

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего профессионального образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы статистического моделирования

Кафедра *прикладной математики*
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
01.03.02-Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в формируемую участниками образовательных отношений часть ОПОП

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины «Методы статистического моделирования» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика от 10 января 2018 №9.

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Назаралиев М.А., д. ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «22» июня 2021 г.,
протокол № 10

Зав. кафедрой Кадиев Р.М. Кадиев Р.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» июня 2021 г., протокол №6.

Председатель Бейбалаев В.Д. Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «09» 07 2021 г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г. Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина Методы статистического моделирования входит в формируемую участниками образовательных отношений часть ОПОП образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете М и КН кафедрой ПМ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с моделированием случайных величин, изложением основ метода Монте – Карло и его использованием при решении различных прикладных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных - УК-1, общепрофессиональных – ОПК-1 и профессиональных - ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа).

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме индивидуальный опрос, тестирование, контроля текущей успеваемости – контрольная работа, коллоквиум промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины по учебному плану составляет **6** зачетных единиц (**216** часов), в том числе по видам учебных занятий

Се- местр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе							
	Все- го	Контактная работа, обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экза- мен
		из них						
	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
7	72	14	14				44	Зачет
8	144	30	30				84	Экзамен
Итого	216	44	44				128	

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *теория случайных процессов* является:
- овладение студентами основами одного из современных универсальных численных методов решения сложных задач математической физики, техники, экономики и др., и методами моделирования случайных величин и процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Методы статистического моделирования» в формируемую участниками образовательных отношений часть ОПОП читается на 4-ом курсе после изучения дисциплин «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Теория случайных процессов» и других общематематиче-

ских дисциплин и является, таким образом, логическим продолжением в изучении вероятностных законов и их роли на практике.

В результате изучения курса студент должен овладеть теоретическими основами методов моделирования случайных величин и процессов, основами Метода Монте-Карло для решения дифференциальных и интегральных уравнений, больших систем алгебраических уравнений, для моделирования систем массового обслуживания, решения простых задач теории переноса и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации. применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Знает принципы сбора, обработки и обобщения информации.	Знает: структуру задач в различных областях. Умеет: анализировать постановку данной математической задачи. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в различных областях математики.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений.	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска. создания научных текстов.	Знает: современные методы сбора и анализа научного материала. Умеет: применять современные методы и средства анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками и пользования информационных тех-	

		нологий.	
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>Знает: теоретические основы базовых математических дисциплин, а также теоретической механики, физики. Умеет: решать задачи, связанные с исследованием различных методов, полученных в области математических и физических наук. Владеет: базовыми методами по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. Умеет: применять различные методы по исследованию математических и естественнонаучных задач. Владеет: навыками применения математических методов при решении конкретных задач в области математики и естественных наук</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p>Знает: различные методы исследования математических и естественнонаучных задач. Умеет: корректно выбирать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач.</p>	

<p>ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученных в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>Знает: основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы и современные языки программирования. Умеет: применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук. Владеет: навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.</p>	<p>Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен</p>
	<p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике. продукта.</p>	<p>Знает: методы построения математически моделей. ; Умеет: решать задачи, связанные с исследованием операций и численными методами. Владеет: методами построения математических моделей.</p>	
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований.</p>	<p>Знает: методы исследования прикладных задач; современные информационные технологии. Умеет: применять методы исследования прикладных задач; современных информационных технологий. Владеет: навыками построения математических моделей для решения задач прикладного характера.</p>	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов									
1.1	Случайные величины их распределения	7	2				8	Выполнение лабораторной работы	
1.2	Моделирование дискретных случайных величин.	7	2		4		20	Выполнение лабораторной работы	
<i>Итого по модулю 1:</i>			4		4		28		
Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин									
2.1	Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	7	2		2		12	Выполнение лабораторной работы	
2.2	Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	7	4		4		12	Выполнение лабораторной работы	
<i>Итого по модулю 2:</i>			6		6		24		
Модуль 3. Основы метода Монте-Карло.									
3.1	Предельные теоремы теории вероятностей	7	2				8	Выполнение лабораторной работы	
3.2	Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло	7	2		4		20	Выполнение лабораторной работы	
<i>Итого по модулю 3:</i>			4		4		28		
ИТОГО по 1 сем.:			14		14		80		
Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.									
4.1	Оценка интегралов методом Монте-Карло	8	6		8		3	Выполнение лабораторной работы	
4.2	Оценки функционалов от решения интегральных уравнений	8	4		2		3	Выполнение лабораторной работы	
4.3	Решение систем алгебраических урав-	8	4		4		2	Выполнение лабораторной работы	

	нений							
	<i>Итого по модулю 4:</i>			14		14		8
5	Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений, методом Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания.							
5.1	Общие сведения из теории переноса излучений.	8		4		4		Выполнение лабораторной работы
5.2	Прямое моделирование процесса переноса излучений	8		4		4	2	Выполнение лабораторной работы
5.3	Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений	8		4		6		Выполнение лабораторной работы
5.4	Моделирование систем массового обслуживания	8		4		4	2	Выполнение лабораторной работы
	<i>Итого по модулю 5:</i>			16		16	4	
	ИТОГО по II сем.:			30		30	12	
	Модуль 6. Подготовка к экзамену.	8						36
	ИТОГО:			44		44	92	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов.

Тема 1. Случайные величины и их распределения.

1.1. лк. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики.

Равномерное в $(0,1)$ распределение вероятностей и его роль в моделировании других случайных величин. Методы получения случайных величин, распределенных равномерно в $(0,1)$.

Тема 2. Моделирование дискретных случайных величин.

1.2. лк. Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин. Примеры моделирования: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

1.3лк. Эффективность стандартного алгоритма. Нестандартные методы в моделировании ДСВ. Специальные методы моделирования основных ДСВ.

Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин.

Тема 1. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.

2.1лк. Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равно-

мерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.

Тема 2. Специальные методы моделирования НСВ.

2.2лк. Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования.

2.3лк. Моделирование γ и β – распределений. Моделирование стандартной нормальной случайной величины. Приближенное моделирование нормальной случайной величины на основе центральной предельной теоремы.

Модуль 3. Основы метода Монте – Карло.

Тема 1. Предельные теоремы теории вероятностей.

3.1лк. Неравенство Чебышева. Правило «3-х сигм». Закон больших чисел: Теоремы Чебышева, Бернулли, Пуассона, Хинчина. Центральная предельная теорема теории вероятностей.

Тема 2. Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло.

3.2лк. Статистическая оценка параметров распределений. Точечные и интервальные оценки, свойства оценок. Статистические оценки для математического ожидания, дисперсии, коэффициента корреляции и др.

3.3лк. Общая схема метода Монте – Карло (М-К) для оценки неизвестного математического ожидания. Погрешность метода М-К. Сведение задачи об определении некоторой величины к вычислению средних значений. Задачи метода Монте – Карло. Примеры вычисления площади сложной фигуры и определенного интеграла, вероятности вылета элементарной частицы через плоскую пластику.

Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.

Тема 1. Оценка интегралов методом Монте-Карло.

4.1лк. Вычисление многократных интегралов методом М-К. вычисление интеграла, как площади. Вычисление интеграла, как среднего значения. Оценка погрешности, построение доверительного интервала.

4.2.лк. Методы понижения дисперсии оценок при вычислении интегралов. Метод существенной выборки (выборки по важности). Алгоритм с нулевой дисперсией.

4.3лк. Выделение «главной» части интегрируемой функции. Метод математических ожиданий и метод расщепления. Сравнение дисперсий оценок интеграла разными способами.

Тема 2. Оценки функционалов от решения интегральных уравнений.

4.4лк. Решение интегральных уравнений методом М-К. Некоторые сведения из теории интегральных уравнений. Интегральное уравнение 2-го рода. Сопряженное пространство и сопряженное уравнение. Функционалы от решения интегрального уравнения. Ряд Неймана, условия сходимости.

4.5лк. Цепи Маркова. Однородные цепи Маркова. Переходная плотность. Связь цепей Маркова с решением интегральных уравнений методом М-К.

Основная оценка функционала от решения интегрального уравнения, её несмещенность. Дисперсия основной оценки.

Тема 3. Решение систем алгебраических уравнений.

4.6лк. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Точные и итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости. Связь с интегральными уравнениями.

4.7лк. Построение цепи Маркова для решения СЛАУ методом М-К. Описание алгоритма метода М-К для решения СЛАУ. Возможность оценки отдельно выделенных компонентов решения. Преимущества и недостатки.

Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений. Моделирование систем массового обслуживания.

Тема 1. Общие сведения из теории переноса излучений.

5.1 лк. Общие сведения из теории переноса излучений. Физические величины, участвующие в описании процесса переноса (коэффициенты рассеяния и поглощения, индикатриса и матрица рассеяния, функция пропускания, альбедо и др. Интегро-дифференциальное уравнение переноса. Характеристики поля излучения (поток, плотность, интенсивность и др.).

Тема 2. Прямое моделирование процесса переноса излучений.

5.2 лк. Процесс переноса, как Марковская цепь траекторий движения частиц излучения. Распределения вероятностей элементов траекторий. Моделирование элементов траекторий. Прямое моделирование процесса переноса.

5.3 лк. Общая схема моделирования процесса переноса методом М-К. Различные способы моделирования длины пробега в сложных областях: сферическая геометрия, геометрия ядерного реактора, взаимопересекающиеся эллипсоиды и др. Методы максимального сечения и минимальных длин моделирования длины пробега. Использование специального метода моделирования показательного закона.

Тема 3. Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений.

5.4 лк. Интегральное уравнение переноса. Сопряженное уравнение переноса. Локальные по направлению оценки для плоского слоя. Оценки сопряженных блужданий.

5.5 лк. Оптимизация методов М-К в задачах переноса излучений. Весовые методы. Модификации моделирования длины пробега. Методы зависимых испытаний и подобных траекторий. Оценка функции ценности и их использование в оптимизации методов М-К.

Тема 4. Моделирование систем массового обслуживания.

5.6 лк. Системы массового обслуживания (СМО). Классификация систем массового обслуживания. Показатели работы СМО. Потоки заявок и его характеристики. Пуассоновский поток.

5.7 лк. Методы расчета СМО. Граф состояний. Задание основных параметров системы. Моделирование СМО методом М-К. Моделирование потока

заявок. Моделирование времени обслуживания. Вычисление основных характеристик эффективности работы СМО.

Содержание лабораторных занятий по дисциплине.

Модуль 1.

Лабораторная работа №1

Моделирование дискретных случайных величин.

Теоретическая часть.

- 1) Основные дискретные распределения: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона, гипергеометрическое распределение. Дать определения, написать выражения для функции распределения, привести числовые характеристики и характеристические функции.
- 2) Равномерное распределение в $(0,1)$ и его роль при моделировании других случайных величин.
- 3) Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
- 4) Специальные методы моделирования для перечисленных выше распределений.
- 5) Статистические характеристики выборки \bar{X} , S^2 , эмпирическая функция распределения.
- 6) Построение гистограммы распределения по выборочным данным x_1, x_2, \dots, x_n .

Задание 1:

1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода для моделирования случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 2$.

2) Написать алгоритм, блок-схему и программу специального метода с использованием рекуррентной формулы для вычисления P_{k+1} при условиях п.1).

3) Получить n значений x_1, x_2, \dots, x_n по алгоритму п.2). Вычислить \bar{X} , S^2 и сравнить их с точными значениями $M\xi$ и $D\xi$ распределения Пуассона.

4) Построить эмпирическую функцию $F_n(x)$ распределения и сравнить с функцией распределения Пуассона.

Задание 2:

1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода моделирования биномиального распределения с вероятностью $p=0,4$ появления события в каждом испытании и с вычислением P_{k+1} по рекуррентным формулам.

2) Вычислить \bar{X} , S^2 и сравнить их с точными значениями $M\xi$ и $D\xi$ при разных n .

- 3) Построить эмпирическую функцию $F_n(x)$ распределения при разных значениях n .
- 4) Проверить статистически сходимость биномиального распределения к нормальному при увеличении n .
- 5) **Замечания:** Индивидуальность заданий обеспечивается тем, что в задании 1 предлагаются разные распределения варьированием параметра λ и др; в задании 2 – различными значениями параметров p и n .

Лабораторная работа №2

Статистическая проверка равномерности псевдослучайных чисел (ПСЧ), получаемых с помощью датчика ПСЧ «RANDOM»

Теоретическая часть.

- 1) Равномерное распределение (определения, функция распределения, плотность распределения, графики, числовые характеристики, характеристические функции и т. д.).
- 2) Равномерное распределение в интервале $(0,1)$ (все сведения как в п.1) .
- 3) Статистические характеристики выборки, точечные и интервальные оценки для математического ожидания и дисперсии.
- 4) Проверка гипотез, критерии χ^2 и Колмогорова.
- 5) Как построить гистограмму распределения по выборке x_1, x_2, \dots, x_n .
- 6) Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

Задание:

- 1) С помощью датчика RANDOM получить n псевдослучайных чисел $\alpha_1, \dots, \alpha_n$.
- 2) Найти среднее значение $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$ и выборочную дисперсию $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$. Сравнить их с точными значениями $M\alpha = 1/2$ и $D\alpha = 1/12$ для различных n .
- 3) Построить гистограмму; для чего разделить интервал $(0,1)$ на m подинтервалов одинаковой длины $\Delta\ell$. Гистограмму необходимо построить для различных значений n . Для сравнения на той же схеме, где гистограмма, привести график плотности равномерного в $(0,1)$ распределения.
- 4) Построить при разных n эмпирическую функцию распределения; сравнить с теоретической функцией распределения равномерной в $(0,1)$ случайной величины.
- 5) С помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о равномерности ПСЧ, получаемых с помощью датчика RANDOM.
- 6) Замечание: Индивидуальность заданий обеспечивается варьированием значений m и n .

Модуль 2.

Лабораторная работа №3.

Тема: Основы метода Монте-Карло. Статистическое оценивание параметров распределения.

Теоретическая часть.

- 1) Общая постановка задачи оценивания неизвестных параметров распределений. Точечные оценки. Свойства оценок.
- 2) Интервальное оценивание. Интервальные оценки для $M\xi$ и $D\xi$ нормально распределенной генеральной совокупности. Точность оценки математического ожидания m с помощью \bar{X} при заданном значении надежности $P=0,90; 0,95$ при известном σ и при замене σ на S . Правило «3-х сигм».
- 3) Теоремы о законе больших чисел (ЗБЧ) и центральная предельная теорема (ЦПТ).
- 4) Общая схема метода Монте-Карло для оценки некоторой величины.
- 5) Задачи метода Монте-Карло.
- 6) Оценка погрешности вычислений метода Монте-Карло.
- 7) Равномерное распределение в $(0,1)$, плотность и функция распределения, $M\xi$ и $D\xi$. Использование при моделировании других случайных величин.

Задание 1:

- 1) Проверить статистически утверждение центральной предельной теоремы: получить с помощью датчика m значений ПСЧ $\alpha_1, \dots, \alpha_m$;
Тогда согласно ЦПТ величина $X = (\sum_{i=1}^n \alpha_i - m/2) / (\sqrt{m/12})$ распределена приблизительно нормально $N(0,1)$.
- 2) Повторив п.1) n раз, получим выборку x_1, \dots, x_n .
- 3) Построить гистограмму относительных частот по полученной выборке. Для этого интервал $(-\infty, \infty)$ разделим на $k+2$ подинтервалов: первый подинтервал $(-\infty, -3)$, последний - $(3, +\infty)$ интервал $(-3, 3)$ разделим на k подинтервалов длины $\Delta l = 6/k$.
- 4) Проверить сходимость формы гистограммы к нормальной $N(0,1)$ кривой, ее симметричность относительно точки $x = \bar{X}$ (\bar{X} должно быть ≈ 0 , а $S^2 \approx 1$).
- 5) Построить эмпирическую функцию распределения по выборке x_1, \dots, x_n .

Задание 2:

1. Вычислить методом Монте-Карло площадь, ограниченную кривой $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ и прямыми $x=-3$ и $x=3$.
2. Вычислить площадь гистограммы относительных частот с основаниями в интервале $(-3, 3)$.

Замечание. При выборе интервала $(-3,3)$ руководствовались правилом «3-х сигм».

Модуль 3.

Лабораторная работа №4

Тема: Вычисление определенных интегралов методом Монте – Карло.

Теоретическая часть:

1. Приближенное вычисление определенных интегралов. Методы прямоугольников (левых, правых), трапеций, Симпсона, Гаусса, Ньютона – Котесса.
2. Моделирование случайных векторов, равномерно распределенных в некоторых областях.
3. Оценка определенных интегралов методом Монте – Карло, как площади.
4. Оптимизация методов оценки интегралов методом М-К:
 - а) выборка по важности (существенная выборка).
 - б) выделение главной части.
 - в) метод аналитического осреднения.

Задание:

1. Вычислить определенный интеграл $I = \int_G \varphi(x)dx$ методами Монте – Карло и методами Симпсона (Трапеций, Гаусса др.). Сравнить результаты метода М-К при различных значениях количества реализаций n с более точными численными методами. В методе М-К в качестве вспомогательной плотности выбрать равномерное в (a,b) плотность. Оценить погрешности методов интегрирования и сравнить точность полученных результатов.
2. Вычислить заданный интеграл I :
 - а) как площади (или объема);
 - б) используя метод выделения главной части;
 - с) используя метод существенной выборки.
3. Сравнить дисперсии оценок а), в), с) при разных значениях числа реализаций n .

4. Вычислить интеграл вида

$$I = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \int_{a_3}^{b_3} \varphi(x, y, z) dx dy dz \text{ методом М-К}$$

Метод вычисления – по выбору студента.

Пример: Вычислить двойной интеграл

$\iint_G (x \cdot y + y) dx dy dz$, где область G ограничена прямыми $x = 0, x = 1, y = 0, y = 3$.

Замечание: Индивидуальность лабораторных работ обеспечивается заданием как различных подынтегральных функций, областей интегрирования, так и сочетанием различных методов интегрирования (например метод Симпсона и метод Монте – Карло, метод трапеций и метод Монте – Карло и т.д.).

Модуль 4.

Лабораторная работа №5

Тема: Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Монте – Карло.

Теоретическая часть:

1. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
2. Прямые методы решения СЛАУ.
3. Итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости.
4. Интегральные уравнения и системы уравнений.
5. Оценка линейных функционалов от решения интегрального уравнения 2-го рода.
6. Метод М-К для решения СЛАУ $A\bar{x} = \bar{f}$.
7. Приведение к виду $\bar{x} = A\bar{x} + \bar{f}$.
8. Матрица вероятностей переходов цепи Маркова.

Задание:

- 1) Решить систему $A\bar{x} = \bar{f}$ методами Монте – Карло и простой итерации. Исследовать вопросы применимости метода простой итерации. Сравнить решения, полученные разными методами.
- 2) Найти методом М-К какие-то определенные вектора решения, например x_2 и x_n .
- 3) Найти решения при разных значениях n – реализаций случайного процесса. Сравнить эти результаты.

Замечание: Индивидуальность заданий обеспечивается размерностью или коэффициентами матриц рассматриваемых систем уравнений.

Пример: Матрицу системы $A\bar{x} = \bar{f}$. Получить на ЭВМ следующим формулам:

$$a_{ij} = \frac{1}{k+j}, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad \text{при } k \leq 10$$

$$i, j = 1, \dots, k+1, \quad \text{при } k > 10,$$

где k - номер студента в списке группового журнала;

$$a_{ij} = 0, \quad i = 2, \dots, n; \quad j = i - 1$$

$$i = 1, \dots, n - 1; \quad j = i + 1.$$

Модуль 5.

Лабораторная работа №6

Тема: Решение задач переноса излучения методом Монте – Карло (прямое моделирование и весовые модификации).

Теоретическая часть:

1. Моделирование показательного закона
 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, 0 \leq x < \infty.$
2. Моделирование случайной величины с плотностью
 $f(x) = c \cdot \lambda e^{-\lambda x}, 0 \leq x \leq L.$
3. Моделирование плотностей, заданных кусочно-постоянно и кусочно-линейно.
4. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
5. Метод исключения для моделирования непрерывной случайной величины. Моделирование изотропного вектора.
6. Оптические параметры среды, необходимые для описания процесса переноса.
7. Характеристики процесса переноса.
8. Общая схема моделирования процесса переноса методом Монте – Карло, как цепи Маркова.

Задание 1: Пусть на плоскую поверхность пластины толщины H падает параллельный поток излучения под углом θ_0 с осью oz . Среда однородная с коэффициентами рассеяния и поглощения σ_η и σ_c .

После рассеяния в некоторой точке z частица продолжает движение в направлении, определяемом плотностью $f(\mu) = 1/2$, где μ – косинус угла с осью oz , т.е имеет место изотропное рассеяние.

Необходимо в результате моделирования задачи найти:

- 1) Вероятность P_b вылета частицы через поверхность $z=0$;
- 2) Вероятность отражения (вылета через верхнюю границу пластины $z=H$) P_o .
- 3) Вероятность поглощения частицы средой P_n .

Задание 2: Ввести в задачу задания 1 отражение от поверхности $z=0$: при пересечении частицей поверхности $z=0$ она забывает свою «историю» и отражается от поверхности с вероятностью P_a а с вероятностью $1 - P_a$ поглощается поверхностью. Новое направление в случае отражения определяется законом $f(\mu) = 2\mu, 0 \leq \mu \leq 1$. Вычислить указанные в задании величины (P_b – в этом случае будет – вероятность прихода на поверхность $z=0$).

Задание 3: Использовать весовые методы моделирования длины пробега «без вылета» и моделирование траекторий «без поглощения» по отдельности и в сочетании.

Сравнить дисперсии разных способов расчета величин P_b, P_o и P_n .

Замечание: индивидуальность заданий обеспечивается варьированием геометрических и оптических параметров среды H, σ_η, σ_c .

Лабораторная работа №7

Тема: Система массового обслуживания.

Теоретическая часть:

1. Дать определение системы массового обслуживания (СМО).
2. Виды СМО: одноканальные; многоканальные; с отказами без очередей; с отказами и с очередями и т.д.
3. Параметры, необходимые для расчета СМО.
4. Поток заявок. Простейший поток. Интенсивность поступления заявок. Распределения. Моделирование распределения Пуассона методом Монте – Карло.
5. Время выполнения заявки: постоянное; случайное. Интенсивность обслуживания заявок. Распределения. Показательное распределение вероятностей.
6. Характеристики, определяющие качество (эффективность) работы СМО: вероятность отказа $P_{от}$, среднее число занятых каналов N_3 ; среднее число свободных каналов N_c ; вероятность обслуживания заявки $P_{об}$ и др.
7. Общая схема моделирования СМО методом Монте – Карло (М-К). Оценка основных характеристик качества СМО методом М-К.

Задания:

1. Имеется СМО с 5 каналами обслуживания, работающих независимо друг от друга. Поток поступающих заявок пуассоновский. Время обслуживания очередной заявки распределено по показательному закону с $\lambda = 2$. Интенсивность поступления заявок равна 3. В начальный момент времени все каналы свободны. Заявка поступает на обслуживание в 1 канал. Если какой – то канал занят, то заявка поступает в следующий канал; если все каналы заняты, то система дает отказ.

Необходимо в результате моделирования системы в течении времени $T=30$ мин определить:

- 1) Среднее число обслуженных заявок.
 - 2) Среднее число обслуживания одной заявки.
 - 3) Вероятность того, что заявка будет выполнена (обслужена).
 - 4) Вероятность отказа.
 - 5) Среднее число занятых каналов.
 - 6) Среднее число свободных каналов.
2. Привести эти результаты для разного числа испытаний $n=10; 20; 30$. (Одно испытание – это моделирование системы в течении 30 мин.).
 3. Провести моделирование системы *n.1.* в случае наличия очереди. Длина очереди равна 5.

Необходимо кроме указанных выше параметров рассчитать также:

- 7) Среднюю величину очереди.

8) Среднее время ожидания в очереди

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела.

Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций). В процессе преподавания дисциплины при чтении лекций применяются такие виды лекций, как вводная обзорная лекция, проблемная лекция, лекция визуализация с использованием компьютерной презентационной техники. Для этого на факультете математики и компьютерных наук имеются специальные, оснащенные такой техникой, лекционные аудитории.

При выполнении лабораторных работ используются интернет ресурсы, пакеты прикладных программ СТАТИСТИКА, MathCAD и Matlab. Для проведения таких занятий используется имеющиеся на факультете 4 компьютерных класса.

На кафедре имеются методические указания к выполнению лабораторных работ, в библиотеке ДГУ есть необходимая литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет сайте ДГУ.

При кафедре прикладной математики функционирует студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование», оснащенная 5 новыми ПК, презентационной и оргтехникой.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Ряд учебных и учебно-методических изданий, которые могут быть использованы при самостоятельной работе студентов, приведены в разделах 8 и 9 настоящей Программы.

Подробное описание содержания и требований к выполнению лабораторных заданий, в частности, тем для домашнего выполнения содержатся в разделе 7.3.5 настоящей Программы.

Кроме этого при выполнении самостоятельной работы рекомендуются:

1. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.В., Фаталиев Н.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1: Теория вероятностей: учебное пособие. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2014. – 192 с.; Часть II. Математическая статистика. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2015. – 155 с.

2. Назаралиев М.А., Магомедов И.И. Лабораторные задания по математической статистике: методическое пособие. Махачкала: Изд. ДГУ, 2013. – 32 с.

6.1 Задачи и примеры для самостоятельного решения

1. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 < x \leq 1$.
2. Написать алгоритм моделирования 5 значений случайной величины ξ - числа очков при бросании игральной кости.

3. Написать алгоритм моделирования 4 значений случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 2$.
4. Получить моделирующую формулу стандартного метода для случайной величины ξ с плотностью распределения

$$f(x) = ce^{-3/2x}, \quad 0 \leq x < \infty.$$
5. Получить формулу моделирования стандартного для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = ce^{-5x}, \quad 0 \leq x \leq l$.
6. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c|\sin x|, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
7. Написать алгоритм метода исключения для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = cx^{5/3}e^{-x}, \quad 0 < x$.
8. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c/(1 + 2x)^2, \quad 0 \leq x \leq 1$.
9. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), \quad 0 < x < \infty.$$

10. Двумерная дискретная случайная величина задана законом распределения

τ	ξ		
	$x_1 = 0,1$	$x_2 = 0,4$	$x_3 = 0,7$
1	0,2	0,3	0,1
2	0,16	0,18	0,06

Найти условные законы распределения $P(\tau_j / x_i)$. Написать алгоритм моделирования значений двумерного вектора (ξ, τ) .

11. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора (ξ, τ) с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

12. Найти формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью распределения $f(x, y) = cx \cdot y^2$, в области, ограниченной прямыми: $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$.
13. Получить формулы моделирования двумерной случайной величины (ξ, τ) с плотностью распределения $f(x, y) = cy$ в области ограниченной прямыми $y = 0, y = x, x = 1$.
14. Написать алгоритм и программу получения псевдослучайных чисел методом срединных квадратов Неймана. Получить 10 значений таких псевдослучайных чисел.
15. Вычислить методом Монте – Карло интеграл

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

а) как площади; б) используя в качестве плотности распределения $f(x)$ - плотность равномерного распределения в интервале $(0, \frac{\pi}{2})$; в) при $f(x) = cx$ (сначала определить постоянную c).

16. Оценка интеграла из примера (15) при условии пункта б) имеет вид

$$I^* = \pi/2 \cdot \sum_{i=1}^n \sin \xi_i / n, \text{ где } \xi_i - \text{случайные числа, равномерно распреде-}$$

ленные в интервале $(0, \frac{\pi}{2})$. Найти минимальное число испытаний, при котором верхняя граница ошибки $\delta = 0,05$.

17. Вычислить методом Монте – Карло определенный интеграл

$$I = \int_0^2 e^x dx$$

беря в качестве вспомогательной плотность распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 \leq x \leq 2$. Сначала определить постоянную c .

18. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$, $(1,-1)$.

19. Определить приближенное значение числа π с помощью алгоритма задачи (18). Найти такие приближения при различных значениях числа испытаний $n = 100; 10^4; 10^5; 10^6$.

20. В классической задаче Бюффона на геометрические вероятности на разграфленную параллельными линиями поверхность бросается игла длины $l < L$, где L - расстояние между параллельными линиями. Методом Монте – Карло оценить вероятность пересечения иглой какой - либо параллельной линии. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

21. Имеется отрезок длины L , на которую случайно ставятся две точки x и y . Оценить методом Монте – Карло вероятность построения треугольника из полученных 3-х отрезков. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

22. Игра в спортлото. Для участия в этой игре нужно было выбрать (вычеркнуть) 6 номеров из 49 (различных спортивных соревнований). Написать алгоритм случайного выбора (вычеркивания) 6 видов спорта из 49, перенумерованных от 1 до 49.

23. Задача Гюйгенса (Классическая задача теории вероятностей о «разорении игрока»): два игрока A и B продолжают некоторую игру до полного разорения одного из них. Оценить методом Монте – Карло вероятности ра-

зорения для каждого игрока, если: 1) начальные капиталы у них соответственно равны a и b рублям, 2) вероятности выигрыша в каждой партии равны соответственно p и q ; 3) выигрыши в каждой партии составляет 1 руб. для одного (для другого, очевидно, проигрыш в 1 руб.).

Значения a, b, p, q выбрать разные. (Например $a=100, b=200, p=0,6; q=0,4$).

6.2. Темы рефератов. Распределение по модулям и разделам.

Раздел дисциплин	Тема реферата
1. Модуль 1. Моделирование случайных величин.	
1.1. Случайные величины и их распределения.	<u>Реферат:</u> История создания метода статистического моделирования. <u>Реферат:</u> Моделирование классической задачи теории вероятностей – задачи Банаха «о спичечных коробках».
1.2. Моделирование дискретных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР.
	<u>Реферат:</u> Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
2. Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин.	
2.1. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Приближенное моделирование нормальности $N(0,1)$ распределения.
2.2. Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
3. Модуль 3. Основы метода Монте-Карло.	
3.1. Предельные теоремы теории вероятностей.	<u>Реферат:</u> Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР.
3.2. Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.	
4.1. Оценка интегралов методом Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
4.2. Оценки функционалов от решения интегральных уравнений.	<u>Реферат:</u> Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.
4.3. Решение систем алгебраических уравнений.	<u>Реферат:</u> Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.
Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений методом Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания.	
5.1. Прямое моделирование процесса переноса излучений.	<u>Реферат:</u> Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.
5.2. Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений.	<u>Реферат:</u> Общая схема моделирования переноса излучения методов М–К.
5.3. Моделирование систем массо-	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точ-

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания.

7.1.1. Примеры контрольных работ.

Контрольная работа №1 (вариант).

1. Написать формулу моделирования непрерывной случайной величины, равномерно распределить в интервале (-2,4).
2. Получить 5 значений дискретной случайной величины, заданной законом распределения

ξ	0	1	2	3	4
P_i	0,10	0,25	0,20	0,30	0,15

Значения случайной величины α , распределенной равномерно в интервале (0,1), пусть заданы:

$$\alpha_1 = 0,13, \alpha_2 = 0,015, \alpha_3 = 0,423, \alpha_4 = 0,911, \alpha_5 = 0,722.$$

3. Написать алгоритм метода исключения для моделирования непрерывной случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x) = cx^2, 0 \leq x \leq 3$.

4. Случайная величина ξ - число появления события A в 5 независимых испытаниях с вероятностью появления события A в каждом испытании, равной 0,4.

Составить ряд распределения ξ и написать алгоритм ее моделирования.

5. Двумерный случайный вектор (ξ, τ) задан следующим законом распределения:

τ	ξ		
	$x_0 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$
1	0,02	0,14	0,28
2	0,02	0,18	0,36

Пусть ξ и τ – независимы.

Написать алгоритм моделирования этого случайного вектора.

Контрольная работа №2

1. На основе центральной предельной теоремы написать формулу приближенного моделирования нормальной случайной величины ξ с параметрами 0 и 1: $N(0,1)$.

- Для оценки некоторой величины m методом Монте - Карло проведено $n = 100$ испытаний. Найти с надежностью 0,99 оценку погрешности метода, если известно, что $\sigma^2 = D\xi = 0,6$, а $m = M\xi$
- Плотность совместного распределения непрерывного двумерного вектора (ξ, τ) имеет вид: $f(x, y) = \frac{3}{4}xy^2$ в области D , ограниченный прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$. Показать, что с.в. ξ и τ независимы. Написать формулы стандартного метода моделирования для ξ и τ .
- Написать общую схему вычисления интеграла, как площади:

$$I = \int_0^3 x^2 dx$$

- Найти оценку интеграла

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx, \text{ как среднего значения подынтегральной функции.}$$

Контрольная работа №3

- Пусть методом Монте – Карло оценивается некоторая величина $m = M\xi$; по плотности распределения $f(x)$ путем моделирования получены n значений ξ . Написать выражение для оценки дисперсии оценки m .
- Интеграл $I = \int_0^1 e^x dx$ оценивается методом Монте – Карло, как среднее значение подынтегральной функции: $I = M\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{\alpha_i}\right)$. Найти дисперсию этой оценки.
- Написать алгоритм вычисления интеграла $I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$, как площади.
- Получить формулу стандартного метода для моделирования случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x) = c(1 + x^2)$. $0 \leq x \leq 1$.

Контрольная работа №4

- Написать формулу способа «выделения главной части» для вычисления интеграла $I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$.
- Написать алгоритм метода исключения для моделирования непрерывной случайной величины ξ с плотностью $f(x) = c(1 + x)$. $1 \leq x \leq 3$.

3. Из точки $x=0$ двигается частица по оси ox , делая шаг, равный 1 см, вправо с вероятностью $p=0,6$ и влево с вероятностью $q=0,4$, в каждой точке. В точках $x=-5$ и $x=10$ расположены отражающие экраны. Написать алгоритм метода Монте – Карло для определения положения частицы после n шагов.
4. Имеется одноканальная система массового обслуживания, в который поступает пуассоновский поток заявок. Время между двумя последовательными заявками распределено по показательному закону: $f(t) = 0,3e^{-0,3t}$, $0 < t < \infty$. Время обслуживания каждой заявки постоянно и равно $\tau = 1$ мин. Написать алгоритм метода Монте – Карло для оценки числа обслуженных заявок за время $T=30$ мин.

7.1.2 Вопросы для самоконтроля и к зачету

1. Виды случайных величин. Какие случайные величины называются дискретными? Какие случайные величины называются непрерывными?
2. Основные дискретные случайные величины: Бернулли, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассоновское распределения. Где применяются?
3. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретных случайных величин из п.2.
4. Непрерывные случайные величины. Основные распределения: равномерное в интервале (a,b) , равномерное в $(0,1)$; показательное, нормальное распределения. Применения. Функция распределения и плотность распределения.
5. Числовые характеристики: $M\xi$ и $D\xi$, моменты, коэффициенты корреляции.
6. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.
7. Законы больших чисел.
8. Центральная предельная теорема теории вероятностей.
9. История возникновения метода Монте-Карло.
10. Общая схема метода статистических испытаний метода Монте-Карло.
11. Задача моделирования случайных величин. Роль равномерной в $(0,1)$ случайной величины.
12. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
13. Специальные методы моделирования дискретно- равномерного и геометрического распределений.
14. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
15. Алгоритм моделирования кусочно - постоянной и кусочно-линейной плотностей.
16. Метод исключения моделирования СВ.
17. Метод рандомизации моделирования.
18. Моделирование плотности $f(x) = 3 \cdot (1 + x^2)/8$, $-1 \leq x \leq 1$.
19. Моделирование гамма и бета- распределений методом исключения.

20. Приближенное моделирование нормального распределения.
21. Моделирование нормального распределения.
22. Моделирование показательного распределения.
23. Моделирование изотропного вектора на плоскости.
24. Моделирование изотропного вектора в пространстве.
25. Методы получения псевдослучайных чисел.
26. Задача статистического оценивания неизвестных параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
27. Свойства оценок.
28. Погрешность метода статистических испытаний.
29. Задача оптимизации алгоритмов метода М-К.
30. Общие принципы построения алгоритмов и программ решения различных задач методом М-К.

7.1.3 Вопросы для самоконтроля и к экзамену.

1. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как площади.
2. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как среднего значения подынтегральной функции.
3. Методы понижения дисперсии оценок интеграла. Алгоритм с нулевой дисперсией.
4. Метод существенной выборки.
5. Метод выделения главной части.
6. Сравнение дисперсий оценок п.п. 1,2,3,4 при вычислении простого интеграла и при выборе в качестве вспомогательной плотности распределения плотности равномерной в $(0,1)$ случайной величины.
7. Интегральное уравнение II – рода.
8. Интегральное уравнение переноса излучений .
9. Оценка функционалов от решения интегрального уравнения методом Монте-Карло (М-К).
10. Дисперсия оценки функционалов.
11. Метод зависимых испытаний.
12. Моделирование по «ценности».
13. Рандомизация оценок метода М-К.
14. Метод Монте-Карло и задачи переноса излучений. История.
15. Оптические параметры среды (коэффициенты рассеяния и поглощения, индикатриса рассеяния).
16. Уравнение переноса.
17. Процесс переноса излучения - как цепь Маркова. Распределения вероятностей для элементов траекторий. Плотность столкновений; поток фотонов.
18. Описание моделирования процесса переноса методом Монте-Карло
19. Моделирование элементов траекторий частиц.
20. Пример: перенос излучения через плоскую среду

21. Методы максимального сечения и минимальных длин для моделирования длины пробега
22. Интегральное уравнение переноса. Сопряженное уравнение переноса.
23. Локальные оценки
24. Весовые методы. Модификации моделирования длины пробега
25. Моделирование сопряженных траекторий. Основные оценки. Преимущества и недостатки.
26. Применение метода М-К для оценки качества и надежности системы.
27. Описание простейшей системы массового обслуживания. Виды СМО.
28. Поток Пуассона. Моделирование моментов поступления заявок.
29. Моделирование СМО методом М-К.
30. Моделирование СМО с отказами и очередями.

7.1.4. Темы практических и семинарских занятий.

Практические и семинарские занятия по курсу не предусмотрены.

7.1.5. Темы рефератов.

1. История создания метода статистического моделирования. Идея метода.
2. Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР.
3. Закон больших чисел и центральная предельная теорема – основы метода Монте-Карло.
4. Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
5. Сведения задачи вычисления определенного интеграла к оценке математического ожидания некоторой случайной величины.
6. Приближенное моделирование нормальности $N(0,1)$ распределения.
7. Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
8. Приближенное вычисление числа π методом Монте-Карло.
9. Моделирование классической задачи Банаха «О спичечных коробках».
10. Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.
11. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вычисление методов М-К определенных компонент решения.
12. Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.
13. Общая схема моделирования переноса излучения методов М-К.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- выполнение лабораторных заданий - 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 20 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов,
- тестирование - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов.

Студент, получивший в результате 51 баллов и выше получает «зачет».

Экзаменационная оценка складывается из 50% баллов, полученных студентом по текущему и промежуточному контролю, и 50% баллов, полученных или на экзамене.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) *основная литература:*

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М., Наука, 1982 <http://www.iprbookshop.ru/56202.html> .
2. Назаралиев М.А. Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск, Наука, 1991 г.
3. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте – Карло. М.: Академия, 2006, 368 с.
4. Ермаков С.М. Метод Монте – Карло в вычислительной математике. Вводный курс. Издательство: Невский Диалект, Бинوم, Лаборатория знаний, 192 с., 2009 г. <http://www.lib/tpu.ru/fulltext2/m/2011>

б) *дополнительная:*

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. «Метод Монте - Карло в атмосферной оптике». Новосибирск, Наука, 1976.
2. Михайлов Г.А. Оптимизация весовых методов Монте - Карло. М., Наука, 1987.
3. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009 г.
4. Ширяев А.Н. Вероятность. Т.1,2.-М.: МЦНМО, 2004 г.

Средства обеспечения освоения дисциплины: программное обеспечение и интернет ресурсы.

1. Программное обеспечение PTC MatCAD 15 F000Russian + Самоучитель (<http://ewgk.com/soft/41668-matcad-15-f000-russian-samouchitee.htm>).
2. Программное обеспечение MatLABR2011 b (<http://www.softforfree.com/programs/matlab-26810.html>).
3. Мухин О.И. Моделирование систем. Учебник. (stratum/as/ru/textdijks/modelir/contents/html).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru> ; <http://edu.icc.dgu.ru>
3. Электронные версии учебников по математике <http://www.padabum.com/index.php?id=26938istart==so>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Перечень учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам, для подготовки к занятиям представлен в разделе «Учебно-методическое обеспечение. Литература».

Лекционный курс. Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса проводится систематическое изложение научных материалов, освещение основных понятий дисциплины и закрепление теоретического материала.

В тетради для конспектирования лекций необходимо иметь поля, где по ходу конспектирования студент делает необходимые пометки. Записи должны быть избирательными, своими словами, полностью следует записывать только определения. В конспектах рекомендуется применять сокращения слов, что ускоряет запись. В ходе изучения дисциплины **Методы статистического моделирования** особое значение имеют формулы, схемы и рисунки, поэтому в конспекте лекции рекомендуется делать все рисунки, сделанные преподавателем на доске. Вопросы, возникшие у студента в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться за разъяснением к преподавателю.

Студенту необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и дополнения на полях, используя указанную в разделе 8 литературу. Конспекты лекций следует использовать при подготовке к экзамену, контрольным тестам, при выполнении самостоятельных заданий.

Лабораторные занятия

Лабораторные работы по дисциплине Методы статистического моделирования имеют целью реально научить студентов решению практических задач, научить их навыкам выполнения расчетных работ с использованием современной вычислительной техники и пакетов прикладных программ, и главное научить их самих алгоритмизации, программированию и решению задач на ЭВМ. Защита и сдача всех лабораторных работ является обязательным условием допуска студента к экзамену. В случае пропуска за-

нятий по уважительной причине пропущенное лабораторное занятие подлежит отработке.

Студент должен вести активную познавательную работу. Важно научиться включать вновь получаемую информацию в систему уже имеющихся знаний. Необходимо также анализировать численные результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делать по ним определенные выводы и находить общие закономерности, даваемые теорией, сравнивать с другими численными результатами (напр. по аналитическим формулам), с экспериментом. Важное место в самостоятельном обучении студентов должна занимать работа в образовательной среде ИНТЕРНЕТа. Такие ресурсы указаны в разделе «Программное обеспечение и интернет ресурсы» данной Программы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины обучающийся использует также кроме указанных выше в п. 8 программного обеспечения и интернет-ресурсов следующие пакеты прикладных программ: Mathcad, Matlab, Delphi, Statistica и др.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории факультета для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенные современной презентационной техникой; компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ, лабораторию «Математическое моделирование» при кафедре прикладной математики. В университете имеется комплект лицензионного программного обеспечения.