

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Математический анализ

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки  
Математика

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
з а о ч н а я

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП.

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины *Математический анализ* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Математика (уровень бакалавриата) от 22.02.2018 №121.

Разработчики: кафедра математического анализа,  
Аджиева Х.И., к.ф.-м.н., доцент,

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 22 июня 2021 г., протокол № 10.  
Зав. кафедрой Алиев Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук  
от 23 июня 2021 г., протокол № 6.  
Председатель Алиев Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

« 9 » июня 2021 г. Алиев

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 44.03.01 Педагогическое образование.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением поля действительных чисел, изучением и освоением таких базовых понятий, как предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование, изучением фундаментальных свойств числовых и функциональных рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *универсальных – УК- 1, профессиональных -ПК-2.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
1-2	180	18		16			146	-
3	108	12		10			77+9	экзамен
Итого	288	30		26			232	

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *математический анализ* являются:

- овладение основными понятиями анализа (действительное число, функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, мера и интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 44.03.01 Педагогическое образование. Знания по математическому анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия,

функциональный анализ, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процесс освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<p><i>Знает:</i> структуру задач в области математического анализа, а также базовые составляющие таких задач.</p> <p><i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области математического анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математического анализа.</p>	Устный опрос, письменный опрос
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<p><i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений</p>	Устный опрос, письменный опрос

		путем математических интерпретаций и оценок.	
	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	Устный опрос, письменный опрос

<p>ПК-2 Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса</p>	<p>ПК-2.1. Способен определять содержание математического образования школьников, адекватное ожидаемым результатам, уровню развития современной математики и возрастным особенностям обучающихся</p>	<p><i>Знает:</i> требования к организации образовательного процесса по математике; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «Математика»  <i>Умеет:</i> формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых.  <i>Владеет:</i> предметным содержанием математики; умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике; умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; способностью</p>	<p>Устный опрос, письменный опрос</p>
---	--	---	---------------------------------------

		применять различные методы обучения и современные образовательные технологии в образовательном процессе в области математики	
	ПК-2.2. Проектирует элементы образовательной программы, рабочую программу учителя по математике	<p><i>Знает:</i> требования к организации образовательного процесса по математике; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «Математика»</p> <p><i>Умеет:</i> формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей обучаемых.</p> <p><i>Владеет:</i> предметным содержанием математики; умениями отбора вариативного содержания с учетом</p>	Устный опрос, письменный опрос

		<p>взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике; умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; способностью применять различные методы обучения и современные образовательные технологии в образовательном процессе в области математики</p>	
	<p>ПК-2.3. Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и применения современных образовательных технологий</p>	<p><i>Знает:</i> требования к организации образовательного процесса по математике; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «Математика»  <i>Умеет:</i> формулировать дидактические цели и задачи обучения математике и реализовывать их в образовательном процессе; планировать и реализовывать различные организационные средства и формы в процессе обучения математики (урок, экскурсию, домашнюю, внеклассную и внеурочную работу); обосновывать выбор методов обучения математике и образовательных технологий, исходя из особенностей содержания учебного материала, возраста и образовательных потребностей</p>	<p>Устный опрос, письменный опрос</p>



		<p>обучаемых.  <i>Владеет:</i>  предметным содержанием математики;  умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике;  умениями по планированию и проектированию образовательного процесса;  способностью применять различные методы обучения и современные образовательные технологии в образовательном процессе в области математики</p>	
--	--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<i>Первая сессия(1 курс)</i>								
<b>Модуль 1. Числовые последовательности. Предел функции одной переменной Непрерывность функции одной переменной.</b>								
1. Числовые последовательности.			2	2			12	
2. Предел функции одной переменной. Замечательные пределы			2	1			12	
3. Непрерывные функции одной переменной			1	1			2	

4. Глобальные и локальные свойства непрерывных функций			1	-				
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>1</b>		<b>6</b>	<b>4</b>			<b>26</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<i>Вторая сессия(1 курс)</i>								
<b>Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций одной переменной</b>								
1 Определения производной и дифференциала			1	1			8	
2. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления.			1	1			8	
3.Производные и дифференциалы высших порядков			1	1			10	
4. Исследование функций и построение их графиков.			1	1			2	
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>1</b>		<b>4</b>	<b>4</b>			<b>28</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<i>Третья сессия(1 курс)</i>								
<b>Модуль 3. Неопределенный интеграл.</b>								
1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.			1	1			10	
2. Интегрирование рациональных функций.			1	1			10	
3. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.			1	1			10	
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>1</b>		<b>3</b>	<b>3</b>			<b>30</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 4. Определенный интеграл Римана</b>								
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.			1	1			10	
2. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем			1	1			10	
3. Приложения интеграла к геометрии и механике.			1	1			10	
<b>Всего по модулю 4</b>	<b>2</b>		<b>3</b>	<b>3</b>			<b>30</b>	Контрольная работа, коллоквиум



<b>ИТОГО за 2 курс</b>			<b>12</b>	<b>10</b>				
<b>ИТОГО</b>			<b>30</b>	<b>26</b>			<b>232</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

###### Первый семестр

#### **Модуль 1. Числовые последовательности. Предел функции одной переменной** **Непрерывность функции одной переменной.**

Тема 1. Числовые последовательности

Числовые последовательности и подпоследовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Примеры на нахождение пределов. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченных последовательностях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Число  $e$ . Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Тема 2. Предел функции одной переменной. Замечательные пределы.

Постановка задачи и различные определения предела функции. Односторонние пределы. Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Символы Ландау. Различные виды неопределенностей.

Тема 3. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.

Тема 4. Глобальные и локальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Теорема о существовании непрерывной обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

#### **Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций одной переменной.**

Тема 5. Определения производной и дифференциала.

Постановка задачи. Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 6. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 8. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Критерии и признаки выпуклости. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

###### Второй семестр

#### **Модуль 1. Неопределенный интеграл**

Тема 9. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.

Таблица интегралов. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Тема 10. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональностей и

тригонометрических функций. Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций.

Тема 11. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

### ***Модуль 2. Определенный интеграл Римана***

Тема 12. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 13. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.

Тема 14. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объем и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

### ***Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных***

Тема 15. Сходимость в  $k$ -мерном пространстве.

Определение сходимости в  $k$ -мерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек в  $k$ -мерном пространстве. Различные типы множеств в  $k$ -мерном пространстве.

Тема 16. Кратный и повторные пределы функций многих переменных. Непрерывность функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций.

Повторные пределы функции. Непрерывность функции многих переменных в точке.

Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 17. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению. Частные производные от сложных функций. Производная по направлению.

Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

## *Третий семестр*

### ***Модуль 1. Числовые ряды. Знакопеременные ряды. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.***

Тема 18. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости рядов с положительными членами.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 19. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Тема 20. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности. Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов. Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Тема 21. Степенной ряд. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 22. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.

Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Источники получения ортогональных систем функций. Ряд Фурье, минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле. Ряды Фурье для четных, нечетных и  $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода  $2l$ .

## **Модуль 2. Кратные и криволинейные интегралы**

Тема 23. Двойные и тройные интегралы, вычисление, свойства. Мера Жордана в  $R^2$

Свойства. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Суммы Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного

интеграла. Мера Жордана в  $R^3$ . Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Свойства. Тройной интеграл Существование. Вычисление.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 24. Криволинейные интегралы, вычисление, свойства.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Задача вычисления работы переменной силы.

Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина.

Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

### **4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине**

#### *Первый семестр*

#### **Модуль 1. Числовые последовательности. Предел функции одной переменной**

##### **Непрерывность функции одной переменной.**

Тема 1. Числовые последовательности

Числовые последовательности и подпоследовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Примеры на нахождение пределов. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченных последовательностях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Число  $e$ .

Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Тема 2. Предел функции одной переменной. Замечательные пределы.

Постановка задачи и различные определения предела функции. Односторонние пределы.

Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции.

Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный

предел. Другие замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Символы Ландау. Различные виды неопределенностей.

Тема 3. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.

Тема 4. Глобальные и локальные свойства непрерывных функций.

Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Теорема о существовании непрерывной обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

### ***Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Исследование функций одной переменной.***

Тема 5. Определения производной и дифференциала.

Постановка задачи. Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 6. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала.

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 8. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Критерии и признаки выпуклости. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

### ***Второй семестр***

#### ***Модуль 1. Неопределенный интеграл***

Тема 9. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов.

Таблица интегралов. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Тема 10. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональностей и тригонометрических функций. Интегралы от простейших рациональных дробей.

Интегрирование рациональных функций.

Тема 11. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

#### ***Модуль 2. Определенный интеграл Римана***

Тема 12. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 13. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 14. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объем и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

#### ***Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных***

Тема 15. Сходимость в  $k$ -мерном пространстве.

Определение сходимости в  $k$ -мерном пространстве. Свойства сходящихся

последовательностей точек в  $k$ -мерном пространстве. Различные типы множеств в  $k$ -

мерном пространстве.

Тема 16. Кратный и повторные пределы функций многих переменных. Непрерывность функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций.

Повторные пределы функции. Непрерывность функции многих переменных в точке.

Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 17. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению. Частные производные от сложных функций. Производная по направлению.

Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

### *Третий семестр*

#### ***Модуль 1. Числовые ряды. Знакопеременные ряды. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.***

Тема 18. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости рядов с положительными членами.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 19. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Тема 20. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимости функциональной последовательности. Примеры.

Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов. Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Тема 21. Степенной ряд. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 22. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.

Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Источники получения ортогональных систем функций. Ряд Фурье, минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле. Ряды Фурье для четных, нечетных и  $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода  $2l$ .

#### ***Модуль 2. Кратные и криволинейные интегралы***

Тема 23. Двойные и тройные интегралы, вычисление, свойства.

Мера Жордана в  $R^2$ . Свойства. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.



Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Суммы Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного

интеграла. Мера Жордана в  $R^3$ . Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Свойства. Тройной интеграл Существование. Вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 24. Криволинейные интегралы, вычисление, свойства.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия.

Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

### Задания для самостоятельной работы

#### I

1. По методу математической индукции доказать неравенство  $3^n \geq 3n$  для натуральных чисел  $n$ .

1. Найти супремум и инфимум множества  $E = \left\{ \frac{2n+1}{n+1}, n = 1, 2, \dots \right\}$ .

2. Построить графики функций  $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$ ,  $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$ ,  $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$ .

#### II

1. Найти предел функции  $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$  в точке  $a = 0$ .

2. Исследовать характер точек разрыва функций  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ ,  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ .

3. Исследовать на дифференцируемость в точке  $x=0$  функцию  $f(x)$ , если  $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}$  при  $x \neq 0$  и  $f(0) = 0$ .

4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции  $y = \ln \left( x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ .

### III

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы  $\int_1^e x \ln x dx$ ,  $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$ .

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций  $y = \sin x$  и  $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$ .

### IV

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ , 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ , 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$ , 4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ , 5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ , 6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ , 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$ , 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$ ,

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$ , 5)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$ , 6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{2n+1}{3n+2} \right)^n$ , 7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{n}{n+1} \right)^n$ .

3. Найти области сходимости рядов:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n$  2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$ , 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$

4. Разложить в ряд Фурье: а)  $f(x) = 1 - x$ ,  $x \in (2;4)$ ; б)  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

### V

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C (x+y) ds$ , если  $C$ :

$$x = t, \quad y = \frac{3t^2}{\sqrt{2}}, \quad z = t^3, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ , где  $C$  – четверть астроида

$$x = R \cos^3 t, \quad y = R \sin^3 t \quad \text{от точки } (R,0) \text{ до точки } (0,R).$$

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x-y) dx dy$ ,  $D: y^2 = \frac{b^2}{2} x$ ,  $y = \frac{b}{a} x$  ( $a > 0, b > 0$ ).

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$ ,  $D: y = x, y = -x, y = 1$ .

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$ , где  $C$  – окружность  $x^2 + y^2 = R^2$ .

VI

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$ ,  $C: x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  
 $y = a(\sin t - t \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$ , где  $C$  – полуокружность  
 $x = a \cos t$ ,  $y = a \sin t$ ,  $0 \leq t \leq \pi$ .

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (1 - xy) dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $x = 4$ .

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$ ,  $D: -1 \leq x \leq 1$ ,  
 $0 \leq y \leq 1$ .

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$ ,  
 где  $C$  – эллипс

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Раздел 1. Числовые последовательности .Предел функции одной переменной. Непрерывность функции одной переменной</b>	
1. Предел последовательности.	Доклад на тему: Теорема Штольца.
2. Монотонные последовательности	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Теорема Эйлера.
3. Предел функции одной переменной.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений.
4. Замечательные пределы.	Реферат на тему: Теорема Эйлера. Решение задач и упражнений.
5. Непрерывные функции одной переменной	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции.
6. Глобальные свойства непрерывных функций.	Доклады на темы: 1. Теоремы Вейерштрасса для компактных множеств. 2. Теорема Кантора для компактных множеств.
<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной .Исследование функций одной переменной</b>	
1. Определения производной и дифференциала.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Правила дифференцирования.	Решение задач и упражнений.
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
4. Производные и дифференциалы высших	Решение задач и упражнений.

порядков.	
5. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
6. Исследование функций и построение их графиков.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
<b>Раздел 3. Неопределенный интеграл</b>	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений.
2. Основные методы интегрирования.	Решение задач и упражнений.
3. Интегрирование рациональных функций	Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
4. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.	Решение задач и упражнений.
<b>Раздел 4. Определенный интеграл Римана</b>	
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.	Решение задач и упражнений.
2. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.	Доклады на темы: 1. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. 2. Интегрируемость разрывной функции Римана.
3. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем	Решение задач и упражнений.
4. Формула Ньютона-Лейбница.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
5. Замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана.	Решение задач и упражнений.
6. Приложения интеграла к геометрии и механике.	Доклады на темы: 1. Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2. Спрямолинейные кривые. 3. Кривая Пеано.
<b>Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных</b>	
1. Сходимость в $k$ -мерном пространстве.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывные функции многих переменных.	Решение задач.
4. Частные производные и полный дифференциал.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
5. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.	Решение задач и упражнений.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
7. Исследование функций многих переменных на экстремум.	Доклад на тему: Метод Лагранжа.
8. Теоремы о неявных функциях.	Реферат на тему: Функция и способы ее задания.
<b>Раздел 6. Числовые ряды. Знакопеременные ряды. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.</b>	
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.	Решение задач.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.

3. Знакопередающиеся ряды.	Решение задач.
4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
5. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	Доклад на тему: Синус- и косинус-ряды.
6. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.	Решение задач и упражнений.
7. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.	Решение задач и упражнений.
8. Функциональные свойства сумм рядов.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.
9. Степенной ряд. Функциональные свойства.	Решение задач и упражнений.
10. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.	Решение задач и упражнений.
11. Приближение непрерывных функций многочленами.	Доклад на тему: Суммы Фейера.
12. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.	Решение задач и упражнений.
13. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле.	Доклад на тему: Сравнение признаков Дини и Дирихле сходимости рядов Фурье.
14. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2l-периодических функций.	Решение задач и упражнений.
<b>Раздел 20. Двойные интегралы</b>	
1. Мера Жордана в $R^2$ . Свойства.	Реферат на тему: Общая мера Жордана.
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
3. Замена переменных в двойном интеграле.	Решение задач и упражнений.
4. Приложения двойного интеграла.	Решение задач и упражнений.
5. Мера Жордана в $R^3$ . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
6. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
<b>Раздел 21. Криволинейные интегралы</b>	
1. Криволинейные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
2. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина	Решение задач и упражнений.

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

*7.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»*

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?

3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность  $x_n = \frac{1}{3n-7}$ ?
5. Верно ли «Бесконечно большая последовательность не ограничена сверху»?

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»*

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Условия существования определенного интеграла.
4. Некоторые классы интегрируемых функций.
5. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
6. Основная теорема интегрального исчисления.
7. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»*

1. Числовой ряд. Частичная сумма и остаток.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Общий критерий сходимости числовых рядов.
5. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
6. Интегральный признак сходимости рядов.
7. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
8. Признак Коши сходимости числовых рядов.
9. Условная и безусловная сходимости рядов.
10. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
11. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.
12. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
13. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
14. Преобразование Абеля.
15. Признак Абеля сходимости рядов.
16. Признак Дирихле сходимости рядов.
17. Бесконечные произведения. Их сходимість.
18. Критерий сходимости произведения.
19. Сравнение сходимости произведений и рядов.

*Примерные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кратные интегралы»*

1. Мера Жордана, ее свойства.
2. Определение двойного интеграла, его свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
4. Замена переменных в двойном интеграле.
5. Определение и свойства криволинейного интеграла первого рода.
6. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
7. Формула Грина.
8. Тройной интеграл. Свойства. Вычисление.
9. Замена переменных в тройном интеграле.
10. Поверхностный интеграл первого рода. Определение. Свойства. Вычисление.
11. Поверхностный интеграл второго рода. Определение. Свойства. Вычисление.
12. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.

*Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля*

-2)	Пусть $E$ - произвольное числовое множество. Тогда верно утверждение: 1) Для ограниченности $E$ необходима конечность $E$ .
-----	--



	1) $\infty$ ;                      2) $1$ ;                      3) $2$ ;                      4) $0$ .
-3)	Обратной к функции $f(x) = -\sqrt{x}$ на промежутке $[0, +\infty)$ является 1) $g(x) = x^2$ на $(-\infty, +\infty)$ ;                      2) $g(x) = -x^2$ на $(-\infty, 0)$ ; 3) $g(x) = x^2$ на $(-\infty, 0]$ ;                      4) $g(x) = \sqrt{x}$ на $(0, +\infty)$ .
-2)	Найти суперпозицию $f(g(x))$ , если $f(x) = x^3$ , $g(x) = 3^x$ . 1) $x^{3^x}$ ;                      2) $3^{3^x}$ ;                      3) $x^{3^x}$ ;                      4) $3^{x^3}$ .
-3)	График функции $y = x + \frac{1}{x}$ имеет 1) лишь вертикальную асимптоту; 2) горизонтальную асимптоту; 3) наклонную и вертикальную асимптоты; 4) лишь наклонную асимптоту.
-2)	Выберите верное утверждение: Если функция $f(x)$ равномерно непрерывна на данном промежутке, то всегда на этом промежутке 1) $f(x)$ ограничена; 2) непрерывна; 3) $f(x)$ достигает своих точных границ.
-2)	Функция $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x^2 - x}$ 1) непрерывна; 2) имеет устранимые разрывы в точках $x = 0$ и $x = 1$ ; 3) имеет бесконечные разрывы в точках $x = 0$ и $x = 1$ .
-1)	Функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ . 1) имеет на интервале $(0, 1)$ хотя бы один нуль; 2) на интервале $(0, 1)$ не принимает значение $-0,5$ ; 3) на отрезке $[0, 1]$ не достигает своего супремума.
-3)	Функция $ x - 1 $ в точке $x = 1$ 1) имеет производную; 2) дифференцируема; 3) имеет односторонние производные.
-3)	Производная функции $\cos^2 3x$ равна 1) $-6 \sin 3x$ ;                      2) $6 \cos 3x$ ; 3) $-3 \sin 6x$ ;                      4) $-2 \cos 3x \sin 3x$ .
-2)	Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$ 1) $[0, 2]$ ;                      2) $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$ ;                      3) $(-\infty, +\infty)$ .
-1)	Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$ . 1) $e^{-1,5}$ ;                      2) $e^{-1}$ ;                      3) $e$ .
-2)	Найти точки экстремумов функции $y = x e^{-x}$ . 1) $0$ ;                      2) $1$ ;                      3) $-1$ .
-2)	Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0, 0)$ равны 1) $1$ и $-1$ ;                      2) $2$ и $-0,5$ ;                      3) $2$ и $2$ .



-3)	<p>Двойной предел функции <math>f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}</math> в точке <math>O(0,0)</math></p> <p>1) равен <math>1</math>;      2) не существует;      3) <math>0</math>;      4) равен <math>\infty</math>.</p>
-2)	<p>Найти <math>u'_x(0,0)</math>, если <math>u = e^{xy} \sin x</math>.</p> <p>1) <math>0</math>;      2) <math>1</math>;      3) <math>-1</math>.</p>
-1)	<p>Найти <math>du(0,0)</math>, если <math>u = x \cos y - 2^{xy}</math></p> <p>1) <math>dx</math>;      2) <math>dx - 2dy</math>;      3) <math>-dx + 2dy</math>.</p>
-2)	<p>Найти <math>\int x \ln x dx</math>.</p> <p>1) <math>x^2 \ln x + C</math>;  2) <math>\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C</math>;  3) <math>2x^2 \ln x - x^2 + C</math>.</p>
-3)	<p>Найти <math>\int x^2 \cos x^3 dx</math>.</p> <p>1) <math>\frac{1}{3} x^3 \sin x^3 + C</math>;  2) <math>\frac{1}{3} x^3 \cos x^3 dx</math>;  3) <math>\frac{1}{3} \sin x^3 + C</math>.</p>
-1)	<p>Вычислить <math>\int_0^1 x e^x dx</math>.</p> <p>1) <math>1</math>;      2) <math>e</math>;      3) <math>2</math>.</p>
-3)	<p>Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций <math>y = 2x^2 + 1</math> и <math>y = x + 1</math>.</p> <p>1) <math>\frac{1}{12}</math>;      2) <math>\frac{1}{12}</math>;      3) <math>\frac{1}{24}</math>.</p>
-2)	<p>Вычислить несобственный интеграл <math>\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx</math>.</p> <p>1) <math>\frac{1}{4}</math>;      2) <math>\frac{1}{3}</math>;      3) расходится.</p>
-3)	<p>Сумма ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}</math> равна</p> <p>1) <math>1</math>.      2) <math>0</math>.      3) <math>1,5</math>.      4) расходится.</p>
-1)	<p>Сумма ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}</math> равна</p> <p>1) <math>1</math>.      2) <math>2,5</math>.      3) ряд расходится.      4) <math>0,5</math>.</p>
-2)	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}</math> сходится</p> <p>1) при всех <math>p &gt; 0</math>.      2) при всех <math>p &gt; 0</math>.  3) при всех <math>p \geq \frac{1}{2}</math>.      4) при <math>p = 0</math>.</p>
-2)	<p>Дифференциал второго порядка функции <math>f(x, y) = x^2 \sin(2y)</math> в точке <math>M(1; \pi)</math> равен</p> <p>1) <math>dx^2 + 2dy^2</math>;      2) <math>8dxdy</math>;      3) <math>4dxdy</math>.</p>

-2)	<p>Найти частную производную <math>z'_y</math> неявной функции <math>z = z(x, y)</math>, определяемой уравнением <math>xz - z^2 + y^3 = 0</math>.</p> <p>1) <math>\frac{y^3}{x-z}</math>;      2) <math>\frac{3y^2}{2z-x}</math>;      3) <math>\frac{3y^2}{z-x}</math>.</p>
-----	--

### Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
11. Некоторые сведения о разложении полиномов на неприводимые множители и рациональных функций на простейшие дроби.
12. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.
13. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования некоторых трансцендентных функций.
14. Непосредственное вычисление бесконечных сумм и произведений.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- *отлично*, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- *хорошо*, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- *удовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- *неудовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

### 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

*а) основная литература:*

1. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1](#) - Москва: Физматлит, 2001  
Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> ().
2. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2](#) - Москва: Физматлит, 2001  
Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>()
3. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002  
Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>()
4. [Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие](#) - Москва: ЧеРо, 1997  
Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> ().

*б) дополнительная литература:*

1. [Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник](#) - Москва: Физматлит, 2001  
Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> ().
2. [Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ](#) - Москва: Физматлит, 2010  
Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> ().
3. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I](#) - Москва: Физматлит, 2009  
Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> ()
4. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II](#) - Москва: Физматлит, 2009  
Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> ()

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

На лабораторных занятиях каждый студент получает задание для самостоятельного выполнения, как правило, перечень задач и упражнений по данной теме. После выполнения лабораторной работы рекомендуется организовать защиту этой лабораторной работы.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.