



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

Кафедра прикладной математики факультета математики
и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы
Математическое моделирование и вычислительная математика


Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала 2022

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика от «_10_» ___01___ 2018 г. № 9.

Разработчик:

1. кафедра прикладной математики Абдурагимов Г.Э., к.ф.-м. н., доцент ;

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «_25_» _02_ 2022г., протокол №_6_

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «_24_» ___03___ 2022г., протокол №_4_.

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_31_» ___03___ 2022г. _____

(подпись)

/Начальник УМУ _____


(подпись)

Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Численные методы» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, техники и др., а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных – УК-1, общепрофессиональных – ОПК - 1 и профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, опроса и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 7 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- местр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза- мен	Форма промежу- точной аттеста- ции (зачет, диф- ференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Все го	Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
	Лек- ции	Лаборатор- ные заня- тия	Практи- ческие занятия	КСР	консуль- тации			
5	108	30	30	30			18	зачет
6	144	24	24	12			84	экзамен
Итого:	252	54	54	42			102	

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения дисциплины «Численные методы» – владение студентами теорией разнообразных численных методов и умение применять численные методы на практике при решении практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, техники и др.

Задачи изучения дисциплины:

- а) изучить теорию численных методов;
- б) закрепить на практике теоретические знания, то есть, по заданной задаче студент должен выбрать нужный метод, разработать алгоритм решения соответствующий этому методу, написать программу или воспользоваться пакетом прикладных программ.
- в) на лабораторных занятиях получить опыт решения задач на ЭВМ.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатики и изучается на третьем курсе после изучения студентами необходимых для усвоения курса дисциплин: математический анализ, алгебра, информатика и дифференциальные уравнения. Изучив дисциплину, студенты должны усвоить основные численные методы практического решения задач математического анализа, алгебры и дифференциальных уравнений и уметь их применять на практике, т.е. решать практические задачи, пользуясь ЭВМ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате

освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач Умеет: формулировать постановку математических задач, анализировать необходимость и (или) достаточность информации для ее решения Владеет: необходимыми профессиональными редакторами и пакетами прикладных программ	Конспектирование и изучение лекционного материала, опрос, выполнение лабораторных работ, самостоятельная подготовка.

	<p>УК-1.2 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности</p>	<p>Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации и научной информации в области математики и компьютерных наук</p> <p>Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук</p> <p>Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок</p>	
	<p>УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов</p>	<p>Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет</p> <p>Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно – образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях</p> <p>Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах</p>	

<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает: теоретические основы основных математических дисциплин, а также теоретической механики и физики</p> <p>Умеет: решать задачи, связанные с исследованием различных методов, полученных в области математических и физических наук</p> <p>Владеет: базовым математическим и естественнонаучным аппаратом</p>	<p>Конспектирование и изучение лекционного материала, опрос, выполнение лабораторных работ, самостоятельная подготовка.</p>
	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности</p>	<p>Знает: способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных прикладных задач</p> <p>Умеет: применять различные численные методы по исследованию прикладных задач.</p> <p>Владеет: навыками применения численных методов при решении конкретных прикладных задач</p>	
	<p>ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач для профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает: численные методы исследования прикладных задач</p> <p>Умеет: корректно выбирать численные методы решения конкретной прикладной задачи</p> <p>Владеет: навыками выбора численных методов решения прикладных задач</p>	
<p>ПК-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>ПК-1.1 Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>Знает: численные методы, современные языки программирования и современные информационные технологии</p> <p>Умеет: применять современные научные исследования для решения различных прикладных задач, составлять программы на современных языках программирования</p> <p>Владеет: численными</p>	<p>Опрос, выполнение самостоятельных заданий и лабораторных работ, опрос.</p>

		методами и навыками программирования на современных языках
	ПК-1.2 Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Знает: численные методы, различные языки программирования Умеет: решать прикладные задачи численными методами, применять различные языки программирования в прикладных исследованиях Владеет: численными методами
	ПК-1.3 Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований	Знает: методы исследования прикладных задач, современные информационные технологии Умеет: применять методы исследования современных прикладных задач, информационные технологии Владеет: навыками применения численных методов для решения задач прикладной математики

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1 Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа.

4.2 Структура и содержание дисциплины (модули)

4.2.1 Структура дисциплины

№ п/п	Раздел и темы дисциплины по модулям	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Лекции	Практика	Лабор.	Самостоятельная работа в т.ч. эк-замен	
Модуль 1. Численные методы математического анализа.							
Интерполяция функций одной переменной							
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка	5	4	4	2	2	Опрос, лабораторная работа

	остаточного члена.							
2	Разделенные разности, конечные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.		4	4	2		2	
3	Конечные разности и их применение в численном дифференцировании.		2	2			2	
4	Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.		2	2			2	
Всего по модулю 1			12	12	4		8	Защита лабораторных заданий, выполнение контрольной работы
Модуль 2. Численные методы математического анализа.								
Численное интегрирование								
1	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.	5	6	6	6		4	Опрос, лабораторная работа
2	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.		4	4	4		2	
Всего по модулю 2			10	10	10		6	Защита лабораторных заданий, выполнение контрольной работы
Модуль 3. Численные методы алгебры.								
Методы решения СЛАУ и нелинейных уравнений								
1	Метод простой итерации решения СЛАУ.		2	2	8		2	Опрос, лабораторная работа
2	Метод Зейделя решения СЛАУ.		2	2	8		1	
3	Методы простой итерации и Ньютона решения нелинейных уравнений		4	4			1	
Всего по модулю 3			8	8	16		4	Защита лабораторных заданий, выполнение контрольной работы
ИТОГО ЗА 5 СЕМЕСТР			30	30	30		18	Зачет
Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений								
1	Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.	6	2				2	Опрос, лабораторная работа
2	Одношаговые методы Рунге-Кутты.		4	2	2		6	
3	Оценка погрешности одношаговых методов		2				4	
4	Многошаговые методы. Явные методы Адамса.		4		2		6	
Всего по модулю 4			12	2	4		18	Защита лабораторных заданий, выполнение контрольной работы
Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений								
1	Разностная схема, аппроксимирующая двух-	6	2	2			10	Опрос, лабораторная работа

	точечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации, сходимост						
2	Методы стрельбы и прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.		4	2	4		12
Всего по модулю 5			6	4	4		22
Модуль 6. Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных							
1	Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.	6	2	2	2		2
2	Разностные схемы, аппроксимирующие параболическое уравнение		2	2	6		2
3	Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.		2	2	8		4
Всего по модулю 6			6	6	16		8
Модуль 7. Подготовка к экзамену							
Подготовка к экзамену							36
ИТОГО ЗА 6 СЕМЕСТР			24	12	24		84
ИТОГО:			54	42	54		102
							Экзамен
							252

4.3 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1 Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы математического анализа.

Интерполяция функций одной переменной

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.

Понятие интерполяции и ее значение в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

Тема 2. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 3. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема 4. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

Модуль 2. Численные методы математического анализа.

Численное интегрирование

Тема 1. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

Тема 2. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Вывод квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

Модуль 3. Численные методы алгебры.

Методы решения СЛАУ и нелинейных уравнений

Тема 1. Метод простой итерации решения СЛАУ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Тема 2. Метод Зейделя решения СЛАУ.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Тема 3. Методы простой итерации и Ньютона решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации и Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость методов, оценка погрешности. Применение данных методов к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 1. Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.

Метод Тейлора для нахождения приближенного решения задачи Коши для ОДУ, примеры применения. Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

Тема 2. Одношаговые методы Рунге-Кутты.

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Вывод одношаговых формул Рунге-Кутты. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутты.

Тема 3. Оценка погрешности одношаговых методов.

Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 4. Многошаговые методы. Явные методы Адамса.

Необходимость изучения многошаговых методов. Явные многошаговые методы Адамса. Их вывод.

Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 1. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Понятия: узел, сетка, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Тема 2. Методы прогонки и стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Методы прогонки и стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этими методами. Устойчивость метода прогонки.

Модуль 6. Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных

Тема 1. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация, порядок аппроксимации, порядок сходимости. Доказательство теоремы о связи аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Тема 2. Разностные схемы, аппроксимирующие параболическое уравнение.

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие задачи Коши и смешанную граничную задачу для параболического уравнения, порядок аппроксимации. Алгоритм нахождения приближенных значений решения указанных задач в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

Тема 3. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.

Постановки задачи Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка. Аппроксимация граничных условий Дирихле и Неймана. Порядок аппроксимации. Аппроксимация линейного эллиптического уравнения второго порядка. Порядок аппроксимации.

4.3.2 Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы математического анализа.

Интерполяция функций одной переменной

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.

Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Оценка погрешности.

Тема 2. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Понятие и свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 3. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема 4. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

Модуль 2. Численные методы математического анализа.

Численное интегрирование

Тема 1. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применение к приближенному вычислению интегралов. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, их остаточные члены и оценки.

Тема 2. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Квадратурная формула Симпсона, остаточный член и его оценки.

Модуль 3. Численные методы алгебры.

Методы решения СЛАУ и нелинейных уравнений.

Тема 1. Метод простой итерации решения СЛАУ. Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия

сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Тема 2. Метод Зейделя решения СЛАУ.

Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Тема 3. Методы простой итерации и Ньютона решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации и Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость методов, оценка погрешности. Применение методов к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 1. Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.

Метод Тейлора для нахождения приближенного решения задачи Коши для ОДУ, примеры применения. Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

Тема 2. Одношаговые методы Рунге-Кутты.

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Одношаговые формулы Рунге-Кутты. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутты.

Тема 3. Оценка погрешности одношаговых методов.

Оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 4. Многошаговые методы. Явные методы Адамса.

Явные многошаговые методы Адамса.

Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 1. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Понятия: узел, сетка, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 2. Методы прогонки и стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Методы прогонки и стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этими методами. Устойчивость метода прогонки.

Модуль 6. Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных

Тема 1. Разностные схемы. Основные понятия. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью. Разностные схемы, аппроксимирующие параболическое уравнение.

Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация, порядок аппроксимации, порядок сходимости. Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения, порядок аппроксимации. Достаточное условие устойчивости явной двухслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности. Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности.

Тема 2. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.

Задача Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка. Аппроксимация граничных условий Дирихле и Неймана. Порядок аппроксимации. Аппроксимация линейного эллиптического уравнения второго порядка. Порядок аппроксимации.

4.3.3 Содержание лабораторных занятий по дисциплине

№ п/п	Тема	Аудиторные часы
	<i>Модуль 1. Лабораторные занятия по теме: <u>Интерполяция функций одной переменной</u></i>	4
1.1лб	Интерполяция функций одной переменной	4
	<i>Модуль 2. Лабораторные занятия по теме: <u>Численное интегрирование</u></i>	10
2.1лб	Численное интегрирование	10
	<i>Модуль 3. Лабораторные занятия по теме: <u>Численные методы решения СЛАУ</u></i>	16
3.1лб	Метод простой итерации решения СЛАУ	8
3.2лб	Метод Зейделя решения СЛАУ	8
	<i>Модуль 4. Лабораторные занятия по теме: <u>Численные методы решения задачи Коши для ОДУ</u></i>	4
4.1лб	Методы Рунге-Кутты.	2
4.2лб	Методы Адамса.	2
	<i>Модуль 5. Лабораторные занятия по теме: <u>Численные методы решения краевых задач для ОДУ</u></i>	4
5.1лб	Численные методы стрельбы решения двухточечной краевой задачи	2

	для линейного ОДУ второго порядка.	
5.2лб	Численные методы прогонки решения двухточечной краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка.	2
	<i>Модуль 6. Лабораторные занятия по теме: Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных</i>	16
6.1лб	Разностные схемы для параболических уравнений	8
6.2лб	Разностные схемы для уравнений эллиптического типа	8

5. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины «Численные методы» применяются различные активные и интерактивные формы проведения занятий. При чтении лекций – обзорная лекция, проблемная лекция, лекция визуализации с использованием компьютерной презентационной техники. Для этого на факультете математики и компьютерных наук имеются специальные оснащенные такой техникой лекционные аудитории.

При проведении практических и лабораторных занятий кроме указанной презентационной техники используются интернет-ресурсы, пакеты прикладных программ MathCAD, Matlab, Математика-5 и др.

Доля занятий, проводимых в интерактивной форме, составляет примерно 15% всех аудиторных занятий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1 Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Работа с рекомендованной литературой.
2. Решение задач и примеров.
3. Подготовка к лабораторным работам.

№	Виды самостоятельных работ	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечение
1	Работа с рекомендованной литературой	Опрос по соответствующим разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
2	Решение задач и примеров	Контрольная работа	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
3	Подготовка к лабораторным работам	Защита лабораторных работ	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа

6.2 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы.

1. Что означает запись:

1) $a = 2.747 \pm 0,001$; 2) $a = 0,4685(1 \pm 0,02)$?

2. Как оценить относительную погрешность произведения $u \cdot v$ или частного $\frac{u}{v}$?

3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности?

4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции?

5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции $f(x)$ по ее значениям в узлах x_0, x_1, \dots, x_n ?

6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции $f(x)$:

x	1	1,2	1,5	1,6
$f(x)$	0,87	0,97	0,80	0,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти $f(0,75)$ для табличной функции $f(x)$:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	2,13	1,88	1,25	1,00	1,20

8. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;\dots;100)$, если $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-99)$.

9. Найти конечную разность $\Delta^4 f_1$, если $x_i = ih$, $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2$.

10. Где используются конечные разности?

11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить

приближенно интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$.

12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно инте-

грал $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2}) dx$. Сравнить полученное значение с точным.

13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вы-

числить интеграл $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?

14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок

$[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле

Симпсона?

15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int_2^3 f(x) dx$.

16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.

17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти

$$\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$? Если сходится, то найти ее сумму.

19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c$, где

$$B = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,05 & 0,1 & -0,1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} ?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.

20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы

$$x = Bx + c, \text{ если } B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix} ?$$

21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

23. Пользуясь формулой Эйлера, найти приближенно $y(0,3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши:

$$y' = y - x^2 + 2x, y(0) = 0.$$

24. Дать определения: *сетки, узла, аппроксимации, порядка аппроксимации, устойчивости, сходимости, порядка сходимости.*

25. Методом сеток аппроксимировать с помощью явной двухслойной разностной схемы аппроксимировать задачу Коши для уравнения теплопроводности. Определить порядок аппроксимации.
25. Необходимое и достаточное условие сходимости явной двухслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности.
26. Аппроксимация методом сеток граничных условий Дирихле и Неймана, порядок аппроксимации.
27. Аппроксимация методом сеток задачи Коши для уравнения колебания струны, порядок аппроксимации.
28. Устойчивость трехслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения колебания струны.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1 Типовые контрольные задания и тесты

По каждому модулю предусмотрена одна контрольная работа.

Примерная контрольная работа по модулю 1

Интерполяция функции одной переменной

Вариант 0

1. Для функции $f(x) = \frac{2x}{4x+1}$ по ее значениям в узлах $0, \frac{1}{2}, 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке $x = \frac{1}{4}$.
2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$.
3. Пусть $f(x) = x^3 + x$, $x_i = ih$, $i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.
4. Пусть $a = 3,62 \pm 0,04$; $b = 0,2 \pm 0,08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c .

Численное интегрирование

1. Найти приближенное значение I_{np} интеграла $I = \int_1^2 |3 - 2x| x dx$, по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{np}|$.
2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл $\int_{-1}^2 \frac{x}{2+x} dx$ по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

Численные методы решения СЛАУ и нелинейных уравнений

Вариант 0

1. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E+A+A^2+\dots$? Если сходится, то найти ее сумму.
2. Найти первую и вторую нормы матрицы A и соответствующие нормы вектора b .
3. Найти третью норму матрицы A .
4. Записать в развернутой форме метод простой итерации $x^{k+1} = Bx^k + c$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) для системы $x = Bx + c$ и проверить его сходимость.
5. При каких значениях параметра p сходится метод простой итерации $x^{k+1} = Bx^k + c$ для системы $x = Bx + c$?

$$1. A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad 2. A = \begin{pmatrix} -7 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -8 & -2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad 4. B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad 5. B = \begin{pmatrix} p & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

6. Дано уравнение $2x^3 + x - 2 = 0$. Выбрать x_0 – начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сходился. Составить итерационный процесс Ньютона, найти x_3 и оценить погрешность.

7. Составить сходящийся к решению уравнения $2x^3 + 3x - 3 = 0$ процесс метода простой итерации. Найти x_3 - третье приближение к решению и оценить погрешность

Примерная контрольная работа по модулям 4,5

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Вариант 0

1. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2 + 1} - (x - 1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке $[0; 0,4]$, разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \leq x \leq 0,4} |y(x) - x^2 - 1|.$$

2. Методом Эйлера с шагом $h = 0,1$ найти приближенно $y(0,3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y - x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти $y(0,5)$, используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h = 0,1$.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

5. Найти методом прогонки $y(0,2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \frac{y}{x^2 + 1} = 1, \quad 0 < x < 0,3, \\ y(0) = 1, \quad y(0,3) = 1,09. \end{cases}$$

6. Найти методом стрельбы $y(1,2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, \quad 1 < x < 1,3, \\ y(1) = 0, \quad y(1,3) = 0,69. \end{cases}$$

Численные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными

Вариант 0

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x + t) \frac{\partial u}{\partial x} + x^2 + t^2,$$

$$u(x, 0) = x.$$

2. Определить порядок аппроксимации смешанной граничной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x^2 + t^2 + 1)u = 1, \quad 0 < t \leq 1, \quad 0 < x < 1,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0, t) = t,$$

$$u(1, t) = 1 + t, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

разностной схемой

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - (x_m^2 + t_n^2 + 1) \frac{u_{m+1}^n + u_{m-1}^n}{2} = 1,$$

$$m = \overline{1, M-1}, \quad n = \overline{0, N-1},$$

$$u_m^0 = 0, \quad m = \overline{0, M},$$

$$u_0^n = t_n, \quad u_M^n = 1 + t_n, \quad n = \overline{0, N},$$

где $x_m = mh$, $t_n = n\tau$, $m = \overline{0, M}$, $n = \overline{0, N}$.

3. Написать разностную схему, аппроксимирующую на сетке

$$\{x_m = mh, \quad y_n = nl, \quad m = \overline{0, M}, \quad n = \overline{0, N}\} \text{ задачу:}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(x, 0) = x^2, \quad u(x, 1) = 1 + x^2, \quad u(0, y) = y^2, \quad u(1, y) = 1 + y^2. \end{cases}$$

Какими методами можно найти решение полученной разностной схемы?

4. Определить порядок аппроксимации задачи Дирихле в области $D = \{0 < x < 1, \quad 0 < y < 2\}$ с границей

Γ

$$u_{xx} + u_{yy} = x^2 + y^2, \quad (x, y) \in D,$$

$$u|_{\Gamma} = 0$$

разностной схемой

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + \frac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{l^2} = \frac{x_{m+1}^2 + y_{n+1}^2 + x_{m-1}^2 + y_{n-1}^2}{2}, \\ u|_{\Gamma_h} = 0 \end{cases}$$

на сетке $(x_m, y_n) \in D_h^0$, $x_m = mh$, $y_n = nl$, где D_h^0 , Γ_h – внутренняя сеточная область и сеточная граница соответственно.

5. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке

$\{x_m = mh, y_n = nl, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$ разностная схема

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \frac{e^{x_{m+1}} + e^{x_{m-1}}}{2} + y_n, \\ u_m^0 = x_m^2 + 1, \quad \frac{u_m^1 - u_m^0}{h} = 2x_m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} ?$$

Привести соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему?

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии оценивания

- **оценки "отлично"** заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

- **оценки "хорошо"** заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

- **оценки "удовлетворительно"** заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно"

выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

-оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Рекомендуемые границы оценок:

- «отлично» - не менее 86% правильных ответов,
- «хорошо» - 66-85% правильных ответов,
- «удовлетворительно» - 51-65% правильных ответов,
- «неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов.

Конечный результат складывается как средневзвешенная оценка текущего и промежуточного контролей соответственно с весами 50% .

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 40 баллов;
- участие на практических занятиях – 60 баллов;

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- защита лабораторных работ - 60 баллов;
- письменная контрольная работа – 40 баллов;

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература

1. Мастяева И.Н. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Н. Мастяева, О.Н. Семенихина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003. — 241 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11121.html>
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> .

3. Крылов, В.И. Вычислительные методы / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный ; ред. Е.Ю. Ходан, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1977. - Т. 2. - 400 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456989> .
4. Гавришина, О.Н. Практикум по численным методам : учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 74 с. - ISBN 978-5-8353-1180-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232353> .
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. *Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам.* // ДГУ, Махачкала, 2011
6. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. *Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам.* // ДГУ, Махачкала, 2010
7. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. *Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам.* // ДГУ, Махачкала, 2010.

б) дополнительная литература

1. У.Г. Пирумов. Численные методы. М.: Дрофа, 2003.
2. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.
3. Бахвалов Н.С., Лапин А.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М. Высшая школа, 2000.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекционный курс. Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса проводится систематическое изложение научных и познавательных материалов, освещение основных понятий дисциплины и закрепление теоретического материала.

В тетради для конспектирования лекций необходимо иметь поля, где по ходу конспектирования студент делает необходимые пометки. Записи должны быть избирательными, своими словами, полностью следует записывать только определения. В конспектах рекомендуется применять сокращения слов, что ускоряет запись. Вопросы, возникшие у студента в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться к преподавателю за разъяснением.

Студенту необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и дополнения на полях. Конспекты лекций можно использовать при подготовке к экзамену, контрольным тестам, при выполнении самостоятельных заданий.

Практические занятия. Практические занятия по «Численным методам» имеют цель закрепить теоретические знания по численным методам, изложенные на лекции, решая практические задачи. На практическом занятии студент должен иметь тетрадь для практических занятий, в которую записываются все задачи решенные в аудитории и дома самостоятельно.

Важное место в самостоятельной работе студентов должна занимать работа в образовательной среде ИНТЕРНЕТ. Такие ресурсы указаны в разделе «Программное обеспечение и интернет ресурсы» данной рабочей программы.

Лабораторные занятия. На лабораторных занятиях студент должен научиться решать с помощью ЭВМ практические задачи математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, физики и техники, пользуясь численными методами. При этом главное – научиться составлять алгоритмы решения задач и по этим алгоритмам составлять программы решения задач на ЭВМ, пользуясь языками программирования и (или) пакетами прикладных программ.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Matlab, Статистика, а также интернет-ресурсы.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Все лекционные аудитории укомплектованы мультимедийными и техническими средствами обучения. В каждой аудитории 35 рабочих мест. Аудитории, в которых проводятся семинарские занятия, оснащены доской, укомплектованы рабочими местами в расчете на 25-30 студентов. На факультете имеются 4 компьютерных класса с современными персональными компьютерами и лицензионным программным обеспечением, на базе кафедры прикладной математики создана студенческая научно – исследовательская лаборатория «Математическое моделирование». На кафедре прикладной математики и в библиотеке ДГУ имеются методические указания к выполнению лабораторных работ, также в библиотеке ДГУ имеется соответствующая литература, кроме того методические разработки, размещены на сайте ДГУ.