

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Моделирование случайных величин и процессов

Кафедра прикладной математики

Образовательная программа

01.04.02-Прикладная математика и информатика

Направленность(профиль) программы:

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования

магистратура

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую
участниками образовательных отношений

Махачкала, 2021

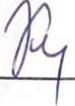
Рабочая программа дисциплины «Моделирование случайных величин и процессов» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика.

Приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 №13.

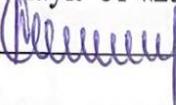
Разработчик: кафедра прикладной математики, к.ф.-м.н., доцент Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «22» июня 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» июня 2021г., протокол №6.

Председатель  Бейбалаев В.Д

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 09 » 07 2021г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *моделирование случайных величин и процессов* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением следующего материала: стандартные и нестандартные методы моделирования основных дискретных случайных величин, стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины, моделирование некоторых специальных распределений, моделирование случайных векторов, моделирование дискретных случайных процессов, моделирование непрерывных случайных процессов, моделирование непрерывных и некоторых конкретных случайных процессов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общефессиональных – ОПК -3, профессиональных - ПК-4,*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости; *защита лабораторных работ, коллоквиум, промежуточный контроль в форме зачета.*

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий.

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации: зачет, дифференциро ванный зачет, экзамен.
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации			
1	108	14	16				78	зачет
Итого	108	14	16				78	

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины *«Моделирование случайных величин и процессов»* являются:

-овладение основными понятиями и сведениями методов моделирования *случайных величин и процессов: моделирование дискретных и непрерывных* случайных величин, некоторых специальных распределений, случайных векторов; моделирование дискретных и непрерывных случайных процессов, оценка их средних значений, моделирование многомерных случайных процессов и некоторых конкретных случайных процессов, полей;

-творческое овладение программным материалом, методами моделирования случайных систем для их дальнейшего использования в имитационном моделировании при решении конкретных прикладных задач, математическим аппаратом обоснования методов моделирования случайных величин и процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры,

Дисциплина *моделирование случайных величин и процессов* входит в часть образовательной программы, формируемую участниками образовательных отношений, по направлению 01.04.02 *«прикладная математика и информатика»*, профиль подготовки - *математическое моделирование и вычислительная математика*. Знания по данной дисциплине магистрантам необходимы при решении различных задач прикладной математики, естествознания, в которых исследуются случайные системы, задачи их аппроксимации по статистическим данным. Ряд вопросов *моделирования случайных величин и процессов* является основой при изучении таких курсов, как *статистическая физика, термодинамика, методы статистического моделирования, метод Монте-Карло и его приложения, моделирование систем массового обслуживания*.

Изучение дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* предполагает хорошее знание университетских курсов *теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, методов вычислений, линейной алгебры и анализа*.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций.	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
---	---	---------------------------------	--------------------

ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает принципы построения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности	Знает: принципы построения математических моделей для решения задач в области моделирования случайных величин и процессов. Умеет: применять основные принципы построения математических моделей случайных систем для решения задач в различных областях естествознания. Владеет: навыками и средствами построения математических моделей случайных систем для решения задач в различных областях естествознания, прикладной математики	Устный опрос, письменный опрос;
	ОПК-3.2. Умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знает :модифицированные математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Умет: применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Владеет: модифицированными математическими моделями для решения задач в области профессиональной деятельности.	Письменный опрос
	ОПК-3.3. Имеет практический опыт	Знает: основы математической	Устный опрос, письменный

	составления математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности	теории для составления математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности. Умеет: использовать необходимые сведения математической теории для составления математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности. Владеет: методикой составления математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности.	опрос;
ПК-4. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности.	ПК-4.1. Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	Знает: основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения программных продуктов и программных комплексов. Умеет: осуществлять проектирование и производство программных продуктов и программных комплексов, их сопровождение, администрирование и развитие. Владеет: навыками и методикой, умением проектирования и производства	Устный опрос, письменный опрос, защита лабораторных работ.

		программного продукта, принципы построения программных продуктов и программных комплексов.	
	ПК-4.2. Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.	<p>Знает: методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.</p> <p>Умеет: использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами при решении задач статистического моделирования методом Монте-Карло.</p> <p>Владеет: методами проектирования и производства программного продукта при решении задач статистического моделирования методом Монте-Карло</p>	Устный опрос, письменный опрос;
	ПК-4.3. Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий.	Знает: методы использования практического опыта применения принципов проектирования и производства	Устный опрос, письменный опрос;

		<p>программного продукта. Умеет: использовать практический опыт проектирования и производства программного продукта при решении задач различными модификациями метода Монте-Карло. Владеет: методами и средствами использования практического опыта проектирования и производства программного продукта при решении задач различными модификациями метода Монте-Карло.</p>	
--	--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1 Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.

4.2 Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины по модулям	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	...	Самостоятельная работа в т.ч. экзамен	
Модуль 1. Моделирование случайных величин.								
1	Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.		2		2		6	Устный опрос, защита лабораторных работ.
2	Моделирование непрерывных случайных величин.		2		2		4	Устный опрос, защита лабораторных работ.
3	Моделирование неравномерного распределения методом Неймана.						6	Устный опрос
4	Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.						6	Устный опрос
5	Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения.						6	Устный опрос,
<i>Итого по модулю 1:</i>			4		4		28	Коллоквиум
Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов.								
1	Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.		2		2		4	Устный опрос, защита лабораторных работ.
2	Моделирование однородных цепей Маркова.		2		4		6	Устный опрос, защита лабораторных работ.
3	Приложение метода моделирования цепей						6	Устный опрос

	Маркова к решению систем уравнений.							
4	Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.						6	Устный опрос
5	Цепи Маркова и интегральные уравнения.						4	Устный опрос
	<i>Итого по модулю 2:</i>		4		6		26	Коллоквиум
Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.								
1	Моделирование непрерывных случайных процессов.		2		2		6	Устный опрос, защита лабораторных работ.
2	Моделирование непрерывных цепей Маркова.		4		4		6	Устный опрос, защита лабораторных работ.
3	Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического распределения.						6	Устный опрос,.
4	Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.						6	Устный опрос,
	<i>Итого по модулю 3</i>		6		6		24	
	<i>ИТОГО:</i>	108	14		16		78	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Лекции

Модуль 1. Моделирование случайных величин..

Тема 1 Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.

Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.

Специальные методы моделирования основных дискретных распределений.

Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

Метод суперпозиции моделирования распределений.

Тема 2. Моделирование непрерывных случайных величин.

Моделирование некоторых специальных распределений. Моделирование нормального распределения. Моделирование случайных векторов.

Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов.

Тема 3. Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Случайные процессы с дискретным временем и счетным числом состояний. Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом равновероятных состояний, значений. Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом состояний с искомым распределением вероятностей.

Тема 4. Моделирование однородных цепей Маркова.

Однородные цепи Маркова. Моделирование однородных цепей Маркова с конечным числом состояний.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

Тема 5. Моделирование непрерывных случайных процессов .

Обобщенные плотности распределений. Моделирование одномерных стационарных процессов. Моделирование многомерных случайных процессов. Моделирование многомерного марковского гуссовского процесса.

Тема 6. Моделирование непрерывных цепей Маркова.

Непрерывные цепи Маркова и их свойства. Моделирование одномерной цепи Маркова. Моделирование многомерных цепей Маркова.

Лабораторные занятия.

Модуль 1. Моделирование случайных величин..

Тема 1. Моделирование дискретных случайных величин.

Разыгрывание дискретной случайной величины с конечным числом равновероятных значений. Разыгрывание полной группы событий. Разыгрывание дискретных векторов.

Тема 2. Моделирование непрерывных случайных величин.

Разыгрывание равномерного распределения на данном промежутке. Моделирование нормального и показательного распределений.

Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов

Тема 3. .Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Разыгрывание случайного процесса с конечным числом равновероятных траекторий. Разыгрывание случайного процесса с конечной полной группой траекторий.

Тема 4. Моделирование однородных цепей Маркова.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова. Вектор распределений вероятностей по состояниям. Разыгрывание значений конечной цепи Маркова.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

Тема 5. Моделирование одномерных случайных процессов.

Разыгрывание синусоиды постоянной частоты и нормально распределенной случайной амплитуды. Вычисление осредненных характеристик. Стационарность моделированного процесса.

Тема 6. Моделирование непрерывных цепей Маркова.

Непрерывные цепи Маркова с конечным числом состояний. Разыгрывание цепи Маркова с конечным числом равновероятных состояний.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* лежит лекционно-лабораторная система обучения. Большой крен, упор сделан в сторону лабораторных занятий, что непосредственно связано со спецификой дисциплины. Учеба в магистратуре сама по себе предполагает большую самостоятельность и индивидуальность. Одновременно цели и задачи данной дисциплины, требования к программе курса предполагают самостоятельную работу магистрантов над процессом моделирования случайных систем. Здесь уместно обратить внимание магистрантов на возможности имитационного моделирования. Теоретический материал по дисциплине и полученный опыт моделирования случайных систем используется при изучении других курсов, приложении к решению прикладных задач естествознания. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно -методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Задания для самостоятельной работы

1. Разыграть двадцать возможных значений дискретной случайной величины X , закон распределения которой задан в виде таблицы

X	3	8	12	15
p	0,1	0,12	0,27	0,51

2. Разыграть десять опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна 0,5.
3. Заданы вероятности четырёх событий, образующих полную группу :
 $p_1 = P(A_1) = 0,15$, $p_2 = P(A_2) = 0,64$, $p_3 = P(A_3) = 0,05$, $p_4 = P(A_4) = 0,16$. Разыграть 20 испытаний, в каждом из которых появляется одно из рассматриваемых событий.
4. События A и B зависимы и совместны. Разыграть 10 испытаний, в каждом из которых заданы вероятности:

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,6, \quad P(AB) = 0,2.$$

5. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины X , распределённой равномерно в интервале (a, b) , зная её функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x - a}{b - a} & \text{при } x \in (a, b) \\ 0 & \text{при } x \notin (a, b). \end{cases}$$

6. Разыграть десять всевозможных значений непрерывной случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(4, 14)$.
7. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по показательному закону, заданному функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

8. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятностей $f(x) = b/(1 + ax^2)$ в интервале $(0, 1/(b - a))$; вне этого интервала $f(x) = 0$.
9. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по закону Вейбулла, заданного плотностью вероятности $f(x) = \frac{n}{x_0} x^{n-1} e^{-x^n/x_0}$, при $x \geq 0$; $f(x) = 0$, при $x < 0$.

10. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятности $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$ в интервале $(0, \pi)$; вне этого интервала $f(x) = 0$.
11. Найти методом суперпозиции явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной функцией распределения $F(x) = 1 - 0,25(e^{-2x} + 3e^{-x}), x > 0$; $F(x) = 0$ при $x \leq 0$.
12. Разыграть 50 возможных значений нормальной случайной величины с параметрами $a = 0, \sigma = 1$ и оценить параметры разыгранной величины.
13. Дискретная двумерная случайная величина (X, Y) задана законом распределения:

Y	X			
	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	0,11	0,06	0,08	0,12
y_2	0,07	0,08	0,05	0,09
y_3	0,15	0,09	0,04	0,06

Разыграть десять пар возможных значений (X, Y) .

14. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , заданной плотностью вероятностей $f(x, y) = \frac{3}{4}xy^2$ в области, ограниченной прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$.
15. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , если составляющая X задана плотностью вероятности $f_1(x) = x/2$ в интервале $(0, 2)$; составляющая Y равномерно распределена в интервале (x_i, x_{i+3}) с плотностью $f_2(y) = 1/3$, где x_i – разыгранное возможное значение X .
16. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , если составляющая X задана плотностью вероятности $f_1(x) = 2x/9$ в интервале $(0, 3)$; составляющая Y равномерно распределена в интервале (x_{i-2}, x_{i+2}) с плотностью $f_2(y) = 1/4$, где x_i – разыгранное возможное значение X .

17. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины (X, Y) , заданной плотностью вероятности $f(x, y) = 6y$ в области ограниченной прямыми $y = 0$, $y = x$, $x = 1$.
18. Устройство состоит из двух блоков, соединённых последовательно. Первый блок содержит три элемента: A, B, C , а второй – два элемента: D, E . Элементы каждого блока соединены параллельно. а) Найти методом Монте-Карло оценку P^* надёжности системы, зная вероятности безотказной работы элементов: $P(A) = 0,8, P(B) = 0,9, P(C) = 0,85, P(D) = 0,7, P(E) = 0,6$; б) Найти абсолютную погрешность $|P - P^*|$, где P – надёжность системы, вычисленная аналитически. Произвести 20 испытаний.
19. Устройство состоит из двух узлов, соединённых последовательно. Первый узел содержит два элемента: A и B , которые соединены параллельно. Второй узел содержит один элемент C . Время безотказной работы элементов распределены по показательному закону с параметрами, соответственно равными $0,04; 0,05; 0,1$. Найти методом Монте-Карло: а) оценку P^* вероятности безотказной работы устройства за время длительностью 10ч; б) среднее время безотказной работы устройства. Произвести 50 испытаний.
20. В трёхканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между поступлениями двух последовательных заявок распределено по показательному закону $f(\tau) = 4e^{-4\tau}$. Длительность обслуживания каждой заявки равна одной минуте. Найти методом Монте-Карло математическое ожидание a числа обслуженных заявок за время $T=5$ минут.
21. В одноканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между моментами поступления двух последовательных заявок распределено по закону $f_1(\tau) = 0,8e^{-0,8\tau}$; время обслуживания заявок случайное и распределено по закону $f_2(\tau) = 1,5e^{-1,5\tau}$. Найти методом Монте-Карло за время $T=30$ минут: а) среднее число обслуженных заявок; б) среднее время обслуживания одной заявки; в) вероятность обслуживания; г) вероятность отказа. Произвести 10 испытаний.
22. Случайный процесс $x(t)$ задан уравнением $x(t) = t\xi(\omega) + t^2$, где $\xi(\omega)$ – случайная величина, равномерно распределённая на интервале $[0,4]$. Разыграть случайную величину $\xi(\omega)$, смоделировать процесс $x(t)$, проведя 20 испытаний. Найти осреднённые характеристики процесса по полученным статистическим данным.

23. Случайный процесс $x(t)$ задан уравнением $x(t) = \frac{1}{1+t^2} + 5\xi(\omega)$, где $\xi(\omega)$ – нормально распределённая случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 2, D(\xi) = 0,1$. Разыграть случайную величину $\xi(\omega)$. Моделируйте случайный процесс $x(t)$. По полученной выборке найдите осреднённые характеристики случайного процесса $x(t)$.
24. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени t принимает данные N равновероятных траекторий $S_i(t), i = \overline{1, N}$.
25. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени t является случайной величиной, принимающей значения – функции $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$ соответственно с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_N .

6.2. Темы для самостоятельного изучения и виды и содержание самостоятельной работы.

Разделы и темы для самостоятельного изучения.	Виды и содержание самостоятельной работы.
Первый семестр.	
Модуль 1..Моделирование случайных величин.	
1. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4] 2. Доклад на тему : «Оптимальный способ моделирования показательного распределения». [1],[2].
2. Моделирование непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Независимые равномерно распределенные случайные величины ». [1],[2].
3. Моделирование неравномерного распределения методом Неймана.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Метод Неймана моделирования случайных величин»[1],[2].
4. Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Моделирование неравномерных распределений». [2],[3].

5. Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование трехмерного нормального распределения». [2],[3].
Модуль 2.. Моделирование дискретных случайных процессов.	
1.Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование случайных процессов с конечным числом состояний».
2. Моделирование однородных цепей Маркова.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Однородные цепи Маркова с конечным числом состояний».
3. Приложение метода моделирования цепей Маркова к решению систем уравнений.	1. Решение задач. [4], 2.Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению систем уравнений». [1],[2].
4.Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Эргодичность однородных цепей Маркова». [2],[5].
5 Цепи Маркова и интегральные уравнения..	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению интегральных уравнений». [1],[2].
Модуль 3. .Моделирование непрерывных случайных процессов.	
1.Моделирование непрерывных случайных процессов	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Моделирование процесса прохождения излучения через вещество». [1],[2].
2.Моделирование непрерывных цепей Маркова.	1.Решение задач. [4]. 2 Доклад на тему: «Разыгрывание процессов Маркова с непрерывным множеством состояний». [1],[2].
3 Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического распределения.	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Каноническое представление нормального процесса и особенности его моделирования». [1],[2].

4. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.	1 Реферат на тему: «Моделирование случайных полей». [1],[2].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

7.2. Типовые контрольные задания.

7.2.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.

Модуль 1. Моделирование случайных величин.

1. Дискретные случайные величины, примеры.
2. Непрерывные случайные величины, примеры.
3. Плотность и функция распределения, примеры.
4. Случайные векторы, примеры.
5. Совместное распределение случайных величин.
6. Сущность метода Монте-Карло. Оценки параметров
7. Разыгрывание дискретной случайной величины.
8. Разыгрывание полной группы событий.
9. Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин.
10. Эффективность стандартного метода моделирования дискретных величин.
11. Эффективный метод моделирования биномиального распределения.
12. Эффективный метод моделирования распределения Пуассона.
13. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
14. Немонотонные моделирующие формулы.
15. Рандомизация моделирования распределений; метод суперпозиции.

Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов.

1. Случайные функции, процессы. Осредненные характеристики.

2. Дискретные случайные процессы.
3. Случайные процессы с дискретным фазовым пространством.
4. Преобразование случайных процессов динамическими системами.
5. Однородные цепи Маркова.
6. Вероятностные характеристики цепей Маркова.
7. Эргодичность цепей Маркова.
8. Предельные вероятности состояний цепи Маркова.
9. Моделирование случайного процесса равновероятных траекторий.
10. Моделирование случайного процесса конечного числа траекторий.
11. Моделирование блуждания частицы по целочисленным точкам прямой
12. Моделирование блуждания частицы по двумерной решетке.
13. Моделирование многомерных дискретных процессов.
14. Моделирование стационарного временного ряда.
15. Моделирование марковских гауссовских процессов.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

1. Случайные процессы с непрерывным временем.
2. Стационарность и эргодичность случайных процессов.
3. Спектральное разложение стационарных случайных процессов.
4. Спектральная плотность случайного процесса.
5. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями.
6. Гауссовские случайные процессы.
7. Моделирование многомерного марковского гауссовского процесса.
8. Моделирование одномерного стационарного процесса, заданного спектральной плотностью.
9. Метод Франклина моделирования стационарного процесса.
10. Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического разложения.
11. Моделирование процесса типа скользящего суммирования.
12. Случайные поля, примеры.
13. Моделирование случайных полей.
14. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.
15. моделирование случайного поля на целочисленной решетке.

7.2.2. Вопросы для контроля самостоятельной работы.

1. Вероятностное пространство, вероятностная модель.
2. Случайные величины и функции распределения.
3. Дискретные случайные величины, примеры.
4. Непрерывные случайные величины, примеры.
5. Моменты случайных величин.
6. Закон больших чисел, центральная предельная теорема.
7. Независимые равномерно распределенные случайные величины.

8. Моделирование дискретных распределений. Стандартный подход.
9. Моделирование равномерных распределений.
10. Моделирование неравномерных распределений, общий подход.
11. Специальные методы моделирования неравномерных распределений.
12. Марковские процессы с дискретным временем.
13. Цепи Маркова, основные понятия.
14. Моделирование цепей Маркова..
15. Моделирование многомерных марковских процессов.
16. Каноническое представление случайных процессов.
17. Моделирование процессов, заданных каноническим разложением.
18. Моделирование нормального случайного процесса.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля -50% и промежуточного контроля-50%..

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий -10 баллов,
- участие на лабораторных занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум –50 баллов,
- выполнение лабораторных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос- 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Г.П. Климов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с. — 978-5-211-05846-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html> (16.06.2018)

2..Ермаков,Сергей Михайлович. Метод Моне-Карло и смежные вопросы / Ермаков, Михайлович ;С.М.Ермаков.- М. : Наука, 1975. - 471с. - 1-81. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3.Михайлов Геннадий Алексеевич. Численное статистическое моделирование: методы Монте-Карло : учеб. пособие / Михайлов, Геннадий Алексеевич, А. В. Войтишек. - Допущено МО РФ. - М. : Академия, 2006. - 367 с. - (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика).- ISBN5-7695-2739-0:286-00.

4. Ермаков ,Сергей Михайлович. Статистическое моделирование : Учеб. пособие для студ. по спец.: "Прикладная. математика" / Ермаков, Сергей Михайлович, Михайлов ,Геннадий Алексеевич Изд. 2-е, доп. - М. : Наука, 1982. - 296с. - 0-90.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Прохоров Ю.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебник / Ю.В. Прохоров, Л.С. Пономаренко. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. — 254 с. — 978-5-211-06234-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13173.html> (16.06.2018)

2.Гмурман,Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / Гмурман, Владимир Ефимович. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2014. - 388-52.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3.Вентцель,ЕленаСергеевна.Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов втузов / Вентцель, Елена Сергеевна, Л. А. Овчаров. - Изд. 7-е, стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 446,[2] с. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-06-005689-9 : 442-20.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

4.Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло .СП(б).: Изд. Лань,2012.

9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети <<Интернет>>, необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:
<http://edu.icc.dgu.ru>:

10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине *моделирование случайных величин и процессов* распределена по темам и по часам на лекции и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладам и рефератам , а также из подготовки к лабораторным работам, коллоквиумам и сдаче зачета. При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует

уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий к решению прикладных задач. Решение достаточного количества задач по данной теме, аккуратное выполнение лабораторных работ поможет творческому овладению методами моделирования случайных систем, весьма эффективных при решении различных задач теории и практики.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель лабораторных занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению различных прикладных задач, где возникает необходимость разыгрывания случайных систем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по данной дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *моделирование случайных величин и процессов*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.