

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
**Дополнительные главы геометрии**

**Кафедра:** дифференциальных уравнений и функционального анализа  
**Факультет:** математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
44.03.01 – Педагогическое образование

Направленность (профиль) программы  
«Математика»

Программа подготовки:  
академический бакалавриат

Форма обучения:  
заочная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений: модуль фундаментальная математика; дисциплина по выбору

Махачкала 2021

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы геометрии» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата) от 22.02.2018 №121.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,  
Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2021г.,  
протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «\_09\_» июля 2021г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дополнительные главы геометрии» входит в формируемую участниками образовательных отношений часть ОПОП (общематематический модуль) по направлению **44.03.01 Педагогическое образование**.

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ геометрии и основ топологии осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*универсальная компетенция (УК): УК-1;*  
*профессиональная компетенция (ПК): ПК-2.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена.*

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Курс/Сессия	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	в том числе						
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем				СРС, в том числе промежуточная аттестация	
		Всего	из них				
Лекции	Практические занятия		КСР	консультации			
5/2	36	16	8	8		20	Экзамен
5/3	72	16	8	8		47+9	
Итого	108	32	16	16		76	

### 1. Цели освоения дисциплины

Основной целью освоения дисциплины «Дополнительные главы геометрии» является формирование готовности студентов к профессиональной деятельности, к преподаванию школьного курса математики, в частности, его геометрической составляющей, развитие у студентов компетенций, определенных федеральным

образовательным стандартом высшего образования для бакалавров по направлению подготовки 44.03.01 – Педагогическое образование.

Данная дисциплина призвана обеспечить будущих учителей математики глубокими знаниями по дополнительным разделам геометрии как науки, представляющим собой развитие и углубление основных тематических направлений школьного курса геометрии.

Задачи освоения данной дисциплины:

- обеспечение знаниями в области геометрии в тех её разделах и в тех объёмах, которых будет достаточно для решения будущим учителем математики педагогических и научно-методических задач по преподаванию курса геометрии, как в базовой, так и в профильной школе;
- обеспечение знаниями в области истории развития геометрии и формирования её основных методов, включая основной метод всей математической науки – аксиоматический метод;
- формирование способности развивать у своих будущих учеников пространственного представления, логики мышления, интереса к изучению математических наук, формированию у них начальных представлений о разделах высшей математики, о сферах её применения в самых разнообразных областях науки и практики;
- систематизация и углубление знаний элементарной геометрии, освоение и систематизация основных методов решения геометрических задач;
- знакомство с основными направлениями современной геометрии.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата**

«Дополнительные главы геометрии» является дисциплиной по выбору и входит в формируемую участниками образовательных отношений часть ОПОП (модуль «фундаментальная математика») по направлению *44.03.01 – Педагогическое образование*.

Геометрия – одна из основных дисциплин школьной программы. Ее особенностью является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс дополнительные главы геометрии в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса геометрии, должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

Геометрия является тем разделом современной математики, без знания которого невозможно представить квалифицированного бакалавра-математика.

Современные геометрия используются как для решения теоретических вопросов математики, так и для решения прикладных математических задач.

Всё это показывает важность и актуальность изучения геометрии для подготовки квалифицированных бакалавров по направлению **44.03.01–Педагогическое образование**.

Для освоения дисциплины дополнительные главы геометрии студенты используют знания, умения, навыки, сформированные в процессе изучения математики, геометрии в общеобразовательной школе, а также предполагает знания, умения и навыки, приобретенные при освоении дисциплин аналитическая геометрия, алгебра и математический анализ.

Тем не менее, изложению некоторых вопросов данной дисциплины должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, демонстрируя знание особенностей системного, критического и логического мышления; применяет логические формы и процедуры; выделяет этапы ее решения.	<b>Знает:</b> основные принципы и методы критического анализа. <b>Умеет:</b> получать новые знания на основе анализа, синтеза; применять логические формы и процедуры; реконструировать и анализировать план построения собственной или чужой мысли; выделять его состав и структуру; <b>Владеет:</b> способностью исследовать проблемы, связанные с профессиональной деятельностью, с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности; сознательно планировать, регулировать и контролировать свое мышление; способностью оценивать логическую	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

		правильность мыслей; готовностью применять системный подход при принятии решений в профессиональной деятельности.	
	УК-1.2. Находит и критически анализирует источники информации; сопоставляет разные источники с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений; выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	<b>Знает:</b> методы поиска источников информации и анализа проблемной ситуации. <b>Умеет:</b> собирать информацию по научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск решений проблемы; сравнивать преимущества разных вариантов решения проблемы и оценивать их риски.	
	УК-1.3. Рассматривает разные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски.	<b>Владеет:</b> способностью выявлять научные проблемы и выбирать адекватные методов для их решения; способностью исследовать проблемы профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности.	
	УК-1.4. Аргументированно формирует собственное суждение и принимает обоснованное решение, определяет практические последствия предложенного решения задачи.	<b>Знает:</b> принципы и методы оценки источников информации и современных научных достижений. <b>Умеет:</b> демонстрировать оценочные суждения в решении проблемных профессиональных ситуаций. <b>Владеет:</b> методами оценки надежности источников информации, методами работы с противоречивой информацией из разных источников.	
ПК-2	ПК-2.1.	<b>Знает:</b>	Конспектирова

Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	Способен определять содержание математического образования школьников, адекватное ожидаемым результатам, уровню развития современной математики и возрастным особенностям обучающихся	требования к организации образовательного процесса по математике; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «Математика» <b>Умеет:</b> формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых.	ние и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-2.2. Проектирует элементы образовательной программы, рабочую программу учителя по математике	реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики	
	ПК-2.3. Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и применения современных образовательных технологий	образовательных технологий (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых. <b>Владеет:</b> предметным содержанием математики; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике; умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; способностью применять различные методы обучения и современные образовательные технологии в образовательном процессе в области математики	

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 3, академических часов 108.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Курс/Сессия	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			всего	лекции	практ. занятия	Контр. сам. раб.		
<i>Пятый курс, сессия вторая</i>								
<b>Модуль 1. Аксиоматика евклидова пространства</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>5/2</b>		<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>20</b>	коллоквиум
1. Построение геометрии в Началах Евклида. Проблема пятого постулата	5/2		9	2	2		5	
2. Логическое построение геометрии. Аксиоматический метод	5/2		27	6	6		15	
<b>ИТОГО за сессию 2</b>			<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>20</b>	
<i>Пятый курс, сессия третья</i>								
<b>Модуль 2. Аксиома параллельности и утверждения, ей эквивалентные</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>5/3</b>		<b>36</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>28</b>	контрольная работа, тесты
1. Аксиома параллельности и пятый постулат	5/3		18	2	2		14	
2. Аксиома параллельности и сумма углов треугольника	5/3		18	2	2		14	
<b>Модуль 3. Геометрия Лобачевского</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>5/3</b>		<b>36</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>19+9</b>	контрольная работа, тесты
1. Аксиоматика пространства Лобачевского. Основные следствия	5/3		14	2	2		10	
2. Модели планиметрии Лобачевского	5/3		13	2	2		9	
3. Подготовка к сдаче экзамена	5/3						9	экзамен
<b>ИТОГО за сессию 3</b>			<b>72</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>47+9</b>	
<b>ИТОГО за 5 курс</b>			<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>67+9</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

*Пятый курс, вторая сессия*

## Модуль 1. Аксиоматика евклидова пространства

### **Тема 1. Построение геометрии в Началах Евклида. Проблема пятого постулата**

Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.

Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида.

Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна  $2d$ .

### **Тема 2. Логическое построение геометрии. Аксиоматический метод**

Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы.

Интерпретация системы аксиом. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.

*Пятый курс, третья сессия*

## Модуль 2. Аксиома параллельности и утверждения, ей эквивалентные

### **Тема 1. Аксиома параллельности и пятый постулат**

Эквивалентность пятого постулата Евклида и утверждения Фаркаша Бойяи аксиоме параллельности евклидовой геометрии. Теоремы Лежандра.

### **Тема 2. Аксиома параллельности и сумма углов треугольника**

Эквивалентность аксиомы параллельности евклидовой плоскости теореме о сумме углов треугольника, постулату Валлиса и предложению Лежандра. Свойства четырехугольника Саккери. Предложение Посидония.

## Модуль 3. Геометрия Лобачевского

### **Тема 1. Аксиоматика пространства Лобачевского. Основные следствия**

Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского.

Теоремы о сумме углов треугольника и четырехугольник. Признаки равенства треугольников на плоскости Лобачевского. Предложения, эквивалентные аксиоме Лобачевского. Параллельность луча и прямой. Параллельность направленных прямых. Параллельность ненаправленных прямых. Функция Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл. Треугольники, четырехугольники и правильные многоугольники. Движения плоскости Лобачевского. Классификация движений. Дефект и площадь многоугольника на плоскости Лобачевского.

### **Тема 2. Модели геометрии Лобачевского**

Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского. Замечательные точки и замечательные прямые треугольника на плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре. Модель Кэли-Клейна трехмерной геометрии Лобачевского.

#### **4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине**

*Пятый курс, вторая сессия*

### **Модуль 1. Аксиоматика евклидова пространства**

#### **Тема 1. Построение геометрии в Началах Евклида. Проблема пятого постулата**

Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.

Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида. Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна  $2d$ .

#### **Тема 2. Логическое построение геометрии. Аксиоматический метод**

Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы. Интерпретация системы аксиом. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.

*Пятый курс, третья сессия*

### **Модуль 2. Аксиома параллельности и утверждения, ей эквивалентные**

#### **Тема 1. Аксиома параллельности и пятый постулат**

Эквивалентность пятого постулата Евклида и утверждения Фаркаша Бойяи аксиоме параллельности евклидовой геометрии. Теоремы Лежандра.

#### **Тема 2. Аксиома параллельности и сумма углов треугольника**

Эквивалентность аксиомы параллельности евклидовой плоскости теореме о сумме углов треугольника, постулату Валлиса и предложению Лежандра. Свойства четырехугольника Саккери. Предложение Посидония.

### **Модуль 3. Геометрия Лобачевского**

#### **Тема 1. Аксиоматика пространства Лобачевского. Основные следствия**

Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского. Теоремы о сумме углов треугольника и четырехугольник. Признаки равенства треугольников на плоскости Лобачевского. Предложения, эквивалентные аксиоме Лобачевского. Параллельность луча и прямой. Параллельность направленных прямых. Параллельность ненаправленных прямых. Функция Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл. Треугольники, четырехугольники и правильные многоугольники. Движения

плоскости Лобачевского. Классификация движений. Дефект и площадь многоугольника на плоскости Лобачевского.

### ***Тема 2. Модели геометрии Лобачевского***

Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского. Замечательные точки и замечательные прямые треугольника на плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре. Модель Кэли-Клейна трехмерной геометрии Лобачевского.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины «Дополнительные главы геометрии» лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Важную роль при освоении дисциплины играет самостоятельная работа студентов.

Самостоятельная работа способствует:

- углублению и расширению знаний;
- формированию интереса к познавательной деятельности;
- овладению приёмами процесса познания;
- развитию познавательных способностей.

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа на аудиторных занятиях (лекциях, практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- Работа с конспектами лекций;
- Проработка пройденных лекционных материалов по конспекту лекций, учебникам и пособиям в соответствии с вопросами, предложенными преподавателем;
- Проработка дополнительных тем, не вошедших в лекции, но обязательных согласно учебной программе модуля;

- Самостоятельное решение сформулированных задач по основным разделам курса;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Изучение литературы;
- Подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний;
- Выполнение контрольных работ;

### **Учебно-методические пособия для самостоятельной работы**

- 1) Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2. [Электронный ресурс] / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. - Москва: КноРус, 2017. -1424 с. -ISBN 978-5-406-05977-7 Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.Book.ru/Book/927669> Книга находится в ЭБС «BOOK.ru»
- 2) Атанасян Л. С. Геометрия Лобачевского [Электронный ресурс] / Л. С. Атанасян. — 2-е изд., испр. (эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 467 с.). — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". ISBN 978-5-9963-2364-7

### **Вопросы для самостоятельной работы**

1. Понятие  $n$ -мерного евклидова векторного (линейного) пространства и его свойства.
2. Ортонормированный базис евклидова векторного пространства.
3. Понятие об  $n$ -мерном аффинном точечном пространстве  $A_n$  и  $n$ -мерном евклидовом точечном пространстве. Вычисление расстояний и углов в  $n$ -мерном евклидовом пространстве.
4. Аффинные преобразования пространства  $A_n$  и движения пространства  $E_n$
5. Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского.
6. Модели Кэли-Клейна, Пуанкаре, Бельтрами.
7. Другие аксиоматики евклидовой геометрии.
8. Система А.В.Погорелова построения школьного курса геометрии.
9. Система Л.С.Атанасяна построения школьного курса геометрии.
10. Система А.Д.Александрова построения школьного курса геометрии.
11. Измерение длин отрезков в системе аксиом Вейля.
12. Измерение длин отрезков в системе аксиом Гильберта.

### **Индивидуальные самостоятельные задания по теме: «Пятый постулат»**

13. Обосновать утверждение «Любые перпендикуляр и наклонная к некоторой прямой всегда пересекаются» эквивалентно пятому постулату Евклида.
14. Обосновать утверждение «Через любую внутреннюю точку угла всегда можно провести прямую, пересекающую стороны угла и не проходящую через вершину» эквивалентно пятому постулату Евклида.
15. Обосновать утверждение «Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним» эквивалентно пятому постулату Евклида.

16. Обосновать утверждение «Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность» эквивалентно пятому постулату Евклида.
17. Обосновать утверждение «Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна ее радиусу» эквивалентно пятому постулату Евклида.
18. Обосновать утверждение «Средняя линия треугольника равна половине его основания» эквивалентно пятому постулату Евклида.
19. Обосновать утверждение «Угол, вписанный в окружность и опирающийся на ее диаметр, - прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида.
20. Обосновать утверждение «Существуют неравные треугольники такие, что три угла одного из них равны соответственно трем углам другого» эквивалентно пятому постулату Евклида.
21. Обосновать утверждение «Три точки, одинаково удаленные от некоторой прямой и лежащие по одну сторону от нее, лежат на одной прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида.
22. Обосновать утверждение «Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую» эквивалентно пятому постулату Евклида.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Типовые контрольные задания**

#### **7.1.1. Примерные вопросы к коллоквиуму**

1. Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы.
2. Интерпретация системы аксиом.
3. Изоморфизм структур.
4. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.
5. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида.
6. Критика системы Евклида.
7. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.
8. Подход Д.Гильберта к обоснованию евклидовой геометрии: первоначальные понятия и система аксиом.
9. Абсолютная геометрия: её простейшие теоремы.
10. Теоремы Саккери-Лежандра.
11. Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида.  
Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна  $2d$ .
12. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта.
13. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Гильберта.
14. Независимость системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.
15. Подход Г.Вейля к обоснованию евклидовой геометрии.

16. Векторное пространство  $V^3$  и его свойства.
17. Евклидово векторное пространство  $V^3$  и его свойства.
18. Евклидово точечное пространство  $E^3$  и его свойства (система аксиом Вейля).  
 Определения геометрических фигур и простейшие теоремы.  
 Непротиворечивость системы аксиом Вейля.
19. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Вейля.
20. Логическая эквивалентность систем аксиом Вейля и Гильберта.
21. Н.И. Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия.
22. Аксиома параллельности Лобачевского и понятие о его геометрии.  
 Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского.
23. Модель Кэли-Клейна.
24. Модель Пуанкаре.
25. Модель Бельтрами.

### **7.1.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля**

1. Группа аксиом, содержащих основное отношение «принадлежности»:
  - а) соединения
  - б) параллельных
  - в) соответствия
  - г) непрерывности
2. Группа аксиом, содержащих основное отношение «между»:
  - а) порядка
  - б) связности
  - в) сочетания
  - г) метрики
3. Группа аксиом, содержащих основное понятие «равенство»:
  - а) конгруэнтности
  - б) принадлежности
  - в) измеримости
  - г) предшествования
4. Аксиома, эквивалентная пятому постулату Евклида:
  - а) непрерывности
  - б) параллельности
  - в) конгруэнтности
  - г) принадлежности
5. Название четырехугольника ABCD, в котором углы A и D прямые и  $AB=CD$ :
  - а) Евклида
  - б) Бельтрами
  - в) Саккери
  - г) Пуанкаре
13. Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:
  - а) вокруг любого треугольника можно описать окружность
  - б) в любой треугольник можно вписать окружность

- в) сумма внутренних углов четырехугольника  $> 360^\circ$   
через любую точку вне прямой проходит прямая, параллельная ей
14. Доказательством непротиворечивости систем аксиом является существование в ней:
- а) модели заданной системы аксиом
  - б) противоречащих друг другу аксиом
  - в) эквивалентных предложений
  - г) предложений, эквивалентных пятому постулату
15. Метод, лежащий в основе построения математической теории:
- а) аксиоматический
  - б) геометрический
  - в) эмпирический
  - г) аналитический
17. Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:
- а) через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость
  - б) прямая, пересекающая одну из двух параллельных прямых, пересекает и вторую
  - в) не существует общего перпендикуляра для двух параллельных прямых
  - г) если углы одного квадрата равны углам другого квадрата, то квадраты равны
18. Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:
- а) теорема Пифагора
  - б) сумма углов треугольника  $> 180^\circ$
  - в) сумма углов треугольника  $< 180^\circ$
  - г) теорема Паскаля
19. Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:
- а) медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине
  - б) в любой треугольник можно вписать окружность
  - в) из любой точки можно провести касательную к окружности
  - г) внешний угол треугольника больше любого внутреннего
20. Критерий, по которому система аксиом является независимой:
- а) ни одну из аксиом нельзя вывести из остальных аксиом системы
  - б) в ней не существует противоречащих друг другу аксиом
  - в) в ней не существует эквивалентных предложений
  - г) ее нельзя пополнить другими эквивалентными аксиомами
21. Критерий, по которому система аксиом является полной:
- а) в ней нет исключаящих друг друга положений
  - б) ни одна из аксиом не является следствием остальных
  - в) в ней нет зависимых предложений
  - г) к ней нельзя добавить независимую от них аксиому
22. Утверждение, эквивалентное пятому постулату Евклида:
- а) первый признак равенства треугольников

- б) аксиома параллельности
- в) аксиома параллельности Лобачевского
- г) сумма углов треугольника  $< 180^\circ$

### 7.1.3. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Аксиоматический метод построения теории.
2. Непротиворечивость системы аксиом. Критерий непротиворечивости. Примеры.
3. Независимость системы аксиом. Критерий независимости. Примеры независимых систем аксиом.
4. Полнота системы аксиом. Критерий полноты. Примеры полных и неполных систем аксиом.
5. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах» Евклида. Первые следствия из системы аксиом Евклида.
6. Группа аксиом соединения (принадлежности) Д. Гильберта, простейшие следствия группы аксиом соединения, непротиворечивость этой группы аксиом.
7. Группа аксиомы порядка Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения и порядка.
8. Группы аксиом конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения, порядка, конгруэнтности и непрерывности.
9. Аксиома параллельности, простейшие следствия, эквивалентность аксиомы параллельности пятому постулату.
10. Система аксиом плоскости Лобачевского. Простейшие следствия о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
11. Параллельность прямых на плоскости Лобачевского, определение и простейшие следствия.
12. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поведение параллельных прямых на бесконечности.
13. Угол параллельности, существование и единственность прямой перпендикулярной одной и параллельной другой стороне острого угла, свойства угла
14. параллельности.
15. Сверхпараллельные (расходящиеся) прямые, определение, свойства и признаки сверхпараллельных прямых.
16. Пучки прямых на плоскости Лобачевского. Принадлежность одному пучку
17. прямых срединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Соответствующие точки пучков.
18. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского.
19. Эквидистанта, некоторые свойства эквидистанты.
20. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского.
21. Орицикл, некоторые свойства орицикла.
22. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского.
23. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского.
24. Движения на модели Кэли-Клейна.
25. Проверка некоторых аксиом первой, второй, третьей и пятой групп аксиом.
26. Расстояние между точками на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского,

- свойства расстояний между точками. Проверка четвертой группы аксиом.
27. Величина угла на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, перпендикулярность прямых. Вывод формулы для угла параллельности.
28. Многомерные пространства. Система аксиом Вейля, непротиворечивость.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Основная**

- 1) Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2. [Электронный ресурс] / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. - Москва: КноРус, 2017. -1424 с. -ISBN 978-5-406-05977-7 Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.Book.ru/Book/927669> Книга находится в ЭБС «BOOK.ru»
- 2) Атанасян Л. С. Геометрия Лобачевского [Электронный ресурс] / Л. С. Атанасян. — 2-е изд., испр. (эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 467 с.). — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — Систем. требования: AdobeReader XI ; экран 10". ISBN 978-5-9963-2364-7
- 3) Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 1 [Электронный ресурс] / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. - Москва: КноРус, 2018. - 527 с. - ISBN 978-5-406-00908-6 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.book.rulbook/927670> Книга находится в ЭБС "BOOK.ru"
- 4) Матвеев, С. Н. Геометрия : учебно-методическое пособие по аналитической и конструктивной геометрии для самостоятельной работы обучающихся очной, заочной и дистанционной форм обучения по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование / С. Н. Матвеев, Р. Г. Шакиров, Г. Р. Антропова. — Набережные Челны : Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. — 59 с. — ISBN 978-5-98452-190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/97122.html> (дата обращения: 06.12.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/97122>

## Дополнительная

- 1) Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 1 : Геометрия поверхностей, групп преобразований и полей / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. - 5-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 334 с. - ISBN 5-8360-0160-X : 0-0.
- 2) Александров, А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. Учебное пособие./А.Д. Александров, Н.Ю. Нецветаев — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит, 1990. — 672 с.: ил. — ISBN 5-02-014336-7.
- 3) Гильберт Д. Основания геометрии /Д. Гильберт – М.: Физматгиз, 1948. – 491 с.
- 4) Игнаточкина Л.А. Топология для бакалавров математики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Игнаточкина Л.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Прометей, 2016.— 88 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58207.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	<p><b>Студентам:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- запустить установленный у Вас математический пакет</li> <li>выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии;</li> </ul> <p><b>Преподавателям:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</li> </ul> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</li> <li>2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</li> </ol>
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека,

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по *Дополнительные главы геометрии* распределена по темам и по часам на лекции, практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите курсовых работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Специфика дисциплины «*Дополнительные главы геометрии*» состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения,

находить свои ошибки и устранять их.

## **Методические рекомендации**

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1) Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2. [Электронный ресурс] / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. - Москва: КноРус, 2017. -1424 с. -ISBN 978-5-406-05977-7 Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.Book.ru/Book/927669> Книга находится в ЭБС «BOOK.ru»
- 2) Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.В. Беклемишев. - 16-е Изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2019. - 448 с. - Перейти к внешнему ресурсу <https://e.lanbook.com/book/98235> Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

Решать задачи и упражнения из задачников

1. Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии в 2-х частях.

Для проверки остаточных знаний использовать вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии в 2-х частях.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по геометрии рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины дополнительные главы геометрии. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.