

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Методы оптимизации**

**Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук**

**Образовательная программа бакалавриата  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) программы  
**Математическое моделирование и вычислительная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Статус дисциплины: ***входит в обязательную часть ОПОП***

Махачкала, 2022


Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от «10» января 2018 г. №9.

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «25» февраля 2022 г., протокол № 6

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.  
(подпись)

и

на заседании Методической комиссии ФМиКН от « 24 » марта 2022г., протокол №4

Председатель  М.К. Ризаев  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 31 » марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.  
(подпись)

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения классических экстремальных задач, а также знакомством с современными направлениями развития методов оптимизации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1; общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в 180 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
5	72	16		16			40	зачет
6	108	24		24			60	экзамен
ИТОГО	180	40		40			100	

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Методы оптимизации» - владение студентами умения разрабатывать методы решения задач в которых требуется определить значения таких параметров, которые доставляют функционалу его минимальное или максимальное значение встречающиеся в естествознании и во многих экономических задачах; закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в *входит в обязательную часть ОПОП* часть образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Курс по дисциплине «Методы оптимизации» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при изучении отдельных тем курсов «Методы вычислений», «Теоретическая механика», «Исследование операций», «Физика», «Математические методы в экономике» и др.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения и процедура освоения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необхо-	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики

		<p>димость и (или) достаточность информации для ее решения.</p> <p>Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин</p>	
	<p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук.</p> <p>Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук.</p> <p>Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.</p>	
	<p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p>Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных</p>	

		технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ОПК-1. . Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<b>Знает</b> фундаментальные понятия и законы теории оптимизации; <b>Умеет</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; <b>Владеет</b> методами оптимизации и реализации указанных методов на практике	Участие в коллективной разработке проектов, в процессе прохождения практики
	ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.	<b>Знает</b> основы построения моделей; <b>Умеет</b> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области методов оптимизации, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям; <b>Владеет</b> навыками решения практических задач	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	<i>Знает:</i> различные методы исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач.	

<p>ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><b>Знает</b> основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения;  <b>Умеет:</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов;  <b>Владеет:</b> навыками решения практических задач</p>	
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p><b>Знает:</b> методы построения математически моделей;  <b>Умеет:</b> решать задачи, связанные: с исследованием операций,.  <b>Владеет:</b> методами построения математических моделей.</p>	

	ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований	<i>Знает:</i> методы исследования прикладных задач. <i>Умеет:</i> применять методы исследования прикладных задач. <i>Владеет:</i> навыками построения математических моделей для решения задач прикладного характера.	
--	--	---	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль сам. раб.		
<b>Модуль 1. Математическое программирование.</b>									
1	Введение. Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами.	5	1	2				4	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование



2	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.	5	2	2	2			2	
3	Задачи без ограничений для функционалов.	5	3	2	2			2	
4	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	5	4	2	4			4	---
5	Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.	5	5	2	2			4	Контрольная работа
	Итого			10	10			16	

### Модуль 2. Элементы выпуклого анализа

7	Элементы выпуклого анализа. Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.	5	6	2	2			8	
---	--	---	---	---	---	--	--	---	--

8	Выпуклые функции и их основные свойства. Выпуклое исчисление.	5	7	2				8	
9	Задачи выпуклого программирования. Примеры.	5	8	2	4			8	Контрольная работа
	Итого			6	6			24	
<b>Итого за семестр:</b>				<b>16</b>	<b>16</b>			<b>40</b>	<b>зачет</b>
<b>Модуль 3. Линейное программирование</b>									
10	Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.	6	1-2	4	4			1	---
11	Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	6	3	2	2			1	
12	Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.	6	4	2	2			1	Контрольная работа
13	Первоначальный	6	5	2	2			2	

	план перевозок. Метод северо-западного угла. Метод наименьшей стоимости								
14	Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана	6	6	2	2			1	
15	Проверка оптимальности плана. Метод потенциалов. Дельта-метод.	6	7	2	2			2	Контрольная работа
	Итого			14	14			8	
<b>Модуль 4. Вариационное исчисление</b>									
16	Уравнения Эйлера. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	6	8-10	6	6			6	
17	Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.	6	11	2	2			6	
18	Задача с подвижными концами	6	12	2	2			4	
	Итого			10	10			16	
19	<i>Подготовка к экзамену</i>							36	Экзамен
<b>Итого за семестр:</b>		<b>6</b>		<b>24</b>	<b>24</b>			<b>60</b>	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО:</b>				<b>40</b>	<b>40</b>			<b>100</b>	

### **4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).**

#### ***4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине***

#### **Модуль 1. Математическое программирование**

##### **Тема 1. Введение.**

Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.

**Тема 2.** Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.

##### **Тема 3.** Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

**Тема 4.** Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

##### **Тема 5.** Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

## **Модуль 2. Элементы выпуклого программирования**

### **Тема 6. Элементы выпуклого анализа.**

Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.

### **Тема 7. Выпуклые функции и их основные свойства.**

Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Иенсена. Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление. Субдифференциал. Основные свойства. Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции

### **Тема 8. Задачи выпуклого программирования. Примеры.**

Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

## **Модуль 3 Линейное программирование.**

**Тема 9.** Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

### **Тема 10.** Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Достаточное условие оптимальности. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

**Тема 11.** Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

**Тема 12.** Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Теорема двойственности. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.

**Тема 13.** Транспортная таблица

Постановка транспортной задачи линейного программирования и ее разновидности (закрытая, открытая). Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП.

**Тема 14.** Первоначальный план перевозок

Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.

**Тема 15.** Проверка оптимальности плана.

Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана.

**Тема 16.** Метод потенциалов.

Построение системы потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов. Примеры.

**Тема 17.** Дельта метод решения транспортной задачи

Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода. Примеры.

**Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.**

**Тема 18.** Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Методы нахождения экстремумов функционалов, определенных на подмножествах множества непрерывных функций. Основная лемма К.В.И. Лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая задача К.В.И.

**Тема 19.** Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

**Тема 20.** Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

**Тема 21.** Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

О достаточных условиях в вариационном исчислении. Задача Лагранжа.

**Тема 22.** Задача с подвижными концами.

Особенности задач с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Понятие об условиях второго порядка Лежандра и Якоби.

#### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

### **Модуль 1. Математическое программирование**

**Тема 1.** Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов.. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков.

**Тема 2.** Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

**Тема 3.** Гладкие задачи с ограничениями типа равенств.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. Прямой метод испытания критических точек.

**Тема 4.** Правило множителей Лагранжа.

Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

**Тема 5-6.** Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

## **Модуль 2. Элементы выпуклого программирования**

**Тема 7.** Элементы выпуклого анализа.

Примеры. Операции над выпуклыми объектами.

**Тема 8-9.** Задачи выпуклого программирования.

Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

## **Модуль 3 Линейное программирование.**

**Тема 10.** Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Примеры.

**Тема 11.** Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Прямой симплекс-метод.

**Тема 12.** Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

**Тема 13-14.** Двойственные задачи линейного программирования.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования.

**Тема 15-16.** Первоначальный план перевозок

Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.

**Тема 17.** Проверка оптимальности плана.



Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана.

**Тема 18.** Метод потенциалов.

Построение системы потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов.

**Тема 19.** Дельта метод решения транспортной задачи

Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода.

**Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.**

**Тема 20.** Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Простейшая задача К.В.И.

**Тема 21.** Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

**Тема 22.** Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

**Тема 23.** Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

Задача Лагранжа.

**Тема 24.** Задача с подвижными концами.

Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

## **5. Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная

мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

### *6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы*

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Решение задач.

	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа

*Текущий контроль:* проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

*Промежуточная аттестация:* контрольные работы.

*Текущий контроль* успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для

решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения домашних заданий.

*Промежуточный контроль* проводится в форме контрольной работы, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

*Итоговый контроль* проводится либо в виде устного зачета, либо в форме экзамена.

### 6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается в начале семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

Название раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения	Кол-во часов	Литература
Модуль 1. Математическое программирование.			
Введение. Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами.	Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.	4	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3
Производная по Фреше.	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры.	2	Основная: 2, 3 Дополнительная: 1, 2, 3

	Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.		
Задачи без ограничений для функционалов.	Задачи без ограничений для функционалов. Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.	2	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа. Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.	4	
Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.	Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств. Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств	4	Основная: 1, 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 2. Элементы выпуклого программирования			
Элементы выпуклого анализа..	Элементы выпуклого анализа. Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.	8	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Выпуклые функции и их основные свойства.	Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Иенсена. Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление. Субдифференциал. Основные свойства.	8	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3

	Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции		
Задачи выпуклого программирования. Примеры.	Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.	8	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 3 Линейное программирование.			
Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.	Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.	1	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.	1	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.	Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.	1	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Первоначальный план перевозок. Метод северо-западного угла. Метод наименьшей стоимости	Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.	1	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана	Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП.	1	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Проверка оптимальности	Построение системы	2	Основная:

плана. Метод потенциалов. Дельта-метод.	потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода.		2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.			
Уравнения Эйлера. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	Методы нахождения экстремумов функционалов, определенных на подмножествах множества непрерывных функций. Основная лемма К.В.И. Лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая задача К.В.И. Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности. Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.	6	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.	О достаточных условиях в вариационном исчислении. Задача Лагранжа.	6	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3
Задача с подвижными концами	Особенности задач с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Понятие об условиях второго порядка Лежандра и Якоби.	4	Основная: 2, 3, Дополнительная: 1, 2, 3

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1. Типовые контрольные задания

#### Контрольная работа № 1

Найти производную функционала, если  $X = C[0,1]$ :

1.  $f(x) = \left( \int_0^1 x^2(t) \sin \pi t dt \right)^3$ ;
2.  $f(x) = \int_0^1 x^3(t) dt$ ;
3.  $f(x) = \left( \int_0^1 x^2(t) dt \right)^3$ ;
4.  $f(x) = x(0)$ ;
5.  $f(x) = \sin x(1)$ .

### Контрольная работа № 2

1. Решить задачу без ограничений

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - x_1 x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow \text{extr};$$

2. Решить задачу с ограничениями – равенствами

$$x_1 x_2 x_3 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

3. Решить задачу с ограничениями типа неравенств

$$x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min ,$$

$$8x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 40; \quad -2x_1 + x_2 - x_3 = -3, \quad x_2 \geq 0$$

### Контрольная работа № 3

Следующую задачу решить графическим и симплексным методами

$$2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 \geq 8,$$

$$x_2 \leq 6.$$

## Контрольная работа № 4

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2 + 4x \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$2. \int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extr}.$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin t dt = 1, x(0) = x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$4. \int_0^2 x dt \rightarrow \min; |\ddot{x}| \leq 2, x(0) + x(2) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

### Вопросы к зачету:

1. Производная по Фреше.
2. Частные производные и производные высших порядков.
3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.
4. Формула Тейлора. Теорема Ферма.
5. Дифференцируемость операторов и функционалов.
6. Дифференциал суперпозиции.
7. Конечномерная теорема об обратном отображении.
8. Задачи на экстремум. Определение базовых понятий.
9. Необходимое и достаточное условие экстремума функционалов.
10. Основные два этапа решения задач на экстремум.
11. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
12. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
13. Выпуклые множества. Основные свойства.



## Вопросы к экзамену:

1. Выпуклые функции.
2. Первая теорема отделимости.
3. Вторая теорема отделимости.
4. Свойства выпуклых функций.
5. Три особенности задачи выпуклого анализа.
6. Задача на безусловный экстремум для выпуклых функций.
7. Субдифференциал. Основные свойства.
8. Теорема Куна-Таккера.
9. Задачи выпуклого программирования. Примеры.
10. Задача линейного программирования. Основные свойства.
11. Симплекс. Метод решения задач линейного программирования.
12. Двойственность в линейном программировании.
13. Графический метод решения экстремальных задач.
14. Задача Больца, Бернулли. Изопериметрическая задача.
15. Пример полного исследования вариационной задачи на экстремум.
16. Лемма Дюбуа-Раймоне.
17. Задача о наименьшей поверхности вращения.
18. Задача о брахистохроне и ее решение.
19. Многомерный случай вариационных задач.
20. Некоторые случаи решения уравнения Эйлера.
21. Задача Лагранжа. Постановка задачи, формулировка теоремы.
22. Задача Дидоны.
23. Задача со старшими производными.
24. Постановка задачи оптимального управления. Связь с задачей Лагранжа.
25. Формулировка теоремы Понтрягина. Пример ее применения.
26. Простейшая задача о быстродействии.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

Студенту выставляется:

- отлично, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- хорошо, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- удовлетворительно, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- неудовлетворительно, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **а) основная литература:**

1. Мицель А.А. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. — 198 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72127.html>. (дата обращения 01.02.22)

2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во МГУ, 1989.

3. Загиров Н.Ш., Гаджиева Т.Ю. Методы оптимизации (методические указания по решению задач). Махачкала, Изд. ДГУ, 2014. 88 с.

### **б) дополнительная литература**

1. Ренин С.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : сборник задач и упражнений / С.В. Ренин, Н.Д. Ганелина. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 54 с. — 978-5-7782-1688-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45389.html>. (дата обращения 01.02.22)

2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука, 1984.

3. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К., Вариационное исчисление и методы оптимизации. Изд-во ДГУ, Махачкала, 2010.

#### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>.
6. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи. Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>.

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.