

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Прикладная алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы:  
Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения  
очная


Статус дисциплины: входит в часть ОПОП формируемую участниками  
образовательных отношений

Махачкала - 2022


Рабочая программа дисциплины «Прикладная алгебра» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от 10.01.2018 № 9

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

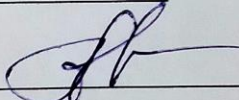
Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «15» 03 2022 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» 03 2022 г., протокол № 7.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Прикладная алгебра» входит в часть ОПОП формируемую участниками образовательных отношений бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, общепрофессиональных – ОПК-1, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины **3** зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 108 ч.

Объем дисциплины в очной форме

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе								
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					КСР		СРС, в том числе экз.
		Всего	из них						
Лекции	Лабораторные занятия		Практические занятия	консультации					
7	108	32	16	0	16	-	-	40+36	экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Прикладная алгебра» являются получение представления о возможностях приложений алгебраических методов в прикладных задачах и при разработке систем компьютерной математики. В дисциплине разбираются методы, лежащие на стыке алгебры и вычислительных методов.

В курсе демонстрируются приложения абстрактных методов и понятий алгебры, рассматриваются вопросы эффективности нахождения объектов, о которых зачастую доказывается только теоремы о существовании.

При освоении дисциплины вырабатывается понимание идей, лежащих в основе построения систем компьютерной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Прикладная алгебра» входит в часть ОПОП формируемую участниками образовательных отношений бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	УК-1.2.Умеет соотносить	Знает: принципы математического	

	<p>разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок</p>	
	<p>УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и</p>	

		<p>проведении научного исследования;  навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации;  навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	
<p>ОПК-1  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>Знает: теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей и математической статистики, теорией случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.  Умеет: решать задачи, связанные с исследованием различных методов, полученных в области математических и физических наук.  Владеет: базовыми методами по</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала.  Участие в практических занятиях.  Самостоятельная работа.</p>

		исследованию математических и естественнонаучных задач.	
	ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.	Знает: способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. Умеет: применять различные методы по исследованию математических и естественнонаучных задач. Владеет: навыками применения математических методов при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	Знает: различные методы исследования математических и естественнонаучных задач. Умеет: корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. Владеет: навыками выбора методов решения задач.	
ПК-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по	Знает: основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет: применять современные научные	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

	<p>соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.</p>	
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p>Знает: методы построения математически моделей; различные языки программирования. Умеет: решать задачи, связанные: с исследованием операций, численными методами; применять различные языки программирования в численном анализе. Владеет: методами построения математических моделей.</p>	
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований</p>	<p>Знает: методы исследования прикладных задач; современные информационные технологии. Умеет: применять методы исследования прикладных задач; современных информационных технологий. Владеет: навыками построения математических моделей для решения задач прикладного характера.</p>	



#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины

4.2.1. Структура дисциплины в очной форме

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	СРС	КСР	
1	<b>Модуль 1.</b>								
2	<b>Тема 1.</b> Вопросы прикладной алгебры. Компьютерная алгебра. Компьютерные системы символьных вычислений.	1	1-2	10	2	2	6		Тестирование, письменная контрольная работа.
3	<b>Тема 2.</b> Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков. Базисы Гребнера. Решение систем полиномиальных уравнений. Использование в задачах алгебраической геометрии, робототехники.	1	3-4	10	2	2	6		Тестирование, письменная контрольная работа.
4	<b>Тема 3.</b> Алгоритмы Кронекера. Разложение на множители, свободные от квадратов. Факторизация. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю $p$ . Лемма Гензеля. Применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии).	1	5-8	16	4	4	8		Тестирование, письменная контрольная работа.
5	<b>Итого по модулю 1:</b>	<b>1</b>	<b>1-8</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		Коллоквиум
6	<b>Модуль 2.</b>								
7	<b>Тема 4.</b> Интегрирование полиномов и	1	9-12	18	4	4	10		Тестирование, письменная

	рациональных функций.								контрольная работа.
8	<b>Тема 5.</b> Дифференциальная алгебра. Структурная теорема. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.	1	13-16	18	4	4	10		
9	<b>Итого по модулю 2:</b>	<b>1</b>	<b>17</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		Коллоквиум
10	<b>Модуль 3. Подготовка к экзамену</b>								
11	Подготовка к экзамену	1		36			36		Экзамен
12	<b>Итого по модулю 3:</b>	<b>1</b>		<b>36</b>			<b>36</b>		<b>Экзамен</b>
13	<b>Итого:</b>	<b>1</b>	<b>1-17</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>106</b>		<b>Экзамен</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### Модуль 1

**Тема 1.** Вопросы прикладной алгебры. Компьютерная алгебра. Компьютерные системы символьных вычислений.

**Тема 2.** Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков. Базисы Гребнера. Решение систем полиномиальных уравнений. Использование в задачах алгебраической геометрии, робототехники.

**Тема 3.** Алгоритмы Кронекера. Разложение на множители, свободные от квадратов. Факторизация. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю  $p$ . Лемма Гензеля. Применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии).

##### Модуль 2

**Тема 4.** Интегрирование полиномов и рациональных функций. Методы интегрирования полиномов и рациональных функций.

**Тема 5.** Дифференциальная алгебра. Структурная теорема. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.

##### Модуль 3. Подготовка к экзамену

#### 4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

##### Модуль 1

**Занятие 1.** Вопросы прикладной алгебры. Компьютерная алгебра. Компьютерные системы символьных вычислений. Решение задач.

**Занятие 2.** Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков. Базисы Гребнера. Решение систем полиномиальных уравнений. Использование в задачах алгебраической геометрии, робототехники. Решение задач.

**Занятие 3.** Алгоритмы Кронекера. Разложение на множители, свободные от квадратов. Факторизация. Решение задач.

**Занятие 4.** Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю  $p$ . Лемма Гензеля. Применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии). Решение задач.

## Модуль 2

**Занятие 5.** Интегрирование полиномов. Решение задач.

**Занятие 6.** Интегрирование полиномов и рациональных функций. Решение задач.

**Занятие 7.** Дифференциальная алгебра. Структурная теорема. Решение задач.

**Занятие 8.** Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций. Решение задач.

## Модуль 3. Подготовка к экзамену

### 5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения:

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### 6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Вопросы прикладной алгебры. Компьютерная алгебра. Компьютерные системы символьных вычислений.	6
Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков. Базисы Гребнера. Решение систем полиномиальных уравнений. Использование в задачах алгебраической геометрии, робототехники.	6
Алгоритмы Кронекера. Разложение на множители, свободные от квадратов. Факторизация. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю $p$ . Лемма Гензеля. Применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии).	8
Интегрирование полиномов и рациональных функций.	10
Дифференциальная алгебра. Структурная теорема. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.	10
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	40+36

Литература для самостоятельной работы:

1. Хуснутдинов Р.Ш. Практикум по линейной алгебре и линейному программированию [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 271 с. — 978-5-7882-0787-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62503.html>
2. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

## **6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы**

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

## **6.3. Порядок контроля:**

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;

«хорошо» - владение разделами «Алгоритмы Кронекера» «Интегрирование полиномов и рациональных функций», «Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций» умение решать задачи по этим темам;

«удовлетворительно» - знания по разделам «Компьютерные системы символьных вычислений», «Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков», «Базисы Гребнера» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

#### 6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

1. Какие из следующих множеств образуют кольцо, а какие поле:

- 1) множество  $\{0\}$ ;
- 2) множество  $\mathbb{N}$  натуральных чисел;
- 3) множество целых неотрицательных чисел;
- 4) множество целых неположительных чисел;
- 5) множество  $\mathbb{Z}$  целых чисел;
- 6) множество  $2\mathbb{Z}$  четных чисел;
- 7) множество  $n\mathbb{Z}$  целых чисел, кратных заданному числу  $n \neq 0$ ;
- 8) множество  $\mathbb{Q}$  рациональных чисел;
- 9) множество иррациональных чисел;
- 10) множество  $\mathbb{R}$  вещественных чисел;
- 11) множество  $\mathbb{C}$  комплексных чисел;
- 12) множество  $\mathbb{Z}[i]$  целых гауссовых чисел, т. е. комплексных чисел с целыми действительной и мнимой частями;
- 13) множество комплексных чисел с рациональными действительной и мнимой частями?

2. Какие из колец предыдущей задачи не содержат 1?

3. Доказать, что любое числовое поле содержит  $\mathbb{Q}$ .

4. Доказать, что кольца  $\mathbb{Z}$  и  $n\mathbb{Z}$  при  $n \geq 2$  не изоморфны.

5. Доказать, что

- 1) поля  $\mathbb{Q}$  и  $\mathbb{R}$  не изоморфны;
- 2) поля  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$  не изоморфны.

6. Доказать, что

- 1) при любом изоморфизме числовых полей подполе  $\mathbb{Q}$  отображается тождественно, следовательно, поле  $\mathbb{Q}$  обладает только тождественным автоморфизмом;
- 2) поле  $\mathbb{R}$  обладает только тождественным автоморфизмом.

7. Найти все автоморфизмы поля  $\mathbb{C}$ , переводящие действительные числа снова в действительные.

8. Какие из следующих множеств образуют кольцо, а какие поле:

- 1) множество чисел вида  $\sqrt{a} + b\sqrt{2}$ , где  $a, b$  — целые;
- 2) множество чисел  $a + b\sqrt{2}$ , где  $a, b$  — рациональные;
- 3) множество чисел  $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{2}$ , где  $a, b, c$  — целые;
- 4) множество чисел  $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{2}$ , где  $a, b, c$  — рациональные;
- 5) множество чисел  $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{2} + d\sqrt{6}$ , где  $a, b, c, d$  — целые;
- 6) множество чисел  $\{a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} + d\sqrt{6} : a, b, c, d \text{ — рациональные}\}$ ?
9. Изоморфны ли поля  $a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}$  и  $a + b\sqrt{3} : a, b \in \mathbb{Q}$ ?
10. Найти элемент, обратный к заданному:
  - 1)  $2 + 3\sqrt{3}$  в поле  $\{a + b\sqrt{3} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ ;

2)  $1 - 5$  в поле  $a + b\sqrt{5} : a, b \in \mathbb{Q}$ ;

3)  $3 + 3\sqrt{2}$

11. Пусть  $\alpha$  — корень неприводимого над полем  $\mathbb{Q}$  многочлена  $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$  степени  $n \geq 2$ . До-

казать, что числа вида  $a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + \dots + a_{n-1}\alpha^{n-1}$  с рациональными  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$

образуют поле, причем каждый элемент этого поля однозначно записывается в таком виде. Говорят, что это поле, обозначаемое  $\mathbb{Q}(\alpha)$ , получено присоединением числа  $\alpha$  к полю рациональных чисел.

12. В поле, полученном присоединением к  $\mathbb{Q}$  корня многочлена  $\alpha^4 - \alpha^3 + 2\alpha + 1$ , найти число,

обратное  $3\alpha^3 + \alpha\sqrt{2} - 2\alpha - 1$

13. Описать поле  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ . Найти в этом поле элемент, обратный к указанным элементам:

1)  $2 + 3$ ;

2)  $1 + 2 + 3$ ;

3)  $2 + 2 - 2\sqrt{3}$

14. Какие из следующих множеств чисел относительно сложения образуют полугруппу, а какие группу:

1) множество  $\mathbb{N}$  натуральных чисел;

2) множество целых неотрицательных чисел;

3) множество целых неположительных чисел;

4) множество  $\mathbb{Z}$  целых чисел;

5) множество  $2\mathbb{Z}$  четных чисел;

6) множество  $n\mathbb{Z}$  целых чисел, кратных заданному числу  $n \neq 0$ ;

7) множество  $\mathbb{Q}$  рациональных чисел;

8) множество иррациональных чисел;

9) множество  $\mathbb{R}$  вещественных чисел;

10) множество  $\mathbb{C}$  комплексных чисел?

15. Какие из следующих множеств чисел относительно умножения образуют полугруппу, а какие группу:

1) множество  $\mathbb{N}$  натуральных чисел;

2) множество целых неотрицательных чисел;

3) множество целых неположительных чисел;

4) множество  $\mathbb{Z}$  целых чисел;

5) множество  $n\mathbb{Z}$  целых чисел, кратных заданному числу  $n \neq 0$ ;

6) множество  $\mathbb{Q}$  рациональных чисел;

7) множество  $\mathbb{Q}^*$  ненулевых рациональных чисел;

8) множество  $\mathbb{Q}^+$  положительных рациональных чисел;

9) множество иррациональных чисел;

10) множество  $\mathbb{R}$  вещественных чисел;

11) множество  $\mathbb{R}^*$  ненулевых вещественных чисел;

12) множество  $\mathbb{R}^+$  положительных вещественных чисел;

- 13) множество  $\mathbb{C}$  комплексных чисел;
- 14) множество  $\mathbb{C}^*$  ненулевых комплексных чисел;
- 15) множество  $U_n$  всех значений корня  $n$ -й степени из 1;
- 16) множество  $U$  всех комплексных чисел, по модулю равных 1;
16. Доказать, что мультипликативная группа всех значений корня  $n$ -й степени из 1 является единственной конечной группой с числовыми элементами порядка  $n$ , за исключением случая  $n = 1$
17. Образуют ли полугруппу/группу
- 1) вещественные числа относительно вычитания;
  - 2) вещественные числа относительно операции  $-a - b$ ;
  - 3) ненулевые вещественные числа относительно деления;
  - 4) натуральные числа относительно операции НОД  $\{a, b\}$ ?
18. Образует ли полугруппу/группу множество положительных вещественных чисел относительно указанной операции:
- 1)  $a \circ b = ab$ ;
  - 2)  $a \circ b = a^2b^2$ ?
19. Пусть  $X$  — некоторое непустое множество. Образует ли множество  $2X$  полугруппу/группу относительно указанной операции? Указать нейтральный элемент, если он существует:
- 1) объединение множеств;
  - 2) пересечение множеств;
  - 3) симметрическая разность множеств?
20. Какие из следующих множеств с указанными операциями образуют полугруппу, а какие группу:
- 1) множество векторов плоскости относительно сложения;
  - 2) множество векторов пространства относительно сложения;
  - 3) множество векторов пространства относительно скалярного произведения;
  - 4) множество векторов пространства относительно векторного произведения?
21. Пусть  $K$  — кольцо, а  $F$  — поле. Какие из следующих множеств являются полугруппами, а какие группами:
- 1) множество  $K[x]$  многочленов с коэффициентами из  $K$  относительно сложения;
  - 2)  $K[x]$  относительно умножения;
  - 3)  $K[x]$  относительно суперпозиции:  $fg = f(g(x))$ ;
  - 4)  $F[x]$  относительно умножения?
22. Доказать, что
- 1) множество всех отображений множества  $\{1, 2, \dots, n\}$  в себя относительно операции композиции (произведения) образует полугруппу, но (при  $n > 1$ ) не группу;

- 2) множество всех подстановок (биективных отображений) множества  $\{1, 2, \dots, n\}$  на себя образует группу относительно произведения. Эта группа называется симметрической группой степени  $n$  и обозначается  $S_n$ . Найти ее порядок;
- 3) множество всех четных подстановок образует подгруппу в  $S_n$ . Эта подгруппа называется знакопеременной группой степени  $n$  и обозначается  $A_n$ . Найти ее порядок;
- 4) множество нечетных подстановок подгруппы не образуют.

## **7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Типовые контрольные задания**

#### **7.1.1. Темы рефератов:**

Группы, кольца.

Многочлены, поля, поля разложения, конечные поля.

Изоморфизм колец. Кольцо вычетов.

Теорема Гильберта о нулях.

Интегрирование полиномов и рациональных функций.

#### **7.1.2. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)**

1 Кольца, идеалы, определение, примеры;

2 Гомоморфизмы, фактор-кольца;

3 Многочлены, поля, поля разложения, конечные поля;

4 Теорема о цикличности группы ненулевых элементов конечного поля;

5 Неприводимые многочлены над конечными полями;

6 Автоморфизмы конечных полей;

7 Алгоритм Берлекэмп разложения многочлена на неприводимые многочлены;

8 Линейные коды: определение, примеры;

9 Расстояние Хэмминга, связь минимального расстояния с числом исправляемых ошибок;

10 Граница кода Хэмминга, исправляющего  $t$  ошибок;

11 Граница Гилберта-Варшамова, декодирование вектора по лидеру смежного класса;

12 Бинарный код Хэмминга;

13. Дуальный линейный код;

14. Циклические коды: определение, характеристика, примеры (код Хэмминга);

15. БЧХ – код, код Рида-Соломона;

16 Алгоритмы кодирования и декодирования БЧХ-кода;

17 Алгебраическая полиграфия, криптосистемы с единым ключом (шифры Цезаря, Виженера, Хилла);

18 Криптосистемы с публичными ключами (РША – криптосистема, метод рюкзака-ловушки);

19 Линейные рекуррентные последовательности (их свойства) и их связь с



- криптосистемами с бегущим ключом;  
20 Элементы теории групп, теорема Кэли;  
21.Строение группы подстановок;  
22.Стабилизаторы и орбиты элементов;  
23.Теорема Бернсайда;  
24.Цикловой индекс подстановки, многочлены цикловых индексов;  
25.Теорема Пойа, примеры;  
26 Блок-схемы, системы Штейнера.

### **7.1.3. Экзаменационные вопросы**

1. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
2. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
3. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
4. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
5. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
6. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
7. Аддитивная группа вычетов.
8. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
9. Понятие о инъективном, сюръективном и биективном отображениях.
10. Определение изоморфизма групп.
11. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
12. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
13. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.
14. Алгоритм деления в кольце многочленов от нескольких переменных.
15. Теорема Гильберта о базисе.
16. Базисы Грёбнера.
17. Алгоритм Бухбергера для нахождения базисов Грёбнера.
18. Теорема Гильберта о нулях.
19. Радикальные идеалы и алгебраические многообразия.
20. Неприводимые многообразия и простые идеалы.
21. Разложение многообразия в объединения неприводимых.
22. Интегрирование полиномов и рациональных функций.
23. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю  $p$ .
24. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.

### **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из

текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

## **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

а) адрес сайта курса:

1. Кощеев А.С. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Кощеев, М.А. Медведева, О.И. Никонов. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 108 с. — 978-5-7996-0859-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69618.html>
2. Акулич, Иван Людвигович. Математическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособие / Акулич, Иван Людвигович. - Изд. 2-е., испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 347,[5] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0916-7 : 240-13.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Проскуряков, Игорь Владимирович. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / Проскуряков, Игорь Владимирович . - 8-е изд. - М. : Лаб. Баз. Знаний, 2007(Лань), 2006, 2005, 1984 (Наука), 1978 (Наука), 1974 (Наука). - 382 с. : ил. - (Технический университет). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-93208-009-4 : 147-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

3. Хуснутдинов Р.Ш. Практикум по линейной алгебре и линейному программированию [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2009. — 271 с. — 978-5-7882-0787-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62503.html>
4. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учеб. для ун-тов по спец. "Прикл. математика и "Физика" / Ильин, Владимир Александрович, Позняк, Эдуард Генрихович. - 4-е изд., доп. - М. : Наука, 1988, 1981, 1971, 1968. - 223 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высш. математики и мат. физики. Вып. 5). - ISBN 5-02-013762-6 : 0-0.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
5. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.elib.dgu.ru/>

<http://www.iprbookshop.ru/>

<http://intuit.ru/>

**10. Методические указания по освоению дисциплины**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Прикладная алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.