МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы решения уравнений математической физики

Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа магистратуры
01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы
Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины «Численные методы решения уравнений математической физики» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика от «10» января 2018 г. №13.

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от

«25» февраля 2022 г., протокол № 6

Зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.

(подпись)

и

на заседании Методической комиссии ФМиКН от

« 24 » марта 2022г., протокол №4

Председатель _____ М.К. Ризаев

(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_31_» __марта_2022 г.

Начальник УМУ _____ Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Численные методы решения уравнений математической физики» входит в *входит в обязательную часть ОПОП* часть образовательной программы *магистратуры* по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с различными численными методами решения уравнений математической физики, усвоением наиболее распространенных численных методов решения уравнений математической физики, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: контрольная работа и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы (144 академических часах), в том числе по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен	
	Всего	из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
1	144	14	16				114	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Численные методы решения уравнений математической физики» являются: усвоение различных численных методов решения уравнений математической физики, научить самостоятельно решать численными методами типичные задачи для уравнений математической физики, пользуясь ЭВМ; привить обучающимся умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу по математике, развить у них математический стиль мышления.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина «Численные методы решения уравнений математической физики» входит в *входит в обязательную часть* образовательной программы *магистратуры* по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика и преподается на 1 курсе в 1 семестре (4 зачетных единицы). Изучение предмета завершается экзаменом в конце семестра.

Изучение дисциплины предполагает знание основных уравнений математической физики, постановки типичных задач для этих уравнений, знание метода сеток решения дифференциальных уравнений и умение применять их для нахождения приближенных решений, умение пользоваться различными пакетами прикладных программ для этой цели. Магистр, изучив эту дисциплину, должен научиться составлять алгоритмы решения типичных задач для уравнений математической физики, пользуясь изученными численными методами, и реализовать их на ЭВМ. При составлении математических моделей физических и технических задач могут возникать краевые задачи и задачи Коши для уравнений математической физики.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций** *(в соответствии с ОПОП*	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура освоения**
ОПК-1. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	**Знает** фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы исчисления вероятностей; **Умеет** использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; **Владеет** методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики
	ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.	**Знает** основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов; **Умеет** при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать	

		задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям; **Владеет** навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	*Знает:* различные методы исследованию математических и естественнонаучных задач. *Умеет:* корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. *Владеет:* навыками выбора методов решения задач.	

ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	*Знает:* основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. *Умеет:* применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. *Владеет* навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.	

	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	*Знает:* методы построения математически модеелей; различные языки программирования. *Умеет:* решать задачи, связанные: с исследованием операций, численными методами; применять различные языки программирования в численном анализе. *Владеет:* методами построения математических моделей.	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований	*Знает:* методы исследования прикладных задач; современные информационные технологии. *Умеет:* применять методы исследования прикладных задач; современных информационных технологий. *Владеет:* навыками построения математических моделей для решения задач прикладного характера.	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура дисциплины в очной форме

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические	Лабора т.	Контр. сам.раб		
Модуль 1. Численные методы решения типичных задач для уравнений теплопроводности.									
1	Основные понятия теории разностных схем	1	1	2		2		10	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование --- Контрольная работа ---
2	Метод сеток решения типичных задач для уравнений параболического типа	1	2-3	4		4		14	
	Итого по модулю 1:			6		6		24	
Модуль 2. Метод сеток решения типичных задач для уравнений Пуассона и Лапласа									
4	Метод сеток решения типичных задач для уравнений Пуассона и Лапласа	1	4-5	4		6		26	Индивидуальный фронтальный опрос Лабораторная работа Контрольная работа ---
	Итого по модулю 2:			4		6		26	

Модуль 3. Метод сеток решения типичных задач для уравнений колебания струны									
7	Метод сеток решения типичных задач для уравнений колебания струны	1	6-7	4		4		28	Индивидуальный фронтальный опрос--- Лабораторная работа ---
	Итого по модулю 3:			4		4		28	
10	**МОДУЛЬ 4:** *Подготовка к экзамену*	1						36	Экзамен
	Итого по дисциплине:	***1***		***14***		***16***		***114***	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы решения типичных задач для параболических уравнений

Тема 1. Основные понятия теории разностных схем.

Введение основных понятий теории разностных схем (сетка, узел, шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость), применяемых для решения уравнений матфизики численными методами. Основная теорема осходимости разностной схемы.

Тема 2. Метод сеток решения типичных задач для уравнений параболического типа.

Аппроксимация задачи Коши и смешанной граничной задачи для уравнения теплопроводности с помощью явной и неявной двухслойных разностных схем, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость.

Модуль 2. Метод сеток решения типичных задач для уравнений Пуассона и Лапласа

Тема 3. Метод сеток решения типичных задач для уравнений Пуассона и Лапласа

Аппроксимация уравнений Пуассона и Лапласа методом сеток. Аппроксимация граничных условий. Разностная схема, аппроксимирующая задачу Дирихле в прямоугольнике, устойчивость разностной схемы.

Численные методы матричной прогонки и итерационный процесс Либмана

решения разностной схемы.

Модуль 3. Метод сеток решения типичных задач для уравнений колебания струны

Тема 4. Метод сеток решения типичных задач для уравнений колебания струны

Разностная схема, аппроксимирующая задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны, порядок аппроксимации. Алгоритм решения разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши и смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны. Устойчивость разностной схемы.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1. **Численные методы решения типичных задач для параболических уравнений**

Лабораторные занятия по теме: Разностные схемы для параболических уравнений

Алгоритмы решения задачи Коши и смешанной граничной задачи для параболического уравнения с помощью явной двухслойной разностной схемы. Алгоритмы решения задачи Коши и смешанной граничной задачи для параболического уравнения с помощью неявной двухслойной разностной схемы. Решение задачи Коши для параболического уравнения с помощью явной двухслойной разностной схемы. Решение задачи Коши для параболического уравнения с помощью неявной двухслойной разностной схемы

Модуль 2. Метод сеток решения типичных задач для уравнений Пуассона и Лапласа

Лабораторные занятия по теме: Разностные схемы для параболических уравнений

Решение смешанной граничной задачи для параболического уравнения с помощью явной двухслойной разностной схемы. Решение смешанной граничной задачи для параболического уравнения с помощью неявной двухслойной разностной схемы.

Модуль 3. Метод сеток решения типичных задач для уравнений колебания струны

Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике методом матричной прогонки. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике итерационным методом Либмана. Сравнение по точности метода матричной прогонки и итерационного метола Либмана.

5. **Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора.

Для проведения лабораторных занятий на факультете имеются 4 компьютерных класса, оснащенные современными компьютерами с необходимым программным обеспечением. Студенты имеют свободный доступ к интернет-ресурсам. Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к отчетам по лабораторным занятиям.
3. Решение задач.
4. Подготовка к экзамену.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа
2	Подготовка к отчетам по лабораторным работам	Проверка выполнения расчетов, оформления работы в лабораторном журнале и проработки вопросов к текущей теме по рекомендованной работе	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа
3	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа

4	Подготовка к экзамену	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.1, 8, 9 данного документа

Текущий контроль: проверка отчетов по лабораторным работам, защита.

Текущий контроль: проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

Промежуточная аттестация: контрольные работы.

Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических и лабораторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий, как домашних, так и лабораторных.

Промежуточный контроль проводится в форме контрольной работы, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

Итоговый контроль проводится либо в виде устного экзамена, либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается в начале семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

Задачи для самостоятельного решения по теме:
«Метод сеток для параболических уравнений»

1. Задача Коши

1.1. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.2,\ 0.01)$, где $u(x,\ t)-$ решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x - 2, \\ u(x,0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

1.2. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.2,\ 0.01)$, где $u(x,\ t)-$ решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x,0) = x^2 + x. \end{cases}$$

1.3. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.2,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)-$ решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{4}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 10t - \dfrac{1}{2}, \\ u(x,0) = x^2. \end{cases}$$

1.4. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной

разностной схемы найти значение $u(0.2,\ 0.04)$, где $u(x,\ t)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x - 1, \\ u(x,0) = x^2. \end{cases}$$

1.5. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.2,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 1, \\ u(x,0) = x^2. \end{cases}$$

В ответах сохранять по 3 десятичных знака.

2. Смешанная граничная задача

2.1. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.1,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)$ – решение смешанной граничной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3x - 1, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < t \le 1, \\ u(x,0) = x^2 + x, \ \ 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = 0, \ \ u(1,t) = 2 - 3t, \ \ 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

2.2. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.1,\ 0.08)$, где $u(x,\ t)$ – решение смешанной граничной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{4}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x - 1, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < t \le 1, \\ u(x,0) = 2x^2 + 1, \ \ 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = 1, \ \ u(1,t) = 3 - t, \ \ 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

2.3. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.1,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)$ – решение смешанной граничной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2t - 1, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < t \le 1, \\ u(x,0) = x + 1, \ \ 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = t^2 - t + 1, \ \ u(1,t) = t^2 - t + 2, \ \ 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

2.4. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.1,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)$ – решение смешанной граничной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x - 1, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < t \le 1, \\ u(x,0) = x^2 + 1, \ \ 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = 1, \ \ u(1,t) = 2 + 2t, \ \ 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

2.4. Методом сеток с шагом h с помощью явной двухслойной разностной схемы найти значение $u(0.1,\ 0.02)$, где $u(x,\ t)$ – решение смешанной граничной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3x + 2, \ \ 0 < x < 1, \ \ 0 < t \le 1, \\ u(x,0) = -x^2, \ \ 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = 0, \ \ u(1,t) = 3t - 1, \ \ 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

В ответах сохранять по 3 десятичных знака.

Ответы к самостоятельной работе по числ.методам умф для магистрантов

1.1. $u = x^2 + xt + 1, \ \ u(0.2,\ 0.01) = 1.042.$

1.2. $u = x^2 + x + t, \ \ u(0.2,\ 0.01) = 0.250.$

1.3. $u = x^2 + 5t^2, \ \ u(0.2,\ 0.02) = 0.042.$

1.4. $u = x^2 - xt, \ \ u(0.2,\ 0.04) = 0.032.$

1.5. $u = x^2 + t, \ \ u(0.2,\ 0.02) = 0.060.$

2.1. $u = x^2 - 3xt + x, \ \ u(0.1,\ 0.02) = 0.104.$

2.2. $u = 2x^2 - xt + 1, \ \ u(0.1,\ 0.08) = 1.012.$

2.3. $u = t^2 - t + x + 1, \ \ u(0.1,\ 0.02) = 1.080.$

2.4. $u = x^2 + 2xt + 1, \ \ u(0.1,\ 0.02) = 1.014.$

2.5. $u = -x^2 + 3xt, \ \ u(0.1,\ 0.02) = -0.034.$

Решения этих задач, оформленные на отдельных листочках или тетрадях, представить на кафедру прикладной математики. Максимальное количество баллов-20. Литература для выполнения самостоятельной работы: рекомендованная к данному курсу основная [2], [3] и дополнительная литература 1, конспекты лекций.

По каждой выполненной лабораторной работе необходимо написать отчет и представить на кафедру прикладной математики. Преподаватель, убедившись, что лабораторная работа выполнена самостоятельно и верно,

проверив отчет, выставляет соответствующие баллы. Максимальное количество баллов-20.

Задания для лабораторных работ и необходимый методический и теоретический материал содержатся в пособиях [2], [3], [5], [6], указанных в списке учебной литературы в разделе 8.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1 Типовые контрольные задания

1 ВАРИАНТ

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x+t)\frac{\partial u}{\partial x} + x^2 + t^2,$$

$$u(x,0) = x.$$ 4б

2. Определить порядок аппроксимации задачи Дирихле в области D{0<x<1, 0 < y<2} с границей Г

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - (x^2 + y^2 + 1)u = 1, \quad (x,y) \in D$$

$$u\big|_{\Gamma} = 0$$

разностной схемой

$$\frac{u_{m+1,n}-2u_{m,n}+u_{m-1,n}}{h^2}+\frac{u_{m,n+1}-2u_{m,n}+u_{m,n-1}}{l^2}-(x_m^2+y_n^2+1)\frac{u_{m+1,n}+u_{m-1,n}}{2}=.$$

$(x_m,\ y_n)\in D_h^0,\quad x_m=mh,\ y_n=nl.$

$u_{mn}=0$ при $(x_m,\ y_n)\in\Gamma_h,$

где D_h^0, Γ_h –внутренняя сеточная область и сеточная граница соответственно. 9б

3. Пусть $u(x,t)$ – решение задачи Коши:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2xt-2,$$
$$u(x,0)=x^2.$$

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой, найти приближенно $u(0.2;0.01)$. 9б

4. Пусть $u(x,t)$ – решение смешанной граничной задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2x+2,\ 0<x<0.2,\ 0<t\le 0.02,$$
$$u(x,0)=-x^2,$$
$$u(0,t)=0,\ u(0.2,t)=0.4t-0.04.$$

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой, найти приближенно $u(0.2;0.01)$. 8б

2 ВАРИАНТ

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-(x+y^2+1)u=0,\quad 0<x<1,\ 0<y<1,$$

$u|\Gamma = xy + \sin x,\ (x,y)\in T$, где Г–граница области. 4б

2. Определить порядок аппроксимации задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-e^{xt},$$
$$u(x,0)=x+1$$

разностной схемой относительно h

$$\frac{u_m^{n+1}-u_m^n}{\tau}=\frac{1}{2}\frac{u_{m+1}^n-2u_m^n+u_{m-1}^n}{h^2}-\frac{e^{x_{m+1}t_n}+e^{x_{m-1}t_n}}{2},\ m=0,\pm1,\ldots\quad n=0,1,2,\ldots$$

$$u_m^0=x_m+1,\quad m=0,\pm1,\ldots$$

$x_m = mh,\ t_n = n\tau,\qquad m = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots,\qquad n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots.$

9б

3. Пусть $u(x,t)$ – решение задачи Коши:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+x,$$
$$u(x,0)=-x.$$

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой, найти приближенно $u(0.2;0.01)$. 9б

4. Пусть $u(x,t)$ – решение смешанной граничной задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2t+2,\ 0<x<0.2,\ 0<t\le 0.01,$$
$$u(x,0)=-x^2,$$
$$u(0,t)=t^2,\ u(0.2,t)=t^2-0.04.$$

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой, найти приближенно $u(0.1;0.01)$. 8б

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия теории разностных схем: сетка, шаг сетки, узлы сетки, шаблон, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости.
2. Основная теорема о сходимости решения разностной схемы.
3. Разностная схема, аппроксимирующая задачу Коши для уравнения теплопроводности со вторым порядком, необходимое условие устойчивости, алгоритм вычислений по этой схеме.
4. Разностная схема, аппроксимирующая смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности со вторым порядком, необходимое условие устойчивости, алгоритм вычислений по этой схеме.
5. Аппроксимация разностной схемой задачи Дирихле со вторым порядком в прямоугольнике $D = \{0 < x < a,\ 0 < y < b\}$.
6. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле в прямоугольнике со вторым порядком.

7. Методы матричной прогонки и итерационный процесс Либмана решения разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле в прямоугольнике D со вторым порядком.
8. Разностная схема, аппроксимирующая задачу Коши для уравнения колебания струны, порядок аппроксимации.
9. Разностная схема, аппроксимирующая смешанную граничную задачу для уравнения колебания струны, алгоритм реализации на ЭВМ.
10. Необходимое условие устойчивости разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения колебания струны.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,

- участие на практических занятиях - 35 баллов,

- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 35 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,

- письменная контрольная работа - 60 баллов,

Студенту выставляется:
- отлично, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- хорошо, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- удовлетворительно, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- неудовлетворительно, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Зализняк В.Е. Основы научных вычислений. Введение в численные методы для физиков и инженеров [Электронный ресурс] / В.Е. Зализняк. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика,

Ижевский институт компьютерных исследований, 2006. — 264 с. — 5-93972-482-5. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16588.html (01.02.2022)
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы, и т.2. М.: Наука, 1977, 400 с.
3. Сборник задач под редакцией П.И. Монастырного, Минск, 1983, 288 с.
4. Марчук. Г. И. Методы вычислительной математики. Лань, 2009, 608 с.
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Метод сеток решения уравнений параболического типа. Лабораторные задания и методические указания по численным методам, Махачкала, 2010.
6. Абдурагимов Э.И. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Лабораторные задания и методические указания по численным методам, Махачкала, 2010.

б) дополнительная литература

1. Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К. Численные методы. Academia, 2009, 384 с.
2. Пирумов У. Г. Численные методы. Дрофа, 2004, 223 с.
3. Воробьев Г. Н., Данилова А. Н. Практикум по численным методам. М.: Высш. шк., 1990, 308 с.
4. Гуржий А. Численные методы математической физики. Курс лекций, 2006, 100 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование http://edu.ru;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета http://elib.dgu.ru/?q=node/256;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет http://catalog.iot.ru/index.php;
4. Электронная библиотека http://elib.kuzstu.ru.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

При решении лабораторных заданий программистский подход непременно должен присутствовать (без него решение не будет полноценным), однако, он не должен заслонять сугубо математические (доказательство и др.) и алгоритмические (построение, оптимизация, верификация и др.) аспекты. Самостоятельная работа студентов складывается из: - проработки рекомендованного материала (настоятельно рекомендуется самостоятельное практическое решение всех упражнений); - изучения рекомендованной литературы и материалов соответствующих форумов интернет; - подготовки к

отчетам по лабораторным работам; - подготовки к сдаче промежуточных форм контроля (контрольных работ и сдаче реферата). Пакет лабораторных заданий рассчитан на семестр. Рекомендуется выполнять и сдавать задания своевременно с прохождением соответствующего материала.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающий использует также кроме указанных выше в п. 8 программные обеспечения и интернет ресурсов: пакеты прикладных программ Mathcad, Mathlab, Delphi, Statistica.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.