

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Стохастический анализ

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

**Образовательная программа бакалавриата
*02.03.01 - Математика и компьютерные науки***

Направленность (профиль) программы
Математический анализ и приложения

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала 2022

Рабочая программа дисциплины "Стохастический анализ" составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки от «23» 08 2017 г. №807.

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор. Р

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «25 » февраля 2022г., протокол № 6

зав. кафедрой Р Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «24 » марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель М.К. Ризаев Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 31 » марта 2022 г. _____

(подпись)

Начальник УМУ А.Г. Гасангаджиева Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Стохастический анализ» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением методов исследований различных процессов, в частности применений идей теории мартигалов и стохастического интеграла, а также знакомством с современными направлениями развития теории стохастического анализа.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных УК-1, общепрофессиональных ОПК-2, профессиональных ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы (108 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
6	108	16	16	0			76	зачет
ИТОГО	108	16	16	0			76	

1. Цели освоения дисциплины.

Цель изучения курса «Стохастический анализ» - ознакомление слушателей с основами стохастического анализа, формирование математической культуры у студентов, развитие системного математического мышления. Знания и практические навыки, полученные

студентами при освоении дисциплины «Стохастический анализ» используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Стохастический анализ» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 - Математика и компьютерные науки.

Курс «Стохастический анализ» вводится после изучения дисциплин информатика, математический анализ, функциональный анализ, математическая статистика и случайные процессы, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: основные принципы сбора и обработки информации Умеет: классифицировать и систематизировать различные явления в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Владеет: навыками работы с информационными источниками, математическими редакторами и соответствующими пакетами программ.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в лабораторных занятиях. Самостоятельная работа

	<p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.</p>	
	<p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.</p>	
<p>ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки реализации алгоритмов решения прикладных задач</p>	<p>ОПК-2.1. Владеет навыками использования математического аппарата и системы программирования для решения прикладных задач .</p>	<p>Знает: использование математического аппарата и программирование для решения прикладных задач. Умеет: решать прикладные задачи, используя математические методы и системы программирования. Владеет: практическим опытом решения прикладных задач.</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в лабораторных занятиях. Самостоятельная работа</p>

	<p>ОПК-2.2. Умеет решать различные прикладные задачи, используя существующие математические методы и системы программирования.</p>	<p>Знает: основные методы научных исследований в области современного математического анализа. Умеет: строго доказывать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат. Владеет: некоторыми навыками решения конкретных задач математического анализа в соответствии с выбранной методикой.</p>	
	<p>ОПК-2.3. Имеет практический опыт исследований прикладных задач.</p>	<p>Знает: различные способы критического анализа и оценки современных научных достижений. Умеет: критически анализировать современные научные достижения. Владеет: навыками самостоятельной научно-исследовательской работы.</p>	
<p>ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования.</p>	<p>Знает: собирать и обрабатывать данные, полученные в различных областях наук. Умеет: ставить и решать конкретные математические задачи в рамках собственной научно-исследовательской деятельности. Владеет: современными математическими методами в научных исследованиях в стохастическом анализе.</p>	<p>Наблюдение и участие в выполнении упражнений на лабораторных занятиях, самостоятельное и коллективное решение примеров на составление программ. Конспектирование лекций и изучение решенных примеров. Лабораторные и</p>

	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p>Знает: основные результаты и методы решения задач, разработанные к настоящему времени в области выбранной научной тематики. Умеет: определять задачи в связи с поставленной целью, а также объект и предмет научного исследования в соответствии с выбранной методикой. Владеет: навыками четкого и аргументированного изложения основных положений научного исследования, ясной демонстрации элементов научной новизны.</p>	<p>самостоятельные занятия. Ознакомление с разработанными преподавателями кафедры программами для ЭВМ, зарегистрированными в Реестре РФ. Устный опрос</p>
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований</p>	<p>Знает: основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.</p>	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 108 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Общ. тр	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам. раб	Подг. к экз.	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
Модуль 1.				4		4	28		36		
1	Основные понятия теории вероятностей.	6	1, 2	2		2	14		18	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала	
2	Основные понятия теории случайных процессов.	6	3, 4	2		2	14		18		
Модуль 2.				6		6	24		36		
	Интеграл Ито. Формула Ито.	6	5,6	2		2	8		12		
	Модели финансовых процессов	6	7,8	2		2	8		12	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала	
	Модели ГСБ-1. Броуновское движение	6	9,10	2		2	8		12		
Модуль3.				6		6	24		36		
6	Модели ГСБ-1. Броуновское движение	6	11,12	2		2	8		12	Индивидуальный фронтальный опрос,	

7	Дифференциальные уравнения Ито.	6	13,14	2		2	8		12	тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала
8	Линейные дифференциальные уравнения Ито.		15,16	2		2	8		12	
	ИТОГО:			16		16	76		108	зачет

Курс «Стохастический анализ» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

4.3. Содержание дисциплин, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.

Вероятностное пространство. Независимость событий. Схема Бернулли. Случайные величины и их числовые и функциональные характеристики. Основные виды распределений. Многомерные случайные величины.

Тема 2. Основные понятия теории случайных процессов.

Определение случайного процесса. Характеристики случайных процессов. Траектории и реализация случайных процессов. Марковские случайные процессы. Винеровский процесс.

Модуль 2.

Тема 3. Интеграл Ито.

Понятие интегралов Римана, Лебега и Стильеса. Построение интеграла Ито. некоторые свойства интеграла Ито.

Тема 4. Формула Ито.

Формула Ито для одномерного случая, Многомерная формула Ито. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

Тема 5. Модели финансовых процессов.

Объект исследования финансовой эконометрики. Временные ряды финансовых процессов. Гипотезы финансовой эконометрики.

Модуль 3.

Тема 6. Модели ГСБ-1. Броуновское движение.

Модели ГСБ-1. Броуновское движение. модели временных рядов финансовых показателей.

Тема 7. Дифференциальные уравнения Ито.

Определение дифференциального уравнения Ито. Слабые и сильные решения. Существование и единственность решения.

Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения Ито.

Определение линейного дифференциального уравнения Ито. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1.

1. Цифровое моделирование реализаций стационарных случайных процессов.
2. Формирование случайных последовательностей с заданными корреляционными свойствами.

Модуль 2.

3. Оценка статистических характеристик случайных данных.
4. Анализ основных свойств случайных данных. Проверка стационарности.

Модуль 3.

5. Анализ основных свойств случайных процессов. Проверка на нормальность.

5. Образовательные технологии.

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Лабораторные занятия проводятся с использованием персональных компьютеров. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс на 15 человек, оснащенный доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Процедура проверки самостоятельной работы может быть разной, но, в основном, это сводится к проверке письменного оформления выданных заданий. Промежуточная аттестация проводится в виде защиты лабораторных заданий. Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу аудиторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий, как

домашних, так и лабораторных. Промежуточный контроль проводится в форме зачета лабораторных работ и письменного опроса, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы[1]- [6].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Тема 1.

1. Дать определение вероятностного пространства.
2. Дать определение случайной величины и их числовых и функциональных характеристик.

Тема 2.

1. Дать определение случайного процесса и характеристик случайных процессов.
2. Дать определение Марковского случайные процессы.
3. Дать определение Винеровского процесса.

Тема 3

1. Дать определение интегралов Римана, Лебега и Стильеса.
2. Как строится интеграл Ито.
3. Указать свойства интеграла Ито.

Тема 4.

1. Формула Ито для одномерного случая.
2. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

Тема 5.

1. Что является объектом исследования финансовой эконометрики.
2. Временные ряды финансовых процессов.
3. Гипотезы финансовой эконометрики.

Тема 6.

1. Модели ГСБ-1.
2. Броуновское движение.
3. Модели временных рядов финансовых показателей.

Тема 7.

1. Определение дифференциального уравнения Ито.
2. Существование и единственность решения для дифференциального уравнения Ито.

Тема 8.

1. Определение линейного дифференциального уравнения Ито.
2. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

Типовые контрольные работы.

Контрольная работа 1

1. Случайный процесс $x(t)$ задается уравнением $x(t) = t^2 + \xi(\omega), t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина равномерно распределенная на отрезке $[-2, 2]$. Описать множество траекторий и сечений случайного процесса $x(t)$.
2. Найти характеристики случайного процесса $x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t, t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 3, D(\xi) = 0,2$.

Контрольная работа 2.

1. Вычислить Интегралы Ито $\int_0^t W(s) dW(s), \int_0^t (W(s) + W(s)^3) dW(s)$.
2. Решить дифференциальное уравнение Ито
 - а) $dx(t) = tx(t)dt + 4dW(t), t \geq 0$,
 - б) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t), t \geq 0$,
 - в) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t) + tdt, t \geq 0$.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии оценивания

- оценки "отлично" заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

- оценки "хорошо" заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

-оценки "удовлетворительно" заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно"

выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

-оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Рекомендуемые границы оценок:

«отлично» - не менее 86% правильных ответов,

«хорошо» - 66-85% правильных ответов,

«удовлетворительно» - 51-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов.

Конечный результат складывается как средневзвешенная оценка текущего и промежуточного контролей соответственно с весами 50% .

Текущий контроль по дисциплине включает:

-посещение занятий – 40 баллов;

-участие на практических занятиях – 60 баллов; Промежуточный контроль по дисциплине включает:

-защита лабораторных работ – 60 баллов;

-письменная контрольная работа – 40 баллов;

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,

- участие на практических занятиях - 10 баллов,

- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,

- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов [Электронный ресурс] : марковские цепи. Учебное пособие / В.В. Шихеева. — Электрон. текстовые данные. — М.: Издательский Дом МИСиС, 2013. — 70 с. — 978-5-87623-736-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56202.html>
2. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М: Изд-во КНОРУС, 2014, - 448 с.
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М: Лань, 2011, 463 с.
4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения (введение в теорию и приложения). М; Мир, 2003 - 406 с.

б) дополнительная литература

1. Семаков С.А. Элементы теории вероятностей и случайных процессов. М: Физматлит, 2011, 232 с.
2. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. М: Из-во Лань, 2009, 320 с.
3. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы. М: Изд-во МГТУ, 2003, 360 с.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Учебное пособие под ред. А.А. Свешникова. М: Лань, 2008 – 448 с.

в) Методические материалы к выполнению лабораторных работ

1. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Компьютерный анализ данных. Компьютерное пособие по лабораторным работам. Томск, ТПУ, 2011, корпоративная сеть ТПУ, режим доступа <http://www.lib/tpu.ru/fulltext2/m/2011>
2. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Прикладной анализ данных. Лабораторный практикум, Томск, изд-во ТПУ, 2012, 92 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>
6. . <http://www.twirpx.com/files/informatics/os/lectures>.
7. zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.