

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Геометрия и алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы:  
Математическое моделирование и вычислительная математика


Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

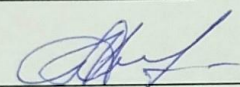
Рабочая программа дисциплины «Геометрия и алгебра» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика от 10.01.2018 № 9

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

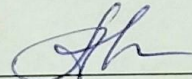
Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «15» 03 2022 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» 03 2022 г., протокол № 7.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Геометрия и алгебра» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, общепрофессиональных – ОПК-1, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 7 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 252 ч

Объем дисциплины в очной форме

| Семестр | Учебные занятия |  |                      |                      |              |     |                       | Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен) |                |
|---------|-----------------|--|----------------------|----------------------|--------------|-----|-----------------------|---|----------------|
|         | в том числе     |  |                      |                      |              |     |                       |   |                |
|         | Всего           | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                      |                      |              | КСР | СРС, в том числе экз. |   |                |
|         |                 | Всего  | из них               |                      |              |     |                       |   |                |
|         | Лекции          |  | Лабораторные занятия | Практические занятия | консультации |     |                       |   |                |
| 1       | 144             | 64   | 32                   | 0                    | 32           | -   | -                     | 80  | зачет          |
| 2       | 108             | 30   | 16                   | 0                    | 14           | -   | -                     | 42+36   | экзамен        |
| итого   | 252             | 94   | 48                   | 0                    | 46           | -   | -                     | 122+36  | зачет, экзамен |

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины геометрия и алгебра является изучение студентами пространственных объектов (точки, прямые, плоскости, фигуры, тела и т.д.) с помощью метода координат, используя аппарат алгебры. Также студент должен усвоить такие понятия как матрицы, определители методы решения систем линейных уравнений и многочлены.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Геометрия и алгебра» входит в обязательную часть ОПОП, по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Геометрия и алгебра являются одними из начальных разделов современной математики и играют важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы аналитической геометрии и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

| Код и наименование компетенции из ОПОП   | Код и наименование индикатора достижения компетенций        | Планируемые результаты обучения   | Процедура освоения  |
|--|---|---|---|
| УК-1<br>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. | Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин. | Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа. |
|  | УК-1.2.Умеет  | Знает: принципы   |   |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  | <p>соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>        | <p>математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок</p>  |  |
|  | <p>УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p> | <p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научнообразовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками</p> |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  | <p>применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>   |  |
| <p>ОПК-1<br/>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> | <p>Знает: теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей и математической статистики, теорией случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.<br/>Умеет: решать задачи, связанные с исследованием различных методов, полученных в области математических и физических наук.<br/>Владеет: базовыми методами по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> | <p>Конспектирование и проработка лекционного материала.<br/>Участие в практических занятиях.<br/>Самостоятельная работа.</p> |
|  | <p>ОПК-1.2.Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.</p>                  | <p>Знает: способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.<br/>Умеет: применять различные методы по</p>   |  |

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
|   |  | исследованию математических и естественнонаучных задач. Владеет: навыками применения математических методов при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.  |   |
|   | ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук   | Знает: различные методы исследованию математических и естественнонаучных задач. Умеет: корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. Владеет: навыками выбора методов решения задач.   |   |
| ПК-1<br>Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям | ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. | Знает: основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет: применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей. | Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа. |
|   | ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в  | Знает: методы построения математически моделей; различные языки   |   |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  | собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.          | программирования.<br>Умеет: решать задачи, связанные: с исследованием операций, численными методами; применять различные языки программирования в численном анализе.<br>Владеет: методами построения математических моделей.   |  |
|  | ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований | Знает: методы исследования прикладных задач; современные информационные технологии. Умеет: применять методы исследования прикладных задач; современных информационных технологий. Владеет: навыками построения математических моделей для решения задач прикладного характера. |  |

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины

4.2.1. Структура дисциплины в очной форме

| № п/п | Разделы и темы дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |        |                  |     |     | Формы текущего контроля  |
|-------|--|---------|-----------------|--|--------|------------------|-----|-----|--------------------------|
|       |  |         |                 | Всего  | Лекции | Практич. занятия | СРС | КСР |                          |
| 1     | <b>Модуль 1. Векторы</b>   |         |                 |  |        |                  |     |     |                          |
| 2     | <b>Тема 1.</b> Предмет и задачи АГ. Системы координат. Простейшие задачи | 1       | 1-2             | 16   | 4      | 4                | 8   |     | Устный опрос, письменная |



|    |  |          |              |            |           |           |           |  |   |
|----|--|----------|--------------|------------|-----------|-----------|-----------|--|---|
|    | аналитической геометрии.   |          |              |            |           |           |           |  | контрольная работа                          |
| 3  | <b>Тема 2.</b> Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.                          | 1        | 3-5          | 20         | 6         | 6         | 8         |  |   |
| 4  | <b>Итого по модулю 1:</b>  | <b>1</b> | <b>1-5</b>   | <b>36</b>  | <b>10</b> | <b>10</b> | <b>16</b> |  | Коллоквиум                                  |
| 5  | <b>Модуль 2. Прямая и плоскость</b>  |          |              |            |           |           |           |  |   |
| 6  | <b>Тема 3.</b> Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве.  | 1        | 6-8          | 36         | 6         | 6         | 24        |  | Устный опрос, письменная контрольная работа |
| 7  | <b>Итого по модулю 2:</b>  | <b>1</b> | <b>1-8</b>   | <b>36</b>  | <b>6</b>  | <b>6</b>  | <b>24</b> |  | Коллоквиум                                  |
| 8  | <b>Модуль 3. Кривые 2-го порядка. Поверхности 2-го порядка</b>   |          |              |            |           |           |           |  |   |
| 9  | <b>Тема 4.</b> Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат. | 1        | 9-12         | 36         | 8         | 8         | 20        |  | Устный опрос, письменная контрольная работа |
| 10 | <b>Итого по модулю 3:</b>  | <b>1</b> | <b>9-12</b>  | <b>36</b>  | <b>8</b>  | <b>8</b>  | <b>20</b> |  | Коллоквиум                                  |
| 11 | <b>Модуль 4. Поверхности 2-го порядка</b>  |          |              |            |           |           |           |  |   |
| 12 | <b>Тема 5.</b> Уравнения поверхностей вращения. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.                      | 1        | 13-16        | 36         | 8         | 8         | 20        |  | Устный опрос, письменная контрольная работа |
| 13 | <b>Итого по модулю 4:</b>  | <b>1</b> | <b>13-16</b> | <b>36</b>  | <b>8</b>  | <b>8</b>  | <b>20</b> |  | Коллоквиум                                  |
| 14 | <b>Итого за 1 семестр:</b>   | <b>1</b> | <b>1-16</b>  | <b>144</b> | <b>32</b> | <b>32</b> | <b>80</b> |  | Зачет                                       |
| 15 | <b>Модуль 5. Комплексные числа. Матрицы и определители</b>   |          |              |            |           |           |           |  |   |
| 16 | <b>Тема 6.</b> Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени.  | 2        | 1-4          | 14         | 4         | 4         | 6         |  | Устный опрос, письменная контрольная работа |
| 17 | <b>Тема 7.</b> Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.   | 2        | 5-6          | 10         | 2         | 2         | 6         |  |   |
| 18 | <b>Тема 8.</b> Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.                                     | 2        | 7-8          | 12         | 2         | 2         | 8         |  |   |
| 19 | <b>Итого по модулю 5:</b>  | <b>2</b> | <b>1-8</b>   | <b>36</b>  | <b>8</b>  | <b>8</b>  | <b>20</b> |  | Коллоквиум                                  |
| 20 | <b>Модуль 6. Системы линейных алгебраических уравнений. Многочлены</b>   |          |              |            |           |           |           |  |   |
| 21 | <b>Тема 9.</b> Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.     | 2        | 9-12         | 18         | 4         | 2         | 12        |  | Устный опрос, письменная контрольная работа |
| 22 | <b>Тема 10.</b> Многочлены, НОД. Схема Горнера. Основная теорема   | 2        | 13-16        | 18         | 4         | 4         | 10        |  |   |

|    |  |            |             |            |           |           |            |  |            |
|----|--|------------|-------------|------------|-----------|-----------|------------|--|------------|
|    | алгебры.                               |            |             |            |           |           |            |  |            |
| 23 | <b>Итого по модулю 6:</b>              | <b>2</b>   | <b>9-16</b> | <b>36</b>  | <b>8</b>  | <b>6</b>  | <b>22</b>  |  | Коллоквиум |
| 24 | <b>Модуль 7. Подготовка к экзамену</b> |            |             |            |           |           |            |  |            |
| 25 | Подготовка к экзамену                  | 2          | 17          | 36         |           |           | 36         |  | Экзамен    |
| 26 | <b>Итого по модулю 7:</b>              | <b>2</b>   | <b>17</b>   | <b>36</b>  |           |           | <b>36</b>  |  | Экзамен    |
| 27 | <b>Итого за 2 семестр:</b>             | <b>2</b>   | <b>1-17</b> | <b>108</b> | <b>16</b> | <b>14</b> | <b>78</b>  |  | Экзамен    |
| 28 | <b>Итого:</b>                          | <b>1-2</b> |             | <b>252</b> | <b>48</b> | <b>46</b> | <b>158</b> |  | Экзамен    |

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### 1 семестр

##### Модуль 1. Векторы

#### Тема 1. Предмет и задачи аналитической геометрии. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии

Введение: предмет и задачи аналитической геометрии. Аффинная система координат в  $E_2$  и  $E_3$ . Прямоугольная декартова система координат как частный случай общей аффинной системы координат.

Простейшие задачи аналитической геометрии:

- 1) расстояние между точками; 2) деление отрезка в данном отношении; 3) площадь треугольника.

Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат и связь с декартовой прямоугольной.

#### Тема 2. Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов

Векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Понятие линейной зависимости векторов. Базис. Теорема о единственности разложения вектора по данному базису. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Двойное векторное произведение векторов.

##### Модуль 2. Прямая и плоскость

#### Тема 3. Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве

Прямая линия на плоскости. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение прямой и его исследование. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой "в отрезках". Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Пучок прямых.

Плоскость. Уравнение плоскости проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости. Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости "в отрезках". Условия

параллельности, перпендикулярности и совпадения двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей. Связка плоскостей. Каноническое и параметрические уравнения прямой в  $E_3$ . Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в  $E_3$ . Прямая и плоскость в  $E_3$ . Точка пересечения прямой и плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности и принадлежности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой в  $E_3$ . Расстояние между двумя прямыми в  $E_3$ .

### **Модуль 3. Кривые 2-го порядка**

#### **Тема 4. Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат**

Окружность. Эллипс, вывод канонического уравнения. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Выражение фокальных радиусов через эксцентриситет. Касательная к эллипсу. Оптическое свойство эллипса.

Гипербола. Вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Выражение фокальных радиусов гиперболы через эксцентриситет. Оптическое свойство гиперболы.

Парабола. Вывод канонического уравнения. Касательная к параболе. Оптическое свойство параболы. Уравнения диаметров эллипса, гиперболы и параболы.

Преобразование системы координат на плоскости. Преобразование параллельного переноса и поворот системы вокруг начала координат.

Общее уравнение кривых второго порядка. Упрощение общего уравнения кривой путем преобразования поворота системы координат вокруг начала. Характеристическое уравнение. Свойство корней характеристического уравнения.

Приведенные уравнения первого, второго и третьего типов кривых второго порядка. Асимптоты кривой, классификация кривых по асимптотическим направлениям. Диаметры кривой второго порядка.

### **Модуль 4. Поверхности 2-го порядка**

#### **Тема 5. Уравнения поверхностей вращения. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка**

Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

## **2 семестр**

### **Модуль 5. Комплексные числа. Матрицы и определители**

### **Тема 6. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени**

Комплексные числа, операции над ними. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корня квадратного из комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени. Двучленные уравнения. Решение уравнений 3, 4 степени.

### **Тема 7. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы**

Матрицы и операции над ними. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

### **Тема 8. Определители $n$ -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа**

Понятие определителя  $n$ -го порядка. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей  $n$ -го порядка. Определители специального вида.

## **Модуль 6. Системы линейных алгебраических уравнений. Многочлены**

### **Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера и матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

### **Тема 10. Многочлены, НОД. Схема Горнера. Основная теорема алгебры**

Многочлены и действия над ними. Деление многочленов с остатком. Делители и их свойства. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов. Взаимно простые многочлены. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Формулы Виета.

## **Модуль 7. Подготовка к экзамену**

### **4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине**

#### **1 семестр**

### **Модуль 1. Векторы. Прямая и плоскость**

#### **Тема 1. Предмет и задачи аналитической геометрии. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии**

**Занятие 1.** Прямоугольные и аффинные координаты точек на плоскости. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника. Решение задач.

**Занятие 2.** Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Решение задач.

**Тема 2. Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов**

**Занятие 3.** Векторы. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов. Решение задач.

**Занятие 4.** Векторное произведение. Решение задач.

**Занятие 5.** Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение векторов. Решение задач.

### **Модуль 2. Прямая и плоскость**

**Тема 3. Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве**

**Занятие 6.** Прямая линия на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Расстояние между прямыми. Решение задач.

**Занятие 7.** Плоскость. Составление уравнения плоскости по различным её заданиям. Пучок плоскостей. Решение задач.

**Занятие 8.** Уравнение прямой в пространстве. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Решение задач.

### **Модуль 3. Кривые 2-го порядка**

**Тема 4. Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат.**

**Занятие 9.** Уравнение окружности. Канонические уравнения эллипса. Решение задач.

**Занятие 10.** Канонические уравнения гиперболы. Решение задач.

**Занятие 11.** Канонические уравнения параболы. Решение задач.

**Занятие 12.** Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Решение задач.

### **Модуль 4. Поверхности 2-го порядка**

**Тема 5. Уравнения поверхностей вращения. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.**

**Занятие 13.** Поверхности второго порядка. Решение задач.

**Занятие 14.** Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Поверхности вращения. Решение задач.

**Занятие 15.** Трехосный эллипсоид. Однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Решение задач.

**Занятие 16.** Цилиндрические поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Решение задач.

## **2 семестр**

**Модуль 5. Комплексные числа. Матрицы и определители**

**Тема 6. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени.**

**Занятие 1.** Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень, корни из комплексных чисел. Решение задач.

**Занятие 2.** Решение уравнений 3-й и 4-й степени. Решение задач.

**Тема 7. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.**

**Занятие 3.** Матрицы и действия над ними. Ранг матрицы. Обратная матрица. Решение задач.

**Тема 8. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.**

**Занятие 4.** Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Решение задач.

**Модуль 6. Системы линейных алгебраических уравнений. Многочлены**

**Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

**Занятие 5.** Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера, матричный метод решения СЛАУ. Метод Гаусса решения СЛАУ. Решение задач.

**Тема 10. Многочлены, НОД. Схема Горнера. Основная теорема алгебры**

**Занятие 6.** Многочлены и действия над ними. Деление многочленов с остатком. Делители и их свойства. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов. Взаимно простые многочлены. Решение задач.

**Занятие 7.** Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов. Основная теорема алгебры и следствия из нее. Формулы Виета. Решение задач.

## **Модуль 7. Подготовка к экзамену**

### **5. Образовательные технологии**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### 6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

| Вид самостоятельной работы  | Примерная трудоёмкость, а.ч. |
|---|------------------------------|
| Предмет и задачи АГ. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии.                      | 8                            |
| Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.                          | 8                            |
| Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве.  | 24                           |
| Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат. | 20                           |
| Уравнения поверхностей вращения. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.                      | 20                           |
| Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени.  | 6                            |
| Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы.   | 6                            |
| Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.                                     | 8                            |
| Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.     | 12                           |
| Многочлены, НОД. Схема Горнера. Основная теорема алгебры.   | 10                           |
| Подготовка к экзамену   | 36                           |
| Итого СРС:  | 122+36                       |

Литература для самостоятельной работы:

1. Привалов, Иван Иванович. Аналитическая геометрия : учебник / Привалов, Иван Иванович. - 37-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 299 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0518-3 : 234-85. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2. Постников, Михаил Михайлович. Аналитическая геометрия : лекции по геометрии: учеб. пособие. Ч.1 / Постников, Михаил Михайлович. - Изд. 3-е, испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 414,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0889-4 : 262-57. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

### 6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

### 6.3. Порядок контроля:

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;

«хорошо» - владение разделами «Действия над векторами», «Кривые и поверхности 2-го порядка» «Методы решения СЛАУ» умение решать задачи по этим темам;

«удовлетворительно» - знания по разделам «Простейшие задачи АГ», «Прямая и плоскость», «Матрицы и действия над ними» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

#### 6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения

##### Самостоятельная работа 1

1. Вычислить объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках:  
 $A(1, -1, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ .
2. Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,  $C(1, 3, -1)$ .  
Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .
3. Дано уравнение стороны ромба  $x+3y-8=0$  и уравнение его диагонали  $2x+y+4=0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(-9, -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, 2, 3)$ , параллельной прямой  $x=y=z$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.
5. В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
6. Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0.$$



## Самостоятельная работа 2

1. Вычислить  $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$ .
2. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$$
.
3. Вычислить  $(-3+3i)^{150}$ ,  $\sqrt[12]{1}$ .
4. Решить уравнение  $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$ .
5. Выразить через  $\sin x$  и  $\cos x$ :  $\sin bx$ .

## Самостоятельная работа 3

1. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ .
2. Вычислить по теореме Лапласа  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .
3. Вычислить обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
4. Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$ .
5. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$
6. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

#### Самостоятельная работа 4

1. Разделить  $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$  на  $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$

2. Найти НОД  $f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x$  и  $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x$

3. По схеме Горнера найти  $f(-3)$  если  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 3$

4. Разложить по степеням  $x + 2$   $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$

5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень  $2$  и простой  $i$ .

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Типовые контрольные задания**

**7.1.1. Темы рефератов:**

Координатный метод решения задач.

Аксиоматическое построение геометрии Евклида.

Знаменитые кривые 2-го порядка.

Знаменитые кривые 2-го порядка.

Мнимая единица  $i$  и ее свойства.

Матрицы – что это такое.

Лаплас – великий французский математик.

Гаусс – король математики.

Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.

**7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля**

#### Варианты контрольных работ по геометрии

##### 1 вариант

1) В треугольнике  $ABC$  даны длины его сторон  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 7$ .  
Найдите скалярное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$ .

- 2) Даны два вектора:  $\vec{a} = \{11, 10, 2\}$  и  $\vec{b} = \{4, 0, 3\}$ . Найти вектор  $\vec{c}$  длины 1, перпендикулярный к векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и направленный так, чтобы упорядоченная тройка векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  имела положительную ориентацию.
- 3) Даны уравнения  $3x-2y+1=0$ ,  $x-y+1=0$  двух сторон треугольника и уравнение  $2x-y-1=0$  медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника.
- 4) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $Oy$  и равноудалённой от точек  $(2, 7, 3)$  и  $(-1, 1, 0)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0,.$$

### 2 вариант

- 1) Две вершины треугольника находятся в точках  $A(5, 1)$  и  $B(-2, 2)$ , третья вершина – на оси  $Ox$ . Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину.
- 2) Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A' B' C' D'$ , зная его вершину  $A(1, 2, 3)$  и концы выходящих из неё рёбер  $B(9, 6, 4)$ ,  $D(3, 0, 4)$ ,  $A'(5, 2, 6)$ .
- 3) Через точку  $(2, -1)$  провести прямую, отрезок которой, заключённый между осями координат, делился бы в данной точке пополам.
- 4) Найти объём тетраэдра, образованного плоскостями координат и плоскостью, проходящей через точку  $(3, 5, -7)$  и отсекающей на осях координат равные отрезки.
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0.$$

### 3 вариант

- 1) Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$ , зная, что  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
- 2) Вычислить площадь треугольника, вершины которого находятся в точках  $A(-1, 0, -1)$ ,  $B(0, 2, -3)$ ,  $C(4, 4, 1)$ .
- 3) Найти точку, симметричную точке  $M(-2, 9)$  относительно прямой

$$2x - 3y + 18 = 0.$$

- 4) Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  отрезки, соответственно равные 5 и  $-7$ , и проходящей через точку  $(1, 1, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0.$$

#### 4 вариант

- 1) Определить внутренние углы треугольника с вершинами  $A(1,2,3)$ ,  $B(3,0,4)$ ,  $C(2,1,3)$ .
- 2) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ ,  $D(-5, -4, 8)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .
- 3) Даны две прямые  $3x+4y-2=0$ ,  $5x-12y-4=0$  и точка  $(1,1)$ . Внутри угла, образованного данными прямыми и содержащего данную точку, найти такую точку, чтобы её расстояния до данных прямых были равны соответственно 3 и 1.
- 4) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(1, 3, 5)$ ,  $C(6, 3, 4)$ ,  $D(0, -7, 8)$ . Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $AB$  и равноудалённой от вершин  $C$  и  $D$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0.$$

#### 5 вариант

- 1) Вычислить объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках:  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ .
- 2) Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,  $C(1, 3, -1)$ . Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .
- 3) Дано уравнение стороны ромба  $x+3y-8=0$  и уравнение его диагонали  $2x+y+4=0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(-9, -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.
- 4) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, 2, 3)$ , параллельной прямой  $x=y=z$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.

- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .
- $$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0.$$

### 6 вариант

- 1) Даны две соседние вершины квадрата  $A(-3,2)$  и  $B(2,4)$ . Найти две другие вершины.
- 2) Вычислить скалярное произведение  $(\bar{a}, \bar{b})$ , если  $\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q}$ ,  $\bar{b} = \bar{p} + 4\bar{q}$ , где  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
- 3) Дано уравнение  $x-2y+7=0$  стороны треугольника и уравнения  $x+y-5=0$ ,  $2x+y-11=0$  медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной прямой. Составить уравнения двух других сторон треугольника.
- 4) Доказать, что плоскость  $3x-4y-2z+5=0$  пересекает отрезок, ограниченный точками  $M_1(3, -2, 1)$  и  $M_2(-2, 5, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .
- $$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0.$$

## Варианты контрольных работ по алгебре

### 1 вариант

1. Вычислить  $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$ .
2. Решить систему уравнений  $\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$ .
3. Вычислить  $(-3+3i)^{150}$ ,  $\sqrt[12]{1}$ .
4. Решить уравнение  $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$ .
5. Выразить через  $\sin x$  и  $\cos x$ :  $\sin 6x$ .

### 2 вариант

1. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ .

2. Вычислить по теореме Лапласа  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .

3. Вычислить обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

4. Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$ .

### 3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

### 4 вариант

1. Привести методом Лагранжа к каноническому виду квадратичную форму

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_4^2 + x_1x_2 + x_2x_3 - x_2x_4 + 2x_3x_4.$$

2. Привести к каноническому виду квадратичную форму

$$x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

3. Привести методом Якоби к каноническому виду квадратичную форму

$$-2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

4. При каком  $\lambda$  квадратичная форма положительно определена

$$x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 10x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

5. Определить ранг и сигнатуру квадратичной формы

$$3x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_2x_4.$$

### 7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)

#### Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы координат. Векторы»

1. Аффинная (общая декартова) система координат. Прямоугольная декартова система координат.
2. Полярная система координат и ее связь с прямоугольной декартовой.
3. Цилиндрическая система координат.
4. Сферическая система координат.
5. Векторы. Линейные операции над векторами.
6. Понятие линейной зависимости векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства.
8. Векторное произведение векторов и его свойства.
9. Смешанное произведение трех векторов.
10. Двойное векторное произведение трех векторов.

#### Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Прямая и плоскость»

1. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
2. Общее уравнение прямой и его исследование.
3. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми.
6. Нормальное уравнение прямой.
7. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
8. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
9. Пучок прямых на плоскости.
10. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
11. Общее уравнение плоскости и его исследование.
12. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”.
13. Взаимное расположение плоскостей.
14. Параметрические уравнения плоскости.

15. Нормальное уравнение плоскости.
16. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
17. Расстояние от точки до плоскости.
18. Пучок плоскостей.
19. Связка плоскостей.
20. Угол между двумя плоскостями.
21. Каноническое уравнение прямой, параметрические и векторно-параметрические уравнения прямой в пространстве.
22. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
23. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
24. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
25. Взаимное расположение прямых в пространстве.
26. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.
27. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
28. Связка прямых.

### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кривые 2-го порядка»**

1. Окружность.
2. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.
3. Исследование канонического уравнения эллипса.
4. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
5. Касательная к эллипсу.
6. Оптическое свойство эллипса
7. Преобразование равномерного сжатия плоскости к прямой.
8. Эллипс как результат равномерного сжатия окружности к одному из своих диаметров.
9. Параметрические уравнения эллипса. Практический способ построения.
10. Гипербола.
11. Исследование канонического уравнения гиперболы.
12. Асимптоты гиперболы.
13. Параметрические уравнения гиперболы.
14. Эксцентриситет гиперболы и выражение фокальных радиусов через эксцентриситет.
15. Директрисы гиперболы.
16. Касательная к гиперболе.
17. Оптическое свойство гиперболы.
18. Парабола.
19. Касательная к параболе.
20. Оптическое свойство параболы.
21. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.
22. Преобразование равномерного сжатия пространства к плоскости. Вывод уравнения поверхности вращения.



23. Общее преобразование аффинной системы координат в аффинную на плоскости.
24. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат в прямоугольную декартовую на плоскости.
25. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к виду, не содержащему произведения неизвестных.
26. Характеристическое уравнение кривой второго порядка.
27. Приведенное уравнение 1 типа кривых второго порядка и его исследование.
28. Приведенное уравнение 2 типа кривых второго порядка.
29. Приведенное уравнение 3 типа кривых второго порядка.
30. Применение преобразования параллельного переноса к общему уравнению кривой второго порядка.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу  
«Комплексные числа»**

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу  
«Матрицы и определители»**

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя  $n$ -го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка.
5. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
6. Определители специального вида.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы  
линейных алгебраических уравнений»**

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу  
«Многочлены»**

1. Многочлены и действия над ними.
2. Деление многочленов с остатком.
3. Делители и их свойства.
4. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
5. Взаимно простые многочлены.
6. Корни многочленов.
7. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Кратные корни многочленов.
9. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
10. Формулы Виета.

**Тесты по геометрии  
Тест 1. Системы координат**

|     |   |
|-----|---|
| -1) | Даны три последовательных вершины параллелограмма $A(-2;1)$ , $B(1;3)$ , $C(4;0)$ . Найти четвертую его вершину.<br>1) $(1;-2)$ 2) $(2;4)$ 3) $(1;0)$ 4) $(-2;-3)$ 5) $(1;3)$   |
| -5) | Найти расстояние между двумя точками $A(4;3)$ и $B(7;7)$ .<br>1) 3 2) 2 3) 8 4) 6 5) 5  |
| -2) | На оси $Oy$ найти точку, равноудаленную от точки $M(-8;-4)$ и от начала координат.<br>1) $(1;1)$ 2) $(0;-10)$ 3) $(10;0)$ 4) $(0;-3)$ 5) $(2;-4)$   |
| -3) | Дан треугольник $ABC$ : $A(2;-3)$ , $B(1;3)$ , $C(5;-1)$ . Найти точку $M(x;y)$ , симметричную вершине $A$ относительно стороны $BC$ .<br>1) $(1;-1)$ 2) $(2;4)$ 3) $(7;2)$ 4) $(0;0)$ 5) $(-3;-10)$  |
| -1) | Найти центр окружности, проходящей через точку $A(-4;2)$ и касающейся оси $Ox$ в точке $B(2;0)$ .<br>1) $(2;10)$ 2) $(2;-8)$ 3) $(4;8)$ 4) $(-4;10)$ 5) $(0;0)$   |
| -4) | Найти координаты точки $M$ , делящей отрезок $M_1M_2$ в отношении $\lambda=2$ , если $M_1(2;3)$ и $M_2(-5;1)$ .<br>1) $(1;1)$ 2) $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ 3) $\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ 4) $\left(-\frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$ 5) $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ |
| -3) | Один из концов отрезка $AB$ находится в точке $A(2;3)$ , его серединой служит точка $M(1;-2)$ . Найти другой конец $B$ отрезка.<br>1) $(6;0)$ 2) $(0;6)$ 3) $(0;-7)$ 4) $(7;7)$ 5) $(-1;-3)$  |
| -2) | Найти середину отрезка $M_1M_2$ , если $M_1(2;3)$ , $M_2(-4;7)$ .<br>1) $(1;1)$ 2) $(-1;2)$ 3) $(0;2)$ 4) $(5;5)$ 5) $(3;1)$  |
| -4) | Дан треугольник $ABC$ : $A(5;-4)$ , $B(-1;2)$ , $C(5;2)$ . Найти длину медианы $AD$ .<br>1) 3 2) 5 3) 7 4) $\sqrt{45}$ 5) $\sqrt{55}$   |
| -3) | Вычислить площадь треугольника, вершинами которого служат точки $A(2;4)$ , $B(9;4)$ , $C(7;6)$ .<br>1) 5 2) 3 3) 7 4) 9 5) 4  |
| -4) | Две вершины треугольника находятся в точках $A(5;1)$ и $B(-2;2)$ , третья вершина $C$ – на оси $Ox$ . Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину.<br>1) $(-8;0)$ 2) $(32;0)$ 3) $(8;0)$ , $(32;0)$ 4) $(-8;0)$ , $(32;0)$ 5) $(12;0)$  |

|     |   |
|-----|---|
| -1) | Найти полярные координаты точки, симметричной точке $A\left(1; \frac{\pi}{4}\right)$ относительно полюса.<br>1) $\left(1; \frac{5\pi}{4}\right)$ 2) $\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)$ 3) $\left(-1; \frac{5\pi}{4}\right)$ 4) $\left(1; \frac{7\pi}{4}\right)$ 5) $\left(1; -\frac{\pi}{4}\right)$   |
| -2) | Вычислить полярные координаты середины отрезка $AB$ , если $A\left(8; \frac{\pi}{2}\right)$ и $B(8;0)$ .<br>1) $\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)$ 2) $\left(4\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$ 3) $\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $\left(3\sqrt{3}; \frac{7\pi}{4}\right)$ 5) $\left(8\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$   |
| -3) | Найти прямоугольные координаты точки, заданной в полярной системе координат: $A\left(2; \frac{\pi}{3}\right)$ , причем полярная ось совпадает с положительной полуосью оси абсцисс, а начало координат – с полюсом.<br>1) $(1; \sqrt{5})$ 2) $(-\sqrt{2}; 4)$ 3) $(1; \sqrt{3})$ 4) $(3\sqrt{3}; 2)$ 5) $(2; -5)$   |
| -3) | Зная прямоугольные координаты точки $A(-1;1)$ найти ее полярные координаты.<br>1) $\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ 2) $(-2; 0)$ 3) $\left(\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $\left(3; \frac{\pi}{6}\right)$ 5) $\left(2; \frac{11\pi}{6}\right)$   |
| -5) | Найти прямоугольные координаты точки $A\left(3; \frac{\pi}{2}; -2\right)$ , заданной в цилиндрической системе координат.<br>1) $(1; 4; -3)$ 2) $(2; 5; 0)$ 3) $(-1; 2; 2)$ 4) $(1; 3; -2)$ 5) $(3; 0; -2)$  |
| -5) | Найти цилиндрические координаты точки $(\sqrt{3}; -1; -3)$ , заданной в прямоугольной декартовой системе координат.<br>1) $\left(2; \frac{7\pi}{6}; -3\right)$ 2) $\left(4; \frac{\pi}{2}; 3\right)$ 3) $\left(1; \frac{5\pi}{4}; -3\right)$ 4) $(1; 0; -2)$ 5) $\left(2; \frac{11\pi}{6}; -3\right)$   |
| -3) | Найти прямоугольные декартовы координаты точки $B\left(1; \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ , заданной в сферической системе координат.<br>1) $(1; 2; 3)$ 2) $(-2; 3; -1)$ 3) $(0; 0; 1)$ 4) $(3; 2; -1)$ 5) $(1; 5; -4)$   |
| -4) | Найти сферические координаты точки $A(-3; \sqrt{3}; -2)$ , заданной в прямоугольной декартовой системе координат.<br>1) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(1; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 3) $\left(2; \frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right)$ 4) $\left(4; \frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 5) $\left(1; 0; \frac{\pi}{2}\right)$                           |
| -2) | Найти сферические координаты точки, симметричной точке $A\left(3; \frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{3}\right)$ относительно фокуса.<br>1) $\left(-3; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 3) $\left(3; \frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ 4) $\left(4; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$ 5) $\left(2; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$ |

## Тест 2. Прямая и плоскость

|     |  |
|-----|--|
| -3) | Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и через точку $(-1, -8)$ .<br>1) $x + y = 0$ 2) $2x + 4y - 3 = 0$ 3) $8x - y = 0$ 4) $x + 8y = 0$ 5) $8x + 8y - 3 = 0$ |
| -1) | Дан треугольник $ABC$ : $A(-2, 3)$ , $B(4, 1)$ , $C(6, -5)$ . Написать уравнение медианы $AM$ .  |

|     |   |
|-----|---|
|     | 1) $5x+7y-11=0$ 2) $3x+2y-4=0$ 3) $x+y=0$ 4) $5x+7y+11=0$<br>5) $5x+5y-11=0$  |
| -4) | Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой $x+2y-6=0$ .<br>1) 7 2) 4 3) 8 4) 9 5) 7   |
| -5) | Через точку $M_0(7,4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x-2y+4=0$ .<br>1) $2x-3y+11=0$ 2) $2x-2y+13=0$ 3) $3x+2y+13=0$ 4) $2x+3y+15=0$<br>5) $3x-2y-13=0$   |
| -2) | Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(7,4)$ перпендикулярно к прямой $3x-2y+4=0$ .<br>1) $x-3y-5=0$ 2) $2x+3y-26=0$ 3) $3x+2y-26=0$ 4) $2x+5y-3=0$<br>5) $-x+2y-11=0$   |
| -4) | Вычислить расстояние $d$ между параллельными прямыми: $3x-4y-10=0$ и $6x-8y+5=0$ .<br>1) 3 2) 4 3) 2 4) 2.5 5) 1.5  |
| -1) | Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $7x-y+3=0$ и $3x+5y-4=0$ и через точку $A(2,-1)$ .<br>1) $25x+29y-21=0$ 2) $x-3y+11=0$ 3) $23x+28y-31=0$ 4) $x+3y-14=0$<br>5) $25x-29y+21=0$   |
| -2) | Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки: $M_1(2,3,1)$ , $M_2(3,1,4)$ , $M_3(2,1,5)$ .<br>1) $x+y-z+3=0$ 2) $x+2y+z-9=0$ 3) $2x+3y+z+1=0$ 4) $x-y+3z+4=0$<br>5) $x+y-z+1=0$   |
| -4) | Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3,5,-7)$ и отсекающей на осях координат равные отрезки.<br>1) $x+y-3z+11=0$ 2) $x+y+z+10=0$ 3) $x+y+z-5=0$ 4) $x+y+z-10=0$<br>5) $2x+2y-2z+3=0$  |
| -3) | Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2,-1,3)$ и $M_1(3,1,2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{3,1,-4\}$ .<br>1) $x+y+z=0$ 2) $x+y-z=0$ 3) $x-y-z=0$ 4) $2x+3y+z=0$ 5) $x+3y-4z=0$   |
| -2) | Вычислить расстояние $d$ от точки $M_0(-2,-4,2)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1,-1,1)$ , $M_2(-2,1,3)$ и $M_3(4,-5,-2)$ .<br>1) 3 2) 4 3) 5 4) 8 5) 12   |
| -5) | Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через линию пересечения плоскостей $2x+5y-6z+1=0$ , $3y+2z+6=0$ .<br>1) $6x+9y+5z-3=0$ 2) $x+8y+5z+3=0$ 3) $6x-8y-5z+3=0$<br>4) $x+9y+5z+11=0$ 5) $6x+9y-22z=0$   |
| -2) | Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(2,3,1)$ и $M_2(4,6,9)$ .<br>1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 3) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$<br>4) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{3}$ 5) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ |
| -1) | Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $2x-z=0$ , $x+y-z+5=0$ и перпендикулярной к плоскости $7x-y+4z-3=0$ .<br>1) $3x+5y-4z+25=0$ 2) $3x-4z+25=0$ 3) $3x-5y+4z+25=0$<br>4) $x-y+3z+11=0$ 5) $3x-5y-4z+25=0$  |
| -2) | Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(1,-1,3)$  |

|     |  |
|-----|--|
|     | параллельно вектору $\vec{a} = \{2, -3, 4\}$ .<br>1) $\begin{cases} x = t + 1, \\ y = t - 1, \\ z = -4t + 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -3t - 1, \\ z = 4t + 3. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = -2t + 1, \\ y = 3t - 1, \\ z = 3t + 3. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = -t + 1, \\ y = -5t - 5, \\ z = 4t + 36 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = -2t, \\ y = 3t + 5, \\ z = t - 1. \end{cases}$           |
| -5) | Составить каноническое уравнение прямой, заданной как линия пересечения двух плоскостей: $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$<br>1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{8}$ 3) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{5}$<br>4) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-5}{6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$ |
| -1) | Из точки $M_0(3, -2, 4)$ опустить перпендикуляр на плоскость $5x + 3y - 7z + 1 = 0$ .<br>1) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-7}$ 2) $\frac{x}{-1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ 3) $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-5}{7}$<br>4) $\frac{x-5}{-4} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+13}{1} = \frac{z-8}{4}$   |
| -3) | Найти проекцию точки $M_0(1, 2, -3)$ на плоскость $6x - y + 3z - 41 = 0$ .<br>1) (1;2;3) 2) (-2;3;-1) 3) (7;1;0) 4) (3;2;-1) 5) (1;5;-4)   |
| -4) | Найти точку, симметричную точке $M_1(4, 3, 10)$ относительно прямой $l: \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t + 12, \\ z = 5t + 3. \end{cases}$<br>1) (-1;5;4) 2) (7;-3;1) 3) (8;-1;5) 4) (2;9;6) 5) (0;-5;1)  |
| -5) | Найти расстояние между параллельными прямыми: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$ .<br>1) 6 2) 7 3) 2 4) 2 5) 3  |

### Тест 3. Теория кривых 2-го порядка

|     |  |
|-----|--|
| -4) | Составить каноническое уравнение эллипса, если полуоси $a=5, b=4$ .<br>1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$  |
| -2) | Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 8 и большая ось равна 10.<br>1) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ 2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 3) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$     |
| -1) | Прямые $x = \pm 8$ служат директрисами эллипса, малая ось которого равна 8. Составить уравнение этого эллипса.<br>1) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ |
| -3) | Составить каноническое уравнение эллипса, если малая ось его видна из фокуса под прямым углом, а фокусы находятся в точках $F_1(-3, 0), F_2(3, 0)$ .   |

|     |   |
|-----|---|
|     | 1) $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ 3) $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$   |
| -2) | Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ , проходящих через точку $N(10,4)$ .<br>1) $x + y - 3 = 0$ 2) $y = 4$ , $16x - 15y - 100 = 0$ 3) $3x + 4y - 12 = 0$ , $2x + 3y + 1 = 0$<br>4) $x = 3$ , $y = -4$ 5) $x + y - 1 = 0$ , $x + y - 1 = 0$   |
| -3) | Составить каноническое уравнение гиперболы, если действительная полуось $a=5$ , а мнимая $b=3$ .<br>1) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$   |
| -4) | Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами равно 10 и действительная ось равна 8.<br>1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$   |
| -1) | Даны уравнения асимптот $y = \pm \frac{5}{12}x$ гиперболы и координаты точки $M(24,5)$ , лежащей на гиперболе. Составить каноническое уравнение гиперболы.<br>1) $\frac{x^2}{432} - \frac{y^2}{75} = 1$ 2) $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{100} = 1$ 3) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{75} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{200} - \frac{y^2}{100} = 1$   |
| -1) | Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между директрисами равно $\frac{32}{5}$ и эксцентриситет $e = \frac{5}{4}$ .<br>1) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$  |
| -5) | Написать уравнения асимптот и уравнения директрис гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ .<br>1) $y = \pm \frac{8}{3}x$ , $x = \pm \frac{19}{5}$ 2) $y = \pm \frac{5}{3}x$ , $x = \pm \frac{8}{5}$ 3) $y = \frac{4}{3}x$ , $x = \frac{9}{5}$ 4) $y = -\frac{4}{3}x$ , $x = -\frac{9}{5}$<br>5) $y = \pm \frac{4}{3}x$ , $x = \pm \frac{9}{5}$   |
| -2) | Дана гипербола $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Написать уравнение сопряженной гиперболы и вычислить ее эксцентриситет.<br>1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ , $e = \frac{3}{4}$ 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ , $e = \frac{5}{4}$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ , $e = \frac{3}{2}$<br>4) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ , $e = \frac{3}{5}$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ , $e = \frac{5}{3}$ |
| -3) | Составить уравнение касательной к гиперболе $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ в точке $M(-5,4)$ .<br>1) $6x + y - 3 = 0$ 2) $x + 8y + 3 = 0$ 3) $x + y - 1 = 0$ 4) $x + 9y + 11 = 0$ 5) $x + y - 2 = 0$   |
| -2) | Определить координаты фокуса параболы $y^2 = -8x$ .<br>1) $F(4;0)$ 2) $F(-2;0)$ 3) $F(2;0)$ 4) $F(0;-2)$ 5) $F(0;2)$  |
| -5) | Составить уравнение параболы, если она симметрична относительно оси $Ox$ , проходит через начало координат и через точку $M(1,-4)$ .  |

|     |  |
|-----|--|
|     | 1) $y^2 = -16x$ 2) $y^2 = 8x$ 3) $y^2 = 6x$ 4) $x^2 = 16y$ 5) $y^2 = 16x$  |
| -4) | Составить уравнение касательной к параболе $y^2=4x$ в точке $M(9,6)$ .<br>1) $x + y - 3 = 0$ 2) $2x + y + 3 = 0$ 3) $2x + y - 1 = 0$ 4) $x - 3y + 9 = 0$ 5) $x + y - 2 = 0$  |
| -3) | Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ . Написать уравнение этого эллипса в полярных координатах.<br>1) $r = \frac{8}{3 - 2 \cos \varphi}$ 2) $r = \frac{10}{3 - 4 \cos \varphi}$ 3) $r = \frac{10}{3 - 2 \cos \varphi}$ 4) $r = \frac{10}{3 + 2 \cos \varphi}$ 5) $r = \frac{1}{3 - \cos \varphi}$  |
| -1) | Дана гипербола $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ . Написать уравнение этой гиперболы в полярных координатах.<br>1) $r = \frac{18}{4 - 5 \cos \varphi}$ 2) $r = \frac{16}{3 - 4 \cos \varphi}$ 3) $r = \frac{10}{1 - \cos \varphi}$ 4) $r = \frac{4}{3 + 2 \cos \varphi}$ 5) $r = \frac{18}{3 - \cos \varphi}$  |
| -4) | Дана парабола $y^2=10x$ . Написать уравнение этой параболы в полярных координатах.<br>1) $r = \frac{4}{4 - \cos \varphi}$ 2) $r = \frac{6}{1 - 4 \cos \varphi}$ 3) $r = \frac{5}{1 + \cos \varphi}$ 4) $r = \frac{5}{1 - \cos \varphi}$ 5) $r = \frac{1}{3 - \cos \varphi}$  |
| -5) | Кривая дана уравнением в полярных координатах $r = \frac{144}{13 - 5 \cos \varphi}$ . Написать уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.<br>1) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ |
| -2) | Найти центр кривой 2-го порядка $3x^2 - 4xy - 2y^2 + 3x - 12y - 7 = 0$ . 1) $(-1, -1)$<br>2) $(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 3) $(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ 4) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 5) $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$   |

#### Тест 4. Теория поверхностей 2-го порядка

|     |  |
|-----|--|
| -3) | Составить уравнение эллипсоида, пересекающего координатные плоскости $Oxz$ и $Oyz$ соответственно по линиям $\begin{cases} y = 0, \\ \frac{x^2}{25} + \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 0, \\ \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases}$ , если его оси совпадают с осями координат.<br>1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$<br>5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ |
| -1) | Составить уравнение эллипсоида, оси которого совпадают с осями координат, если он проходит через эллипс $\begin{cases} z = 0, \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1. \end{cases}$ и через точку $M(1, 2, \sqrt{23})$ .<br>1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1$ 2) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$   |

|     |  |
|-----|--|
|     | 5) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} + \frac{z^2}{36} = 1$   |
| -5) | <p>На однополостном гиперboloиде <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1</math> найти прямолинейные образующие, проходящие через точку <math>M(6,2,8)</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-6}{-9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math><br/> 2) <math>\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-5}{9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math><br/> 3) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{-4}</math> и <math>\frac{x-6}{-9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{2}</math><br/> 4) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{-4}</math> и <math>\frac{x-6}{9} = \frac{y}{-8} = \frac{z-8}{20}</math><br/> 5) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-6}{9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math></p> |
| -4) | <p>Найти центр поверхности</p> $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 6xz + 2x - 6y - 2z = 0.$ <p>1) (1;1;1) 2) (3;4;-8) 3) (1;0;3) 4) (1;1;-1) 5) (4;2;6)</p>   |
| -2) | <p>Как преобразуется уравнение поверхности</p> $x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz + 2x + 20y + 8z - 9 = 0,$ <p>если начало координат перенести в центр этой поверхности?</p> <p>1) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz - 24 = 0</math><br/> 2) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz - 5 = 0</math><br/> 3) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy + 24yz + 6xz - 5 = 0</math><br/> 4) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - yz + 6xz + 5 = 0</math><br/> 5) <math>x^2 - y^2 + z^2 - xy - 24yz + 6xz - 5 = 0</math></p>  |
| -3) | <p>Составить уравнение плоскости, касающейся поверхности</p> $5x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 6xz + 2x + 4y + 6z - 8 = 0$ <p>в точке <math>M_0(0,-4,4)</math>.</p> $5x + 6y + 7z - 4 = 0.$ <p>1) <math>x + y + z - 4 = 0</math> 2) <math>5x - 6y - 7z - 4 = 0</math> 3) <math>5x + 6y + 7z - 4 = 0</math><br/> 4) <math>5x + 6y + 7z + 44 = 0</math> 5) <math>6y + 7z - 4 = 0</math></p>  |
| -1) | <p>Найти диаметрально плоскость поверхности</p> $2x^2 + 5y^2 + 8z^2 + 2xy + 6xz + 12yz + 8x + 14y + 18z = 0,$ <p>сопряженную хордам, параллельным вектору <math>\bar{b} = \{3,2,-5\}</math>.</p> <p>1) <math>7x + 17y + 19z + 19 = 0</math> 2) <math>x - y - 7z - 4 = 0</math> 3) <math>7x + 17y + 7z + 19 = 0</math><br/> 4) <math>x + 6y + 7z + 4 = 0</math> 5) <math>7x + 6y + 7z - 24 = 0</math></p>   |
| -5) | <p>Найти <math>S_1, S_2, S_3</math> для общего уравнение поверхности второго порядка</p> $5x^2 + 7y^2 + 6z^2 - 4xz + 4yz - 10x + 14y + 8z - 6 = 0.$  |



|     |  |
|-----|--|
|     | 1) $S_1 = 1, S_2 = 2, S_3 = 3$ 2) $S_1 = -1, S_2 = -2, S_3 = 3$ 3) $S_1 = 0, S_2 = 4, S_3 = 6$<br>4) $S_1 = 2, S_2 = -2, S_3 = 0$ 5) $S_1 = 3, S_2 = 6, S_3 = 9$   |
| -3) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид  |
| -1) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид |
| -2) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид  |
| -5) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = -z$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид                  |
| -3) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 0$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) эллиптический конус 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид       |
| -4) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) гиперболический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид                 |
| -1) | Назвать поверхность, заданную уравнением $x^2 = 4y$ .<br>1) параболический цилиндр 2) однополостный гиперболоид<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) эллиптический параболоид   |
| -2) | Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 0$ .<br>1) трехосный эллипсоид 2) пара пересекающихся прямых<br>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр<br>5) пара параллельных прямых                  |

## Тесты по алгебре

### Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

|     |   |
|-----|---|
| -5) | <p>Вычислить <math>\frac{(1+i)^2 - (4+i) \cdot (2+3i)}{(1-i) \cdot (2+i)}</math>;</p> <p>1) <math>3-1.7i</math> 2) <math>0.5+0.75i</math> 3) <math>i</math> 4) <math>1-i</math> 5) <math>-0.3-4.1i</math></p>   |
| -2) | <p>Вычислить <math>\frac{(3+i) - (4-2i) \cdot (1-3i)}{1+i}</math>;</p> <p>1) <math>\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i</math> 2) <math>\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i</math> 3) <math>-\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i</math> 4) <math>\frac{7}{2} + \frac{9}{2}i</math> 5) <math>\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i</math></p>   |
| -1) | <p>Вычислить <math>\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{100}</math>;</p> <p>1) <math>-\frac{1}{2^{50}}</math> 2) <math>\frac{1}{2^{40}}</math> 3) <math>2^{100}i</math> 4) <math>\frac{1}{2^{25}}i</math> 5) <math>\left(\frac{1}{2}\right)^{100}</math></p>   |
| -3) | <p>Вычислить <math>(-2+2i)^{80}</math>;</p> <p>1) <math>2^{45}</math> 2) <math>3^{80}</math> 3) <math>8^{40}</math> 4) <math>4^{10}i</math> 5) <math>-2^{40}</math></p>   |
| -5) | <p>Вычислить <math>\sqrt[3]{1}</math>;</p> <p>1) <math>1</math> 2) <math>i</math> 3) <math>\{\pm 1; \pm i\}</math> 4) <math>\{-1; \pm i\}</math> 5) <math>\left\{1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}</math></p>   |
| -4) | <p>Вычислить <math>\sqrt[4]{-81}</math>;</p> <p>1) <math>\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}</math> 2) <math>\{3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i; -3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i\}</math> 3) <math>\{1; \pm i; -1; \pm i\}</math></p> <p>4) <math>\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2} \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}i; -\frac{3\sqrt{2}}{2} \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}</math> 5) <math>\left\{\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}</math></p> |
| -2) | <p>Найти алгебраическую форму комплексного числа <math>\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}</math>;</p> <p>1) <math>\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i</math> 2) <math>\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i</math> 3) <math>\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i</math> 4) <math>-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i</math> 5) <math>\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i</math></p>   |
| -5) | <p>Найти алгебраическую форму комплексного числа <math>\cos \pi + i \sin \pi</math>;</p> <p>1) <math>i</math> 2) <math>-i</math> 3) <math>1+i</math> 4) <math>1</math> 5) <math>-1</math></p>   |
| -5) | <p>Найти модуль и аргумент комплексного числа <math>3+3i</math>;</p> <p>1) <math>r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{6}</math> 2) <math>r = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}</math> 3) <math>r = 1, \varphi = 0</math> 4) <math>r = 5, \varphi = \frac{\pi}{4}</math> 5) <math>r = 3\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}</math></p>  |
| -1) | <p>Найти модуль и аргумент комплексного числа <math>-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i</math>;</p> <p>1) <math>r = 1, \varphi = \frac{7\pi}{6}</math> 2) <math>r = 2, \varphi = \frac{5\pi}{6}</math> 3) <math>r = 1, \varphi = \frac{\pi}{3}</math> 4) <math>r = 2, \varphi = \frac{7\pi}{6}</math> 5) <math>r = 1, \varphi = \frac{11\pi}{6}</math></p>   |
| -2) | <p>Представить в тригонометрическом виде <math>\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i</math>;</p> <p>1) <math>2(\cos 0 + i \sin 0)</math> 2) <math>1\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)</math> 3) <math>3\left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}\right)</math></p>  |

|     |  |
|-----|--|
|     | 4) $-2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$   |
| -5) | Представить в тригонометрическом виде $-1+i$ ;<br>1) $1(\cos 0 + i\sin 0)$ 2) $2(\cos 0 + i\sin 0)$ 3) $-2(\cos 0 - \sin 0)$ 4) $5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$<br>5) $1\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$  |
| -3) | Вычислить $\frac{\cos 110^\circ + i\sin 110^\circ}{\cos 20^\circ + i\sin 20^\circ}$ ;<br>1) 12) $1+i$ 3) $i$ 4) $-i$ 5) $1+2i$   |
| -4) | Вычислить $\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}$ ;<br>1) 12) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$   |
| -2) | Вычислить $i^{123}$ ;<br>1) 12) $-i$ 3) $-14$ 4) $1+i$ 5) $i$  |
| -5) | Вычислить $i^{-386}$ ;<br>1) $\frac{1}{2}i$ 2) $i$ 3) $1$ 4) $-i$ 5) $-1$  |
| -2) | Решить квадратное уравнение $x^2 - (2+i)x + (-1+7i) = 0$ ;<br>1) $\{1+i, 1-i\}$ 2) $\{3-i, -1+2i\}$ 3) $\{1+2i, 3+i\}$ 4) $\{-1+2i, 3-2i\}$ 5) $\{2-i, 3+2i\}$   |
| -1) | Решить квадратное уравнение $x^2 - (3-2i)x + (5-5i) = 0$ ;<br>1) $\{2+i, 1-3i\}$ 2) $\{4+i, 1-i\}$ 3) $\{2+i, 1-4i\}$ 4) $\{2-i, 1+3i\}$ 5) $\{1+i, 4i\}$  |
| -3) | Решить кубическое уравнение $x^3 - 6x + 9 = 0$ ;<br>1) $\left\{-2, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 2) $\{-5, -3, 1\}$ 3) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{1, \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i\right\}$ 5) $\left\{3, \frac{1}{3} \pm \frac{1}{4}i\right\}$ |
| -2) | Решить кубическое уравнение $x^3 + 12x + 63 = 0$ ;<br>1) $\{-1, \pm 3\}$ 2) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$ 3) $\{2, 5 \pm 3i\}$ 4) $\{3, 1 \pm i\}$ 5) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$   |

## Тест 2. Матрицы и определители

|     |  |
|-----|--|
| -4) | Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ , $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A+2B-3C$ ;<br>1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -6 & 1 & -2 \\ -1 & 12 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -6 & -1 & -2 \\ -1 & 12 & 1 \end{pmatrix}$ |
| -1) | Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ , $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ . Вычислить $2A-B+3C$ ;  |

|     |  |
|-----|--|
|     | 1) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 8 & 22 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$   |
| -5) | Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A \times B$ ;<br>1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 14 \\ -3 & 19 \\ -19 & 17 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -6 & 14 & -2 \\ 10 & -19 & 17 \end{pmatrix}$   |
| -3) | Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A \times B$ ;<br>1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 8 & 19 & 8 \\ 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   |
| -5) | Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 9 \end{vmatrix}$ ;<br>1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35  |
| -4) | Вычислить $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ ;<br>1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1  |
| -1) | Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A^{-1}$ ;<br>1) $\begin{pmatrix} \frac{3}{22} & -\frac{1}{22} & \frac{14}{22} \\ \frac{3}{22} & \frac{9}{22} & -\frac{8}{22} \\ -\frac{1}{22} & -\frac{3}{22} & \frac{10}{22} \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{20}{11} & \frac{8}{11} & \frac{7}{11} \\ \frac{13}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{8}{11} & \frac{1}{11} & \frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} \frac{3}{19} & -\frac{1}{19} & \frac{14}{19} \\ \frac{3}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{8}{19} \\ -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19} \end{pmatrix}$<br>4) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ |
| -3) | Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A^{-1}$ ;  |

|     |  |
|-----|--|
|     | $1) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{13}{7} & \frac{4}{4} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{7} & \frac{4}{4} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ $5) \begin{pmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{11}{1} & \frac{11}{4} & \frac{11}{5} \\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$  |
| -3) | <p>Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 2 &amp; 5 &amp; -4 \\ 1 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 4 &amp; 2 &amp; 6 &amp; -4 \end{pmatrix}</math>. Вычислить ранг матрицы <math>A</math>;</p> <p>1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0</p>   |
| -4) | <p>Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 4 &amp; -3 \\ 0 &amp; 3 &amp; 7 &amp; 5 \\ 1 &amp; -2 &amp; 10 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>. Вычислить ранг матрицы <math>A</math>;</p> <p>1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4</p>  |
| -5) | <p>Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 &amp; -2 \\ 2 &amp; -2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>A^2</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; -3 &amp; 7 \\ 1 &amp; 4 &amp; 1 \\ 2 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 7 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 7 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 9 \\ 0 &amp; 9 &amp; 0 \\ 9 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} 9 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 9 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 9 \end{pmatrix}</math></p>  |
| -3) | <p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 3 \\ -1 &amp; 1 &amp; -3 \\ 2 &amp; -2 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 5 &amp; 2 \\ 0 &amp; 3 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>(A \times B)^T</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; 5 &amp; 0 \\ -7 &amp; -5 &amp; 0 \\ 14 &amp; 10 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; -7 &amp; 14 \\ 5 &amp; -5 &amp; 10 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; -3 \\ -1 &amp; -2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> |
| -1) | <p>Вычислить <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 2 &amp; 3 &amp; 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 &amp; 2 \\ -1 &amp; 3 &amp; 0 &amp; 4 \end{vmatrix}</math>;</p> <p>1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1</p>  |
| -2) | <p>Вычислить <math>\begin{vmatrix} 2 &amp; -1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 3 &amp; 1 &amp; 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; 1 &amp; 3 \\ 1 &amp; 2 &amp; -1 &amp; 0 \end{vmatrix}</math>;</p> <p>1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7</p>  |

|     |   |
|-----|---|
| -4) | Вычислить $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$  |
|     | 1) 35 2) 33) -4 4) 18 5) 30   |
| -2) | Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 & -3 \\ 6 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$  |
|     | 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126  |
| -4) | Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{vmatrix};$   |
|     | 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280  |
| -1) | Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 81 \end{vmatrix};$  |
|     | 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40  |
| -3) | Вычислить $\begin{vmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & x_1 y_3 \\ x_2 y_1 & x_2 y_2 & x_2 y_3 \\ x_3 y_1 & x_3 y_2 & x_3 y_3 \end{vmatrix};$                                      |
|     | 1) 5 2) $x_1 y_1$ 3) 0 4) $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ 5) $x_3 y_3$   |
| -2) | Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix};$ |
|     | 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12   |

### Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

|     |   |
|-----|---|
| -1) | Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$  |
|     | 1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ . 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0$ . 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1$ .<br>4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1$ . 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ . |
| -4) | Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$                                       |

|     |   |
|-----|---|
|     | <p>1) <math>x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4</math>. 2) <math>x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}</math>. 3) <math>x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0</math>.</p> <p>4) <math>x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7</math>. 5) <math>x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}</math>.</p>   |
| -2) | <p>Решить в матричном виде систему <math display="block">\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3</math>. 2) <math>x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3</math>. 3) <math>x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{6}, x_3 = -\frac{5}{3}</math>.</p> <p>4) <math>x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0</math>. 5) <math>x_1 = 3, x_2 = -4, x_3 = 1</math>.</p>   |
| -5) | <p>Решить в матричном виде систему <math display="block">\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 1</math>. 2) <math>x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1</math>. 3) <math>x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = -1</math>.</p> <p>4) <math>x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5</math>. 5) <math>x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1</math>.</p>  |
| -3) | <p>При каком значении <math>\lambda</math> система совместная <math display="block">\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = \lambda. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>\lambda = 1</math> 2) <math>\lambda = -1</math> 3) <math>\lambda = 3</math> 4) <math>\lambda = 0</math> 5) <math>\lambda = -2</math></p>  |
| -1) | <p>При каком значении <math>\lambda</math> система совместная <math display="block">\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + \lambda x_4 = 3. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>\lambda = 1</math> 2) <math>\lambda = -5</math> 3) <math>\lambda = 0</math> 4) <math>\lambda = 5</math> 5) <math>\lambda = -3</math></p>   |
| -1) | <p>Методом Гаусса найти общее решение системы <math display="block">\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 17, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 19, \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 19. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>x_1 = 1, x_2 = 2 - x_4, x_3 = 3 - x_4</math>. 2) <math>x_1 = 3x_4, x_2 = 3 - x_4, x_3 = 2 + x_4</math>.</p> <p>3) <math>x_1 = 1 + x_4, x_2 = 2 + 2x_4, x_3 = 1 - x_4</math>. 4) <math>x_1 = -1, x_2 = 1 - x_4, x_3 = 2 - x_4</math>.</p> <p>5) <math>x_1 = 3, x_2 = x_4, x_3 = -3 + 2x_4</math>.</p>   |
| -2) | <p>Методом Гаусса найти общее решение системы <math display="block">\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>x_1 = 2 - x_4, x_2 = 1 - x_4, x_3 = x_4</math>. 2) <math>x_1 = 1 - \frac{1}{5}x_4, x_2 = 1 - \frac{6}{5}x_4, x_3 = 1 - \frac{3}{5}x_4</math>.</p> <p>3) <math>x_1 = 1 + \frac{1}{3}x_4, x_2 = 1 + \frac{1}{4}x_4, x_3 = 2 - \frac{1}{3}x_4</math>. 4) <math>x_1 = x_4, x_2 = 3 + 2x_4, x_3 = -x_4</math>.</p> <p>5) <math>x_1 = 2x_4, x_2 = 1 - x_4, x_3 = 3 - 2x_4</math>.</p> |
| -5) | <p>Методом Гаусса найти базисное решение системы <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 6, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 16, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 11. \end{cases}</math></p> <p>1) <math>x_1 = -1, x_2 = 4, x_3 = -1, x_4 = 0</math>. 2) <math>x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 0</math>.</p>  |

|     |   |
|-----|---|
|     | 3) $x_1 = 2, x_2 = 5, x_3 = -3, x_4 = 0$ . 4) $x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = 0$ .<br>5) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 0$ .  |
| -3) | Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$<br>1) $x_1 = 5, x_2 = 3, x_3 = 1, x_4 = 0$ . 2) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 0$ .<br>3) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 0$ . 4) $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 0$ .<br>5) $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 2, x_4 = 0$ .    |
| -1) | Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$<br>1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2$ . 2) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 4$ .<br>3) $x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2$ . 4) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2$ .<br>5) $x_1 = 3, x_2 = 3, x_3 = 1, x_4 = 2$ .    |
| -4) | Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$<br>1) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 3$ . 2) $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = -3$ .<br>3) $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 2, x_4 = 3$ . 4) $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 3$ .<br>5) $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = -3$ . |
| -3) | При каком значении $\lambda$ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + \lambda x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$<br>1) $\lambda = 0$ 2) $\lambda = -2$ 3) $\lambda = 4$ 4) $\lambda = -1$ 5) $\lambda = 3$   |
| -1) | При каком значении $\lambda$ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0. \end{cases}$<br>1) $\lambda \neq 2$ 2) $\lambda \in (-\infty, 3)$ 3) $-2 \leq \lambda \leq 2$ 4) $\lambda > 2$ 5) $\lambda < 2$  |

#### Тест 4. Многочлены

|     |   |
|-----|---|
| -3) | Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$<br>1) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - x) + x^2 + x + 1$<br>2) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - 3x - 3) + x^3 + 11x + 3$<br>3) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - 3x - 3) + 5x^3 - 6x^2 + 11x + 8$<br>4) $f(x) = g(x) \cdot (x^4 - 4) + 5x^5 + x^3 - 2$<br>5) $f(x) = g(x) \cdot (x - 1) + 3$ |
| -1) | Разделить $f(x) = 3x^5 - 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ на $g(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$<br>1) $f(x) = g(x) \cdot (3x^2 + 2x - 10) - 20x^2 + 63x - 43$<br>2) $f(x) = g(x) \cdot (3x + 1)$   |



|     |  |
|-----|--|
|     | <p>3) <math>f(x) = g(x) \cdot (3x^2 + 2x - 4) + 7</math></p> <p>4) <math>f(x) = g(x) \cdot (2x - 1) + x^3 + x</math></p> <p>5) <math>f(x) = g(x) \cdot (x^3 + x - 3) + 2x^2 + 4x - 3</math></p>  |
| -3) | <p>Найти НОД <math>f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x</math> и <math>g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x</math></p> <p>1) <math>x + 1</math></p> <p>2) <math>x^2 + 2x - 1</math></p> <p>3) <math>x^3 + x</math></p> <p>4) <math>x - 4</math></p> <p>5) <math>x^4 + x^2 - x</math></p>   |
| -5) | <p>Найти НОД <math>f(x) = 2x^3 + 3x^2 - x - 12</math> и <math>g(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 16</math></p> <p>1) <math>x^2 + 2x + 1</math></p> <p>2) <math>x^4 + x</math></p> <p>3) <math>x^3 - 1</math></p> <p>4) <math>1</math></p> <p>5) <math>x^4 + 3x^2 + 4</math></p>   |
| -5) | <p>По схеме Горнера найти <math>f(-3)</math> если <math>f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 3</math></p> <p>1) 1 2) 532 3) 17 4) -59 5) -189</p>  |
| -1) | <p>По схеме Горнера найти <math>f(-2)</math> если <math>f(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 4</math></p> <p>1) -46 2) -2 3) 19 4) 53 5) 157</p>  |
| -2) | <p>Разложить по степеням <math>x - 3</math> <math>f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 20x - 11</math></p> <p>1) <math>f(x) = (x - 3)^4 + 2(x - 3)^3 + (x - 3) + 11</math></p> <p>2) <math>f(x) = 3(x - 3)^4 + 38(x - 3)^3 + 166(x - 3)^2 + 314(x - 3) + 220</math></p> <p>3) <math>f(x) = (x - 3)^4 + (x - 3)^2 + 1</math></p> <p>4) <math>f(x) = (x - 3)^5 + 3(x - 3)^3 - (x - 3) + 123</math></p> <p>5) <math>f(x) = 3(x - 3)^3 + 38(x - 3)^2 + 166(x - 3) + 314</math></p>                             |
| -1) | <p>Разложить по степеням <math>x + 2</math> <math>f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 1</math></p> <p>1) <math>f(x) = (x + 2)^5 - 13(x + 2)^4 + 66(x + 2)^3 - 168(x + 2)^2 + 218(x + 2) - 117</math></p> <p>2) <math>f(x) = (x + 2)^3 - 20(x + 2)^2 + (x + 2) + 1</math></p> <p>3) <math>f(x) = (x + 2)^5 - 20(x + 2)^4 - 11(x + 2)^3 + 2(x + 2)^2 - (x + 2) + 12</math></p> <p>4) <math>f(x) = (x + 2)^4 - (x + 2)^2 + 27(x + 2) + 3</math></p> <p>5) <math>f(x) = 5(x + 2)^5 - 123</math></p> |
| -4) | <p>Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой <math>i</math>.</p> <p>1) <math>f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3</math></p> <p>2) <math>f(x) = x^3 + 3x^2 + 9x - 27</math></p> <p>3) <math>f(x) = x^4 + 2x - 1</math></p> <p>4) <math>f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4</math></p> <p>5) <math>f(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 3x - 15</math></p>  |
| -1) | <p>Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой <math>i</math>.</p> <p>1) <math>f(x) = x^3 - (4 + i)x^2 + (4 + 4i)x - 4i</math> 2) <math>f(x) = x^3 + 2ix^2 - 3ix + (1 + i)</math></p> <p>3) <math>f(x) = x^3 + 4x^2 + x - (5 + i)</math> 4) <math>f(x) = (1 - i)x^3 + (2 + i)x^2 + (1 + 2i)x + (3 - i)</math></p> <p>5) <math>f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4</math></p>  |

#### 7.1.4. Вопросы к зачету

1. Аффинная (общая декартова) система координат. Прямоугольная декартова система координат.
2. Полярная система координат и ее связь с прямоугольной декартовой.
3. Цилиндрическая система координат.
4. Сферическая система координат.
5. Векторы. Линейные операции над векторами.
6. Понятие линейной зависимости векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства.
8. Векторное произведение векторов и его свойства.
9. Смешанное произведение трех векторов.
10. Двойное векторное произведение трех векторов.
11. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
12. Общее уравнение прямой и его исследование.
13. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”
14. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
15. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми.
16. Нормальное уравнение прямой.
17. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
18. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
19. Пучок прямых на плоскости.
20. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
21. Общее уравнение плоскости и его исследование.
22. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”.
23. Взаимное расположение плоскостей.
24. Параметрические уравнения плоскости.
25. Нормальное уравнение плоскости.
26. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
27. Расстояние от точки до плоскости.
28. Пучок плоскостей.
29. Связка плоскостей.
30. Угол между двумя плоскостями.
31. Каноническое уравнение прямой, параметрические и векторно-параметрические уравнения прямой в пространстве.
32. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
33. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
34. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
35. Взаимное расположение прямых в пространстве.
36. Расстояние между двумя прямыми в пространстве
37. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

- 38.Связка прямых.
- 39.Окружность.
- 40.Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.
- 41.Исследование канонического уравнения эллипса.
- 42.Эксцентриситет и директрисы эллипса.
- 43.Касательная к эллипсу.
- 44.Оптическое свойство эллипса
- 45.Преобразование равномерного сжатия плоскости к прямой.
- 46.Эллипс как результат равномерного сжатия окружности к одному из своих диаметров.
- 47.Параметрические уравнения эллипса. Практический способ построения.
- 48.Гипербола.
- 49.Исследование канонического уравнения гиперболы.
- 50.Асимптоты гиперболы.
- 51.Параметрические уравнения гиперболы.
- 52.Эксцентриситет гиперболы и выражение фокальных радиусов через эксцентриситет.
- 53.Директрисы гиперболы.
- 54.Касательная к гиперболе.
- 55.Оптическое свойство гиперболы.
- 56.Парабола.
- 57.Касательная к параболе.
- 58.Оптическое свойство параболы.
- 59.Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.
- 60.Преобразование равномерного сжатия пространства к плоскости. Вывод уравнения поверхности вращения.
- 61.Общее преобразование аффинной системы координат в аффинную на плоскости.
- 62.Преобразование прямоугольной декартовой системы координат в прямоугольную декартовую на плоскости.
- 63.Приведение общего уравнения кривой второго порядка к виду, не содержащему произведения неизвестных.
- 64.Характеристическое уравнение кривой второго порядка.
- 65.Приведенное уравнение 1 типа кривых второго порядка и его исследование.
- 66.Приведенное уравнение 2 типа кривых второго порядка.
- 67.Приведенное уравнение 3 типа кривых второго порядка.
- 68.Применение преобразования параллельного переноса к общему уравнению кривой второго порядка.

### **7.1.5. Экзаменационные вопросы**

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени.
5. Двучленные уравнения.

6. Решение уравнений 3, 4 степени.
7. Матрицы и операции над ними.
8. Транспонированная матрица.
9. Понятие определителя  $n$ -го порядка.
10. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка.
11. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
12. Определители специального вида.
13. Обратная матрица.
14. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
15. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
16. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
20. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.
21. Многочлены и действия над ними.
22. Деление многочленов с остатком.
23. Делители и их свойства.
24. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
25. Взаимно простые многочлены.
26. Корни многочленов.
27. Теорема Безу. Схема Горнера.
28. Кратные корни многочленов.
29. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
30. Формулы Виета.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

## 8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) адрес сайта курса:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>
2. Беклемишев, Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : [учеб. для вузов] / Беклемишев, Дмитрий Владимирович. - 10-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2005. - 303 с. ; 22 см. - Библиогр.: с. 302-303. - Предм. указ.: с. 298-301. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0304-0 : 190-08.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : [по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"]. Ч.2 : Линейная алгебра / Кострикин, Алексей Иванович ; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - Изд. 3-е. - М. : Физматлит, 2004. - 367 с. : ил. ; 23 см. - (Классический университетский учебник). - Предм.-имен. указ.: с. 362-367. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0488-8 : 169-00.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Ефимов, Николай Владимирович. Краткий курс аналитической геометрии : Учеб. для вузов / Ефимов, Николай Владимирович. - Изд. 13-е, стер. - М. : Физматлит, 2002, 1975, 1972, 1969, 1967, 1965 (Наука). - 238 с. - ISBN 5-9221-0252-4 : 138-00.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 с. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/61981.html>
2. Тышкевич, Р.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко ; под ред. Д.А.Супруненко. - 2-е изд., перераб. - Минск : Вышэйш. школа, 1976. - 544 с. : ил. - 1-42.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Привалов, Иван Иванович. Аналитическая геометрия : учебник / Привалов, Иван Иванович. - 37-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 299 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0518-3 : 234-85. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Постников, Михаил Михайлович. Аналитическая геометрия : лекции по геометрии: учеб. пособие. Ч.1 / Постников, Михаил Михайлович. - Изд. 3-е, испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 414,[1] с. - (Классическая учебная

литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0889-4 : 262-57.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.elib.dgu.ru/>

<http://www.iprbookshop.ru/>

<http://intuit.ru/>

## **10. Методические указания по освоению дисциплины**

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст предыдущей лекции – 10-15 минут.

2. В течение недели выбрать время – 1 час для работы с литературой по программированию и анализу алгоритмов.

3. При подготовке к лабораторным занятиям, необходимо сначала прочитать основные понятия, изучить алгоритмы по теме домашнего задания. При написании программы нужно сначала понять, что требуется, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Алгоритм решения задачи – это не программа ее решения, а способ дать человеку (а не машине) представление о структуре алгоритма, о смысле его шагов и их логической взаимосвязи. Поэтому шаги алгоритма должны описываться в терминах тех объектов и отношений между ними, о которых идет речь в условии задачи (это, конечно, не исключает использования математической и другой условной символики). Структура алгоритма станет более ясной, если ее описывать в наглядной и достаточно формализованной (напоминающей конструкции языка программирования) форме. Поэтому требуемой формой описания алгоритма в данном лабораторном практикуме является либо графическое представление алгоритма на языке блок-схем, либо на специальном языке описания алгоритмов, например, в школьном алгоритмическом языке.

4. Основная часть теоретического материала курса дается в ходе лекционных занятий, хотя часть материала может изучаться на лабораторных занятиях, либо самостоятельно по учебной литературе.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Геометрия и алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные

технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.