

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Вопросы кодирования компактных множеств

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
01.04.01 Математика

Профиль подготовки
Математический анализ
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП,
формируемую участниками образовательных
отношений (по выбору)

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины *Вопросы кодирования компактных множеств* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 10.01.2018 г. № 12.

Разработчик: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 22 июня 2021 г.,
протокол № 10.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и
компьютерных наук от 23 июня 2021 г., протокол №6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 09 » 07 2021 г.

Начальник УМУ  Гасангаджијева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Вопросы кодирования компактных множеств* входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений; является дисциплиной по выбору ОПОП магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами конечных и разделенных разностей, интерполяционных полиномов, интерполяционными рациональными дробями, интерполяционными сплайнами, а также связанных с методами исследования сходимости интерполяционных процессов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
обще профессиональных – ОПК-1;
профессиональных – ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия на очном отделении							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		Всего	из них						
				Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	Консультации	
3	108	68	34	-	34	-	-	4+36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

- Освоение основных принципов передачи и обработки информации, сжатия и воспроизведения численной информации.
- Овладение основными методами оценки степени трудности задачи табулирования основных функциональных пространств.
- Творческое овладение методами кодирования бесконечных множеств.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений; является дисциплиной по выбору ОПОП магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение дисциплины *Вопросы кодирования компактных множеств*

предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями в области математики.	<p>мер и основных видов интегралов, применяемых в современном анализе; постановку различных актуальных и значимых задач современного математического анализа.</p> <p><i>Умеет</i> анализировать измеримость множеств и функций, существование интегралов, давать двусторонние оценки интегралов, применять их при решении задач фундаментальной и прикладной математики.</p> <p><i>Владеет</i> основными методами современного математического анализа, в частности, навыками подбора подходящего вида меры и интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.</p>	Устный опрос

	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в области математики в профессиональной деятельности.</p> <p>Может осуществить выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук; различные аппараты интерполяции; различные формы построения интерполяционных полиномов и интерполяционных рациональных дробей; различные формы сходимости интерполяционных процессов и условия их сходимости.</p> <p><i>Умеет:</i> системно подходить к анализу задач на разнородные явления для реализации математических моделей в области естествознания, техники, экономики и управления; создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей интерполяцию тем или иным аппаратом.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками анализа и систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и</p>	<p>Письменный опрос</p>
--	--	---	-------------------------

		оценок для математического моделирования в области современного естествознания, экономики и управления; методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого интерполяционного агрегата.	
ПК-1.Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии.		<i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин современного анализа (вещественного анализа, комплексного анализа и функционального анализа), а также фундаментальные теоремы о сходимости интерполяционных процессов в различных формах. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с анализом и применением различных методов из области математических и физических наук; давать оценки остатков интерполяционных формул разных типов для различных систем узлов интерполяции; составлять программы на современных	Устный опрос, письменный опрос

		<p>языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач; навыками оценки функций и констант Лебега и другими методами исследования сходимости интерполяционных процессов; навыками применения методов теории интерполирования в прикладных задачах.</p>	
<p>ПК-2. Владеть навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера; представления материалов собственных исследований; проводить корректуру, редактирование, реферирование работ.</p>		<p><i>Знает</i> актуальные проблемы теории интерполирования и методы решения задач в области теории интерполирования. <i>Умеет:</i> определять цель и задачи, объект и предмет научного исследования; анализировать актуальность научного исследования; подготовить научные сообщения и доклады для публичного представления в научных дискуссиях, подготовить научные статьи для опубликования собственных научных исследований в печати или размещения в</p>	<p>Устный опрос</p>

		<p>информационных сетях. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования, а также навыками участия в научных дискуссиях; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками проведения корректуры, редактирования и реферирования научных работ.</p>	
--	--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств								
1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.			4	4				
2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.			4	4				
3. Полиномы Чебышева, их свойства.			4	4				

4. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.			4	4			4	
Всего по модулю 1	3		16	16			4	КОЛЛОКВИУМ
Модуль 2. Локально компактные классы функций								
1. Критерии компактности метрических пространств.			4	4				
2. Локально компактные классы непрерывных функций.			4	4				
3. Оценки энтропии в равномерной метрике.			4	4				
4. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.			6	6				
Всего по модулю 2	3		18	18				КОЛЛОКВИУМ
Модуль 3. Промежуточная аттестация								
Экзамен	3							36
ИТОГО за семестр 3			34	34			4	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств

Тема 1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.

Энтропия дискретных множеств. Компактные метрические пространства. Определения \mathcal{E} -энтропии и \mathcal{E} -емкости метрических пространств. Сравнение энтропии и емкости между собой.

Тема 2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.

Оценки энтропии сверху и снизу декартова произведения компактных метрических пространств через энтропию сомножителей. Оценка энтропии ограниченных областей евклидова пространства.

Тема 3. Полиномы Чебышева, их свойства.

Свойства полиномов Чебышева первого рода. Оценки скорости сходимости ряда Фурье-Чебышева.

Тема 4. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.

Некоторые свойства вещественных аналитических на отрезке функций. Оценка энтропии компактных классов аналитических на отрезке функций.

Модуль 2 Локально компактные классы функций

Тема 1. Критерии компактности метрических пространств.

Критерии Ф. Рисса и Колмогорова компактности подмножеств пространств Лебега.

Аналог критерия Ф. Рисса компактности подмножеств пространства функций с обобщенной вариацией Орлича.

Тема 2. Локально компактные классы непрерывных функций.

Характеризация энтропии класса функций, удовлетворяющих условию Липшица.

Классы Гельдера. Двусторонние оценки модуля непрерывности через выпуклый модуль непрерывности.

Тема 3. Оценки энтропии в равномерной метрике.

Оценка энтропии класса Липшица с фиксированной константой.

Оценки энтропии классов Гельдера с выпуклым модулем непрерывности.

Тема 4. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.

Оценка энтропии компактных подмножеств в интегральных метриках.

Оценка энтропии в вариационных метриках.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств

Тема 1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.

Вопросы к теме:

1. Энтропия конечных множеств.
2. Критерии компактности метрических пространств.
3. Абсолютная и относительная энтропии.

Тема 2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.

Вопросы к теме:

1. Евклидовы пространства \mathbb{R}^n .
2. Компактные множества в \mathbb{R}^n .
3. Оценки энтропии различных плоских областей.

Тема 3. Полиномы Чебышева, их свойства.

Вопросы к теме:

1. Свойства полиномов Чебышева.
2. Полиномы наилучшего приближения, их нахождение.
3. Разложение функций в ряд Фурье-Чебышева.

Тема 4. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.

Вопросы к теме:

1. Бесконечно дифференцируемые и аналитические функции.
2. Ряды Тейлора (некоторые свойства).
3. Оценка энтропии компактных классов аналитических функций.

Модуль 2. Локально компактные классы функций

Тема 1. Критерии компактности метрических пространств.

Вопросы к теме:

1. Критерии Ф. Рисса и Колмогорова компактности подмножеств пространств Лебега.
2. Аналог критерия Ф. Рисса компактности подмножеств пространства функций с обобщенной вариацией Орлича.

Тема 2. Локально компактные классы непрерывных функций.

Вопросы к теме:

1. Характеризация энтропии класса функций, удовлетворяющих условию Липшица. Классы Гельдера.

2. Двусторонние оценки модуля непрерывности через выпуклый модуль непрерывности.

Тема 3. Оценки энтропии в равномерной метрике.

Вопросы к теме:

1. Оценка энтропии класса Липшица с фиксированной константой.
2. Оценки энтропии классов Гельдера с выпуклым модулем непрерывности.

Тема 4. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.

Вопросы к теме:

1. Оценка энтропии компактных подмножеств в интегральных метриках.
2. Оценка энтропии в вариационных метриках.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины действительный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами.

В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р.К., Магомедова В.Г. Элементы кодирования компактных множеств. Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Перечень вопросов для самостоятельной работы

1. Евклидово пространство.
2. Полиномы Чебышева.
3. Экстремальные свойства полиномов Чебышева.
4. Свойства аналитических на отрезке функций.
5. Характеристическое свойство элемента класса Липшица.
6. Общие критерии компактности метрических пространств.
7. Интегральный модуль непрерывности.
8. Критерии компактности пространств Лебега.
9. Модули непрерывности относительно вариаций Винера и Орлича.
10. Компактность в вариационных пространствах Орлича.

Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств</i>	
1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.	Доклад на тему: «Критерии компактности метрических пространств»
2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.	Решение задач
3. Полиномы Чебышева, их свойства.	Доклад на тему: «Экстремальные свойства полиномов Чебышева»
4. Оценка энтропии класса аналитических на	Доклад на тему: «Аналитические на отрезке

отрезке функций.	функции. Основные свойства»
Модуль 2. Локально компактные классы функций	
1. Критерии компактности метрических пространств.	Доклад на тему: «Общие критерии компактности».
2. Локально компактные классы непрерывных функций.	Доклад на тему: «Оценки модулей непрерывности»
3. Оценка энтропии в равномерной метрике.	Доклад на тему: «Интегральный модуль непрерывности»
4. Оценка энтропии в интегральной и вариационных метриках.	Доклад на тему: «Модули непрерывности относительно вариаций Винера и Орлича»

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.11. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Свойства энтропии и емкости.
2. Энтропии подмножеств евклидова пространства.
3. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.
4. Оценка энтропии класса Липшица с заданной константой.
5. Оценки энтропии классов Гельдера.
6. Оценка энтропии в интегральных метриках.
7. Оценка энтропии в вариационных метриках.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012
Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> ()

2. [Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959
Витушкин, А.Г. Оценка сложности задачи табулирования / А.Г. Витушкин ; ред. М.Я. Антоновского, М.М. Горячей. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 226 с. - (Современные проблемы математики). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457087> ().

3. [Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения](#) - Москва: Наука, 1975
Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> ().

б) дополнительная литература:

1. [Тиман А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного](#) - Москва: Гос. изд-во физико-математической лит., 1960
Тиман, А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / А.Ф. Тиман. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. - 624 с. - ISBN 978-5-4458-5451-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222399> ().

2. [Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения](#) - Москва: Наука, 1976
Корнейчук, Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук ; ред. Б.И. Голубова, Г.Я. Пироговой. - Москва : Наука, 1976. - 320 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961> ().

3. [Лоран П. Ж. Аппроксимация и оптимизация](#) - Москва: Мир, 1975
Лоран, П.Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.Ж. Лоран ; под ред. Г.Ш. Рубинштейн, Н.Н. Яненко ; пер. с фр. Ю.С. Завьялова, Р.А. Звягиной и др. - Москва : Мир, 1975. - 495 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457011> ().

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по теории интерполирования распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по теории интерполирования рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, MatLab, Mathematica, Maple, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины теория интерполирования. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.