

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
Высшего профессионального образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Моделирование систем, подверженных случайным воздействиям**

Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук

Образовательная программа  
01.03.02-Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы  
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в факультативный часть ОПОП

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины "Моделирование систем, подверженных случайным воздействиям" составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика 10 января 2018 г. №9.

от

Разработчик: кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И. д.ф.-м.н. профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «22» июня 2021 г.,

протокол № 10

Зав. кафедрой Р Кадиев Р.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» июня 2021 г., протокол №6.

Председатель Бейбалаев В.Д. Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением  
«09» 07 2021 г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г. Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Моделирование систем, подверженных случайным воздействиям" входит в факультативный часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с современной теорией моделирования систем, подверженных случайным воздействиям, усвоением основных элементов теории стохастических уравнений, а также знакомством с современными проблемами теории моделирование систем, подверженных случайным воздействиям.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

универсиональных - УК-1;

общепрофессиональных – ОПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме коллоквиума и итоговый контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 1 зачетная единица, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

| Семес<br>тр | Учебные занятия |                                                |                          |                             |     |                  |                                       | Форма<br>промежуточной<br>аттестации (зачет,<br>дифференцирован<br>ный зачет,<br>экзамен |
|-------------|-----------------|------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------|-----|------------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
|             | в том числе     |                                                |                          |                             |     |                  |                                       |                                                                                          |
|             | ВВсе<br>го      | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                          |                             |     |                  | СРС,<br>в том<br>числе<br>экза<br>мен |                                                                                          |
|             |                 | из них                                         |                          |                             |     |                  |                                       |                                                                                          |
|             |                 | Лекц<br>ии                                     | Лабораторн<br>ые занятия | Практиче<br>ские<br>занятия | КСР | консульта<br>ции |                                       |                                                                                          |
| 6           | 36              | 34                                             |                          |                             |     |                  | 2                                     | зачет                                                                                    |

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Моделирование систем, подверженных случайным воздействиям" являются: знакомство с теорией математическое моделирование различных процессов и приложением стохастических дифференциальных уравнений, как обобщение обыкновенных дифференциальных уравнений, умение моделировать процессы, подверженных случайным воздействиям и решать простейшие стохастические дифференциальные уравнения, изучение различных методов исследования качественных свойств решений стохастических дифференциальных уравнений, установление связи с

другими математическими дисциплинами; привить обучающимся умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу по математике

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина "Моделирование систем, подверженных случайным воздействиям" входит в факультативную часть программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика. Знания по *теории случайных процессов* необходимы для данной специальности, как для освоения различных смежных дисциплин, так и крайне нужны для создания математических моделей *процессов, подверженных случайным воздействиям*, для последующего их решения, выбора из полученных решений тех решений, которые имеют прикладной смысл.

Изучение стохастических дифференциальных уравнений предполагает хорошее знание *теории вероятностей, математической статистики, элементов функционального анализа, линейной алгебры, интеграла Стильтьеса, теории меры и теории случайных процессов.*

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

| Код и наименование компетенции из ОПОП                                                                                                          | Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)                                                          | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                       | Процедура освоения                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| <b>УК-1.</b><br>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации. применять системный подход для решения поставленных задач. | <b>УК-1.1.</b><br>Знает принципы сбора, обработки и обобщения информации.                                                             | <b>Знает:</b> структуру задач в различных областях.<br><b>Умеет:</b> анализировать постановку данной математической задачи.<br><b>Владеет:</b> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в различных областях математики. | Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен |
|                                                                                                                                                 | <b>УК-1.2.</b><br>Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. | <b>Знает:</b> принципы математического моделирования разнородных явлений,<br><b>Умеет:</b> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области                                                                        |                                                  |

|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                 | математики и компьютерных наук.<br><b>Владеет:</b> навыками систематизации разнородных явлений.                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                  |
|                                                                                                                                                                               | <b>УК-1.3.</b><br>Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска. создания научных текстов. | <b>Знает:</b> современные методы сбора и анализа научного материала.<br><b>Умеет:</b> применять современные методы и средства анализа и систематизации научных данных.<br><b>Владеет:</b> навыками и пользования информационных технологий.                                                                                                      |                                                  |
| <b>ОПК-1.</b><br>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | <b>ОПК-1.1.</b><br>Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.                  | <b>Знает:</b> теоретические основы базовых математических дисциплин, а также теоретической механики, физики.<br><b>Умеет:</b> решать задачи, связанные с исследованием различных методов, полученных в области математических и физических наук.<br><b>Владеет:</b> базовыми методами по исследованию математических и естественнонаучных задач. | Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен |
|                                                                                                                                                                               | <b>ОПК-1.2.</b><br>Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.                                   | <b>Знает:</b> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.<br><b>Умеет:</b> применять различные методы по исследованию математических и естественнонаучных задач.<br><b>Владеет:</b> навыками применения                                                  |                                                  |

|  |                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |                                                                                                                                                                                           | математических методов при решении конкретных задач в области математики и естественных наук                                                                                                                                                                   |  |
|  | <b>ОПК-1.3.</b><br>Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. | <b>Знает:</b> различные методы исследования математических и естественнонаучных задач.<br><b>Умеет:</b> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.<br><b>Владеет:</b> навыками выбора методов решения задач. |  |

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

| №         | Раздел дисциплины                            | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |                      |           |          |              |         | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)                                  | Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|-----------|----------------------------------------------|---------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------|----------|--------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
|           |                                              |         |                 | Лекции                                                                                 | Практические занятия | Лаб. Раб. | Сам. раб | Подг. к экз. | Общ. тр |                                                                                             |                                               |
| Модуль 1. |                                              |         |                 | 8                                                                                      |                      | 8         | 20       |              | 36      |                                                                                             |                                               |
| 1         | Основные понятия теории вероятностей.        | 6       | 1, 2            | 4                                                                                      |                      |           |          |              | 4       | Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала |                                               |
| 2         | Основные понятия теории случайных процессов. | 6       | 3-5             | 6                                                                                      |                      |           |          |              | 4       |                                                                                             |                                               |
| 3         | Интеграл Ито,                                | 6       | 6-8             | 6                                                                                      |                      |           |          |              | 4       |                                                                                             |                                               |

|   |                                    |   |       |           |  |  |          |  |           |              |
|---|------------------------------------|---|-------|-----------|--|--|----------|--|-----------|--------------|
|   | формула Ито                        |   |       |           |  |  |          |  |           |              |
| 4 | Модели финансовых процессов.       | 6 | 9-11  | 6         |  |  | 2        |  | 8         |              |
| 5 | Модели ГСБ-1. Броуновское движение | 6 | 12-14 | 6         |  |  |          |  | 6         |              |
| 6 | Дифференциальные уравнения Ито.    | 6 | 15-17 | 6         |  |  |          |  | 6         |              |
|   |                                    |   |       |           |  |  |          |  |           |              |
|   | <b>ИТОГО:</b>                      |   |       | <b>34</b> |  |  | <b>2</b> |  | <b>36</b> | <b>зачет</b> |

### 4.3.Содержание дисциплины, структурированное по темам

#### 4.3.1.Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1.

##### **Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.**

Вероятностное пространство. Независимость событий. Схема Бернулли. Случайные величины и их числовые и функциональные характеристики. Основные виды распределений. Многомерные случайные величины.

##### **Тема 2. Основные понятия теории случайных процессов.**

Определение случайного процесса. Характеристики случайных процессов. Траектории и реализация случайных процессов. Марковские случайные процессы. Винеровский процесс.

##### **Тема 3. Интеграл Ито.**

Понятие интегралов Римана, Лебега и Стильеса. Построение интеграла Ито. некоторые свойства интеграла Ито.

##### **Тема 4. Формула Ито.**

Формула Ито для одномерного случая, Многомерная формула Ито. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

##### **Тема 5. Модели финансовых процессов.**

Объект исследования финансовой эконометрики. Временные ряды финансовых процессов. Гипотезы финансовой эконометрики.

## **Тема 6. Модели ГСБ-1. Броуновское движение.**

Модели ГСБ-1. Броуновское движение. модели временных рядов финансовых показателей.

## **Тема 7. Дифференциальные уравнения Ито.**

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы [1]-[8].

### **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

#### **7.1. Типовые контрольные задания**

#### **Вопросы для оценки качества освоения дисциплины**

##### **Тема 1.**

1. Дать определение вероятностного пространства.
2. Дать определение случайной величины и их числовых и функциональных характеристик.

##### **Тема 2.**

1. Дать определение случайного процесса и характеристик случайных процессов.
2. Дать определение Марковского случайные процессы.
3. Дать определение Винеровского процесса.

##### **Тема 3**

1. Дать определение интегралов Римана, Лебега и Стильеса.
2. Как строится интеграл Ито.
3. Указать свойства интеграла Ито.

##### **Тема 4.**

1. Формула Ито для одномерного случая.
2. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

##### **Тема 5.**

1. Что является объектом исследования финансовой эконометрики.
2. Временные ряды финансовых процессов.
3. Гипотезы финансовой эконометрики.

##### **Тема 6.**

1. Модели ГСБ-1.
2. Броуновское движение.
3. Модели временных рядов финансовых показателей.

#### **Тема 7.**

1. Определение дифференциального уравнения Ито.
2. Существование и единственность решения для дифференциального уравнения Ито.

#### **Тема 8.**

1. Определение линейного дифференциального уравнения Ито.
2. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

### **Типовые контрольные работы.**

#### **Контрольная работа 1**

1. Случайный процесс  $x(t)$  задается уравнением  $x(t) = t^2 + \xi(\omega), t \geq 0$ , где  $\xi(\omega)$  - случайная величина равномерно распределенная на отрезке  $[-2, 2]$ . Описать множество траекторий и сечений случайного процесса  $x(t)$ .
2. Найти характеристики случайного процесса  $x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t, t \geq 0$ , где  $\xi(\omega)$  - случайная величина с характеристиками  $M(\xi) = 3, D(\xi) = 0,2$ .

#### **Контрольная работа 2**

1. Вычислить Интегралы Ито  $\int_0^t W(s) dW(s), \int_0^t (W(s) + W(s)^3) dW(s)$ .
2. Решить дифференциальное уравнение Ито
  - а)  $dx(t) = tx(t)dt + 4dW(t), t \geq 0$ ,
  - б)  $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t), t \geq 0$ ,
  - в)  $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t) + tdt, t \geq 0$ .

### **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,

- письменная контрольная работа - 40 баллов,

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **а) основная литература:**

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов [Электронный ресурс] : марковские цепи. Учебное пособие / В.В. Шихеева. — Электрон. текстовые данные. — М. : Издательский Дом МИСиС, 2013. — 70 с. — 978-5-87623-736-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56202.html> (24.06.2018)
2. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М: Изд-во КНОРУС, 2014, - 448 с.
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М: Лань, 2011, 463 с.
4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения (введение в теорию и приложения). М; Мир, 2003 - 406 с.
5. Розов А.К. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение [Электронный ресурс] / А.К. Розов. — Электрон.текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2016. — 306 с. — 978-5-7325-1092-8. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59722.html>
6. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные. - Москва: Наука, 1981 - 445 с.
7. Гихман И.и., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. - Киев: Наукова думка, 1982 - 611 с.
8. Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю. Эконометрика. - Москва: Экзамкень 2003 510 с.

### **б) дополнительная литература**

1. Семаков С.А. Элементы теории вероятностей и случайных процессов. М: Физматлит, 2011, 232 с.
2. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. М: Из-во Лань, 2009, 320 с.
3. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы. М: Изд-во МГТУ, 2003, 360 с.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Учебное пособие под ред. А.А. Свешникова. М: Лань, 2008 — 448 с.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;

2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>
6. . <http://www.twirpx.com/files/informatics/os/lectures>.
7. [zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc](http://zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc).

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.