аппарата и системы программирования для решения прикладных задач	<p><i>Знает:</i> достаточно обширно методы решения прикладных задач с использованием математического аппарата и системы программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> определять цель и задачи, методы решения прикладных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> методикой и навыками использования математического аппарата и системы программирования.</p>	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики
	ОПК-2.2. Умеет решать различные прикладные задачи, используя существующие математические методы и системы программирования	<p><i>Знает:</i> основные методы решения прикладных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> использовать методы математического аппарата и системы программирования при решении различных задач прикладного характера.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения конкретных задач прикладного характера в соответствии с выбранной методикой.</p>	
	ОПК-2.3. Имеет практический опыт исследований прикладных задач.	<p><i>Знает:</i> различные методы решения прикладных задач с использованием математического аппарата и системы программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> анализировать современные научные достижения в области исследований прикладных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками самостоятельной научно-исследовательской работы в области теории вероятностей и математической статистики, исследования операций, методов оптимизации, численных методов.</p>	

<p>ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-3.1. Знает принципы построения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы построения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности. <i>Умеет:</i> определять цель и задачи, а также объект и предмет научного исследования; <i>Владеет:</i> навыками построения математических моделей.</p>	
	<p>ОПК-3.2. Умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p><i>Знает:</i> основные методы построения математических моделей. <i>Умеет:</i> модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности <i>Владеет:</i> навыками построения математических моделей для их совершенствования при решении задач в области профессиональной деятельности</p>	

	ОПК-3.3. Имеет практический опыт составления математических моделей для для решения задач в области профессиональной деятельности	<i>Знает:</i> основные методы построения математических моделей. <i>Умеет:</i> совершенствовать имеющиеся модели при решении различных задач. <i>Владеет:</i> навыками построения и модификации математических задач.	
--	---	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические	Лаборат. занятия	Контр. сам. раб		
МОДУЛЬ 1: Моделирование случайных величин									
1	Случайные величины их распределения	7	1	2	2			14	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала
2	Моделирование дискретных случайных величин.	7	2	2	2			14	--- Контрольная работа Коллоквиум ---
	<i>Итого по модулю 1:</i>			4	4			28	
МОДУЛЬ 2: Моделирование случайных процессов									

4	Специальные методы моделирования равномерного и геометрического распределений.	7	3-4	4	4			28	Индивидуальный фронталь-ный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Коллоквиум ---
	<i>Итого по модулю 2:</i>			4	4			28	
МОДУЛЬ 3: Моделирование непрерывных случайных величин									
7	Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	7	5	2	2			14	Индивидуальный фронталь-ный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Коллоквиум
8	Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	7	6	2	2			14	--- Коллоквиум
	<i>Итого по модулю 3:</i>			4	4			28	
	ИТОГО по дисциплине:	5		12	12			84	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Моделирование случайных величин.

Тема 1. Случайные величины и их распределения.

Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики. Равномерное в $(0,1)$ распределение вероятностей и его роль в моделировании других случайных величин. Методы получения случайных величин, распределенных равномерно в $(0,1)$.

Тема 2. Моделирование дискретных случайных величин.

Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин. Примеры моделирования: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

Модуль 2. Моделирование случайных процессов.

Тема 3. Специальные методы моделирования СП

Эффективность стандартного алгоритма. Нестандартные методы в моделировании ДСВ. Специальные методы моделирования основных ДСВ.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных величин.

Тема 4. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.

Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.

Тема 5 Специальные методы моделирования НСВ.

Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования.

Моделирование γ и β - распределений. Моделирование стандартной нормальной случайной величины. Приближенное моделирование нормальной случайной величины на основе центральной предельной теоремы.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Моделирование случайных величин

Тема 1. Случайные величины и их распределения.

1.1.пр. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики.

1.2 пр. Равномерное в $(0,1)$ распределение вероятностей и его роль в моделировании других случайных величин. Методы получения случайных величин, распределенных равномерно в $(0,1)$.

Тема 2. Моделирование дискретных случайных величин.

2.1. пр. Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин. Примеры моделирования: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

Модуль 2. Моделирование случайных процессов.

Тема 3. Специальные методы моделирования СП

Эффективность стандартного алгоритма. Нестандартные методы в моделировании ДСВ. Специальные методы моделирования основных ДСВ.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных величин.

Тема 4. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.

3.1 пр. Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.

Тема 5. Специальные методы моделирования НСВ.

4.1 пр. Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования.

Моделирование γ и β -распределений. Моделирование стандартной нормальной случайной величины. Приближенное моделирование нормальной случайной величины на основе центральной предельной теоремы.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к зачету.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
2	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
3	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
4	Подготовка к зачету	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа

Текущий контроль: проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

Промежуточная аттестация: контрольные работы, коллоквиум.

Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических и лабораторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий, домашних.

Промежуточный контроль проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

Итоговый контроль проводится либо в виде устного зачета либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается в начале семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

Название раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения	Кол-во часов	Литература
МОДУЛЬ 1: Моделирование случайных величин			
Случайные величины их распределения	Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики.	14	Основная: 2, 3, 4 Дополнительная: 1, 2, 3,4
Моделирование дискретных случайных величин.	Моделирование дискретных случайных величин. Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин.	14	Основная: 2, 3,4 Дополнительная: 1, 2, 3, 4
МОДУЛЬ 2: Моделирование случайных процессов			
Специальные методы моделирования равномерного и геометрического распределений.	Специальные методы моделирования на примере геометрического распределений. Нестандартные методы в моделировании ДСВ.	28	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3,4
МОДУЛЬ 3: Моделирование непрерывных случайных величин			
Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.	14	Основная: 1, 2, 3, 4 Дополнительная: 1, 2, 3,4
Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования	14	Основная: 1,2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3,4

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1 Типовые контрольные задания

Контрольная работа №1 (вариант).

1. Написать формулу моделирования непрерывной случайной величины, равномерно распределить в интервале $(-2,4)$.
2. Получить 5 значений дискретной случайной величины, заданной законом распределения

ξ	0	1	2	3	4
P_i	0,10	0,25	0,20	0,30	0,15

Значения случайной величины α , распределенной равномерно в интервале $(0,1)$, пусть заданы:

$$\alpha_1 = 0,13, \alpha_2 = 0,015, \alpha_3 = 0,423, \alpha_4 = 0,911, \alpha_5 = 0,722.$$

3. Написать алгоритм метода исключения для моделирования непрерывной случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x) = cx^2$, $0 \leq x \leq 3$.
4. Случайная величина ξ - число появления события A в 5 независимых испытаниях с вероятностью появления события A в каждом испытании, равной 0,4.

Составить ряд распределения ξ и написать алгоритм ее моделирования.

5. Двумерный случайный вектор (ξ, τ) задан следующим законом распределения:

τ	ξ		
	$x_0 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$
1	0,02	0,14	0,28
2	0,02	0,18	0,36

Пусть ξ и τ – независимы.

Написать алгоритм моделирования этого случайного вектора.

Контрольная работа №2

1. На основе центральной предельной теоремы написать формулу приближенного моделирования нормальной случайной величины ξ с параметрами 0 и 1: $N(0,1)$.
2. Для оценки некоторой величины m методом Монте - Карло проведено $n = 100$ испытаний. Найти с надежностью 0,99 оценку погрешности метода, если известно, что $\sigma^2 = D\xi = 0,6$, а $m = M\xi$
3. Плотность совместного распределения непрерывного двумерного вектора (ξ, τ) имеет вид: $f(x, y) = \frac{3}{4}xy^2$ в области D , ограниченный прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$. Показать, что с.в. ξ и τ независимы. Написать формулы стандартного метода моделирования для ξ и τ .
4. Написать общую схему вычисления интеграла, как площади:

$$I = \int_0^3 x^2 dx$$

5. Найти оценку интеграла

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx, \text{ как среднего значения подынтегральной функции.}$$

Примерные вопросы к зачету

1. Виды случайных величин. Какие случайные величины называются дискретными? Какие случайные величины называются непрерывными?
2. Основные дискретные случайные величины: Бернулли, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассоновское распределения. Где применяются?
3. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретных случайных величин из п.2.
4. Непрерывные случайные величины. Основные распределения: равномерное в интервале (a, b) , равномерное в $(0, 1)$; показательное, нормальное распределения. Применения. Функция распределения и плотность распределения.

5. Числовые характеристики: $M\xi$ и $D\xi$, моменты, коэффициенты корреляции.
6. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.
7. Законы больших чисел.
8. Центральная предельная теорема теории вероятностей.
9. История возникновения метода Монте-Карло.
10. Общая схема метода статистических испытаний метода Монте-Карло.
11. Задача моделирования случайных величин. Роль равномерной в $(0,1)$ случайной величины.
12. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
13. Специальные методы моделирования дискретно- равномерного и геометрического распределений.
14. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
15. Алгоритм моделирования кусочно - постоянной и кусочно-линейной плотностей.
16. Метод исключения моделирования СВ.
17. Метод рандомизации моделирования.
18. Моделирование плотности $f(x) = 3 \cdot (1 + x^2)/8$, $-1 \leq x \leq 1$.
19. Моделирование гамма и бета- распределений методом исключения.
20. Приближенное моделирование нормального распределения.
21. Моделирование нормального распределения.
22. Моделирование показательного распределения.
23. Моделирование изотропного вектора на плоскости.
24. Моделирование изотропного вектора в пространстве.
25. Методы получения псевдослучайных чисел.

26. Задача статистического оценивания неизвестных параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.

27. Свойства оценок.

28. Погрешность метода статистических испытаний.

Задания для самостоятельной работы студентов

1. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 < x \leq 1$.
2. Написать алгоритм моделирования 5 значений случайной величины ξ - числа очков при бросании игральной кости.
3. Написать алгоритм моделирования 4 значений случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 2$.
4. Получить моделирующую формулу стандартного метода для случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x) = ce^{-3/2x}$, $0 \leq x < \infty$.
5. Получить формулу моделирования стандартного для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = ce^{-5x}$, $0 \leq x \leq l$.
6. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c|\sin x|$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
7. Написать алгоритм метода исключения для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = cx^{5/3}e^{-x}$, $0 < x$.
8. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c/(1+2x)^2$, $0 \leq x \leq 1$.
9. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения
$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), 0 < x < \infty.$$
10. Двумерная дискретная случайная величина задана законом распределения

τ	ξ		
	$x_1 = 0,1$	$x_2 = 0,4$	$x_3 = 0,7$
1	0,2	0,3	0,1
2	0,16	0,18	0,06

Найти условные законы распределения $P(\tau_j / x_i)$. Написать алгоритм моделирования значений двумерного вектора (ξ, τ) .

11. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора (ξ, τ) с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

12. Найти формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью распределения $f(x, y) = cx \cdot y^2$, в области, ограниченной прямыми: $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$.

13. Получить формулы моделирования двумерной случайной величины (ξ, τ) с плотностью распределения $f(x, y) = cy$ в области ограниченной прямыми $y = 0, y = x, x = 1$.

14. Написать алгоритм и программу получения псевдослучайных чисел методом серединных квадратов Неймана. Получить 10 значений таких псевдослучайных чисел.

15. Вычислить методом Монте – Карло интеграл

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

- а) как площади; б) используя в качестве плотности распределения $f(x)$ -

плотность равномерного распределения в интервале $(0, \frac{\pi}{2})$; в) при

$f(x) = cx$ (сначала определить постоянную c).

16. Оценка интеграла из примера (15) при условии пункта б) имеет вид

$$I^* = \pi/2 \cdot \sum_{i=1}^n \sin \xi_i / n, \quad \text{где } \xi_i \text{ - случайные числа, равномерно}$$

распределенные в интервале $(0, \frac{\pi}{2})$. Найти минимальное число испытаний, при котором верхняя граница ошибки $\delta = 0,05$.

17. Вычислить методом Монте – Карло определенный интеграл

$$I = \int_0^2 e^x dx$$

беря в качестве вспомогательной плотность распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 \leq x \leq 2$. Сначала определить постоянную c .

18. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$, $(1,-1)$.

19. Определить приближенное значение числа π с помощью алгоритма задачи (18). Найти такие приближения при различных значениях числа испытаний $n = 100; 10^4; 10^5; 10^6$.

20. В классической задаче Бюффона на геометрические вероятности на разграфленную параллельными линиями поверхность бросается игла длины $l < L$, где L - расстояние между параллельными линиями. Методом Монте – Карло оценить вероятность пересечения иглой какой-либо параллельной линии. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

21. Имеется отрезок длины L , на которую случайно ставятся две точки x и y . Оценить методом Монте – Карло вероятность построения треугольника из полученных 3-х отрезков. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

22. Игра в спортлото. Для участия в этой игре нужно было выбрать (вычеркнуть) 6 номеров из 49 (различных спортивных соревнований). Написать алгоритм случайного выбора (вычеркивания) 6 видов спорта из 49, перенумерованных от 1 до 49.

Темы рефератов

1. История создания метода статистического моделирования. Идея метода.
2. Общая схема моделирования переноса излучения методов М–К.
3. Закон больших чисел и центральная предельная теорема – основы метода Монте-Карло.
4. Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.

5. Сведения задачи вычисления определенного интеграла к оценке математического ожидания некоторой случайной величины.
6. Приближенное моделирование нормальности $N(0,1)$ распределения.
7. Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
8. Приближенное вычисление числа методом Монте-Карло.
9. Моделирование классической задачи Банаха «О спичечных коробках».
10. Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.
11. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вычисление методов М–К определенных компонент решения.
12. Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 35 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 35 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 60 баллов,

Студенту выставляется:

- отлично, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- хорошо, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- удовлетворительно, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- неудовлетворительно, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Войтишек, А. В. Лекции по численным методам Монте-Карло : учебное пособие / А. В. Войтишек. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2018. — 315 с. — ISBN 978-5-4437-0812-6. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93812.html>.

2. Назаралиев М.А. Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск, Наука, 1991 г.

3. Г.А. Михайлов, А.В. Войтишек. Численное статистическое моделирование. Методы Монте – Карло. М.: Академия, 2006, 368 с.

4. С.М. Ермаков. Метод Монте – Карло в вычислительной математике. Вводный курс. Издательство: Невский Диалект, Бином, Лаборатория знаний, 192 с., 2009 г.

б) дополнительная:

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. «Метод Монте - Карло в атмосферной оптике». Новосибирск, Наука, 1976.

2. Метод Монте-Карло на графических процессорах : учебное пособие / К. А. Некрасов, С. И. Поташников, А. С. Боярченков, А. Я. Купряжкин. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 60 с. — ISBN 978-5-7996-1723-3. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/69634.html>.

3. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009 г.

4. Зорин, А. В. Методы Монте-Карло для параллельных вычислений : учебное пособие / А. В. Зорин, М. А. Федоткин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2013. — 192 с. — ISBN 978-5-211-06530-7. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/97472.html>.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети

«Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. 2014. <http://umk.dgu.ru/pdfdoc/10803/Полностью.htm>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

Текущий контроль (ТК) - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Самостоятельная работа студентов складывается из: - проработки рекомендованного материала (настоятельно рекомендуется самостоятельное практическое решение всех упражнений).

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность - главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающий использует также кроме указанных выше в п. 8 программные обеспечения и интернет ресурсов: пакеты прикладных программ Mathcad, Matlab, Delphi, Statistica.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Имеется необходимая литература в библиотеке, медиапроектор и компьютер для проведения лекций-презентаций. Вся основная литература предоставляется студенту в электронном формате