МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

Кафедра прикладной математики факультета математики
и компьютерных наук

Образовательная программа
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: **Базовый**

Махачкала 2020

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» составлена в 2020 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от «_12__» ____03_____2018 г. № 228.

Разработчик:
1. кафедра прикладной математики Абдурагимов Г.Э., к.ф.-м. н., доцент________;

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от «_06_» март 2020г., протокол №_7_
Зав. кафедрой ________________ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «_25_» ___март_____2020г., протокол №_4_.
Председатель ________________ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_26_» ___03_______2020г. ______________________
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Численные методы» входит в *базовую* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, техники и др., а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК - 1 и профессиональных – ПК-2, ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
5	144	34	34	32			44	зачет
6	144	30	30	14			70	экзамен
Итого:	**288**	**64**	**64**	**46**			**114**	

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения дисциплины «Численные методы» – владение студентами теорией разнообразных численных методов и умение применять численные методы на практике при решении практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, техники и др.

Задачи изучения дисциплины:

а) изучить теорию численных методов;

б) закрепить на практике теоретические знания, то–есть, по заданной задаче студент должен выбрать нужный метод, разработать алгоритм решения соответствующий этому методу, написать программу или воспользоваться пакетом прикладных программ.

в) на лабораторных занятиях получить опыт решения задач на ЭВМ.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» входит в *базовую* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатики и изучается на третьем курсе после изучения студентами необходимых для усвоения курса дисциплин: математический анализ, алгебра, информатика и дифференциальные уравнения. Изучив дисциплину, студенты должны усвоить основные численные методы практического решения задач математического анализа, алгебры и дифференциальных уравнений и уметь их применять на практике, т.е. решать практические задачи, пользуясь ЭВМ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	**Знает**: основные математические дисциплины и современные информационные технологии; **Умеет**: применять полученные базовые знания при исследовании вопросов прикладной математики; **Владеет**: базовым математическим аппаратом и информационными технологиями
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**Знает**: современный математический аппарат; **Умеет**: совершенствовать и применять в приложениях соответствующие знания; **Владеет**: современными математическими методами
ПК-3	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	**Знает**: место численных методов и математических дисциплин в системе научных знаний; **Умеет**: самостоятельно приобретать новые знания и критически переосмысливать накопленный опыт; **Владеет**: целостным представлением о роли численных методов при исследовании математических моделей различных явлений и процессов

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1 Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2 Структура и содержание дисциплины (модуля).

№ п/п	Раздел (модуль) дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лек	Лаб. раб	Практ.	Контроль сам. раб		
Модуль 1. Численные методы математического анализа. Интерполяция функций одной переменной.									
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.	**5**		2	12	4			Опрос, лабораторная работа
2	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.			2		4			Опрос, лабораторная работа
3	Конечные разности и их применение в численном дифференцировании.			2		2		1	Опрос, самостоятельная работа
4	Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.			2		2		1	Опрос, самостоятельная работа
5	Понятие о сплайнах и их применение			2					Опрос, самостоятельная работа
Всего по модулю 1				**10**	**12**	**12**		**2**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 2. Численные методы математического анализа. Численное интегрирование.									
1	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.			4	12	6		2	Опрос, лабораторная работа
2	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.			2		6		2	Опрос, лабораторная работа
3	Правило Рунге практи-			2					Опрос,

	ческой оценки погрешности.								лабораторная работа
Всего по модулю 2				**8**	**12**	**12**		**4**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 3. Численные методы алгебры									
1	Прямые методы решения СЛАУ. Метод квадратного корня.			2		2			Опрос, лабораторная работа
2	Метод Халецкого			2					Опрос, лабораторная работа
3	Сходимость последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.			2		2			Опрос, лабораторная работа
4	Матричная геометрическая прогрессия			2					Опрос, самостоятельная работа
5	Метод простой итерации решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ.			2	6	1			Опрос, лабораторная работа
6	Метод Зейделя решения СЛАУ.			2	4	1		1	Опрос, лабораторная работа
7	Метод простой итерации решения нелинейных уравнений			2		2		1	Опрос, самостоятельная работа
8	Метод Ньютона.			2					Опрос, самостоятельная работа
Всего по модулю 3			**36**	**16**	**10**	**8**		**2**	**Письменная контрольная работа**
ИТОГО ЗА 1 СЕМЕСТР				**34**	**34**	**32**		**8**	**Зачет**
Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений									
1	Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.	**6**		2	2	2		2	Опрос, лабораторная работа
2	Одношаговые методы Рунге-Кутта.			2	2			4	Опрос, лабораторная работа
3	Оценка погрешности одношаговых методов			2	2			2	Опрос, лабораторная работа
4	Многошаговые методы. Явные методы Адамса.			2	2	2		2	Опрос, лабораторная работа
5	Многошаговые методы. Неявные методы Адамса.			2	2			2	Опрос, лабораторная работа
Всего по модулю 4				**10**	**10**	**4**		**12**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений									
1	Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.			2	2	2		2	Опрос, самостоятельная работа
2	Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу			2				2	Опрос, самостоятельная работа

	для линейного ОДУ второго порядка.								
3	Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.			2	4	2		2	Опрос, лабораторная работа
4	Устойчивость метода прогонки			2				2	Опрос, лабораторная работа
5	Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка			2	4	2		2	Опрос, лабораторная работа
Всего по модулю 5				**10**	**10**	**6**		**10**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 6. Численные методы решения уравнений параболического типа									
1	Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.			2		2		6	Опрос, самостоятельная работа
2	Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.			2	4			4	Опрос, лабораторная работа
3	Устойчивость явных двухслойных разностных схем.			2				4	Опрос, самостоятельная работа
4	Решение смешанной граничной задачи.			2	4			4	Опрос, самостоятельная работа
Всего по модулю 6				**8**	**8**	**2**		**18**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 7. Численные методы решения уравнений эллиптического типа									
1	Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.			2	2	2		30	Опрос, лабораторная работа
Всего по модулю 7				**2**	**2**	**2**		**30**	**Письменная контрольная работа**
Модуль 8. Подготовка к экзамену									
Подготовка к экзамену								**36**	**Экзамен**
ИТОГО ЗА 2 СЕМЕСТР				**30**	**30**	**14**		**106**	**Экзамен**
ИТОГО:				**64**	**64**	**46**		**114**	**288**

4.3 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Курс «Численные методы» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

4.3.1 Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы математического анализа. Интерполяция функций одной переменной.

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.

Понятие интерполяции и ее значение в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

Тема 2. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 3. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k-ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема 4. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

Тема 5. Понятие о сплайнах и их применении.

Понятие сплайна. Применение сплайнов в вычислительной математике. Пример построения сплайна третьей степени.

Модуль 2. Численные методы математического анализа. Численное интегрирование.

Тема 6. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

Тема 7. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Вывод квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

Тема 8. Правило Рунге практической оценки погрешности.

Правило Рунге и его применение для практической оценки погрешности. Алгоритм приближенного вычисления интеграла с применением правила Рунге.

Модуль 3. Численные методы алгебры

Тема 9. Прямые методы решения СЛАУ. Метод квадратного корня.

Понятия о прямых и итерационных методах решения СЛАУ. Вывод формул метода квадратного корня, алгоритм метода.

Тема 10. Метод Халецкого.

Вывод формул метода Халецкого, алгоритм метода.

Тема 11. Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов.

Тема 12. Матричная геометрическая прогрессия.

Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии. Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 13. Метод простой итерации решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Тема 14. Метод Зейделя решения СЛАУ.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Тема 15. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 16. Метод Ньютона.

Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 17. Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.

Метод Тейлора для нахождения приближенного решения задачи Коши для ОДУ, примеры применения. Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

Тема 18. Одношаговые методы Рунге-Кутта.

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Вывод одношаговых формул Рунге-Кутта. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутта.

Тема 19. Оценка погрешности одношаговых методов.

Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 20. Многошаговые методы. Явные методы Адамса.

Необходимость изучения многошаговых методов. Явные многошаговые методы Адамса. Их вывод.

Тема 21. Многошаговые методы. Неявные методы Адамса.

Необходимость изучения многошаговых методов. Неявные многошаговые методы Адамса. Их вывод.

Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 22. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Понятия: узел, сетка, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Тема 23. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Доказательство сходимости разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 24. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методам.

Тема 25. Устойчивость метода прогонки.

Корректность метода прогонки. Необходимые и достаточные условия устойчивости метода прогонки.

Тема 26. Устойчивость методы прогонки решения разностного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.

Необходимые и достаточные условия устойчивости метода прогонки решения краевой задачи для разностного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.

Тема 27. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методам.

Модуль 6. Численные методы решения уравнений параболического типа

Тема 28. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация, порядок аппроксимации, порядок сходимости. Доказательство теоремы о связи аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Тема 29. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения, порядок аппроксимации. Алгоритм нахождения приближенных значений решения задачи Коши в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

Тема 30. Устойчивость явных двухслойных разностных схем.

Достаточное условие устойчивости явной двухслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 31. Решение смешанной граничной задачи.

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности. Алгоритм нахождения приближенных значений решения смешанной граничной задачи в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

Модуль 7. Численные методы решения уравнений эллиптического типа

Тема 32. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.
Аппроксимация граничных условий Дирихле и Неймана. Порядок аппроксимации. Аппроксимация линейного эллиптического уравнения второго порядка. Порядок аппроксимации.

4.3.2 Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Численные методы математического анализа. Интерполяция функций одной переменной.

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.
Постановка задача интерполяции. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Оценка погрешности. Понятие и свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 2. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.
Понятие конечной разности k-ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных. Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

Тема 3. Понятие о сплайнах и их применении.
Понятие сплайна. Применение сплайнов в вычислительной математике. Пример построения сплайна третьей степени.

Модуль 2. Численные методы математического анализа.

Численное интегрирование.

Тема 4. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, их остаточные члены и оценки.

Тема 5. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности. Правило Рунге практической оценки погрешности.

Квадратурная формула Симпсона, остаточный член и его оценки. Правило Рунге и его применение для практической оценки погрешности. Алгоритм приближенного вычисления интеграла с применением правила Рунге.

Модуль 3. Численные методы алгебры

Тема 5. Прямые методы решения СЛАУ. Метод квадратного корня. Метод Халецкого.

Понятия о прямых и итерационных методах решения СЛАУ. Формула метода квадратного корня, алгоритм метода. Формула метода Халецкого, алгоритм метода.

Тема 6. Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов. Матричная геометрическая прогрессия.

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов. Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии. Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 7. Метод простой итерации решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ. Метод Зейделя решения СЛАУ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Тема 8. **Метод простой итерации решения нелинейных уравнений. Метод Ньютона.**

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений. Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 9. **Приближенный метод Тейлора и численный метод Эйлера.**

Метод Тейлора для нахождения приближенного решения задачи Коши для ОДУ, примеры применения. Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

Тема 10. **Одношаговые методы Рунге-Кутта.**

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Одношаговые формулы Рунге-Кутта. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутта.

Тема 11. **Оценка погрешности одношаговых методов.**

Оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 12. Многошаговые методы. Явные методы Адамса.

Явные многошаговые методы Адамса.

Тема 13. Многошаговые методы. Неявные методы Адамса.

Неявные многошаговые методы Адамса.

Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 14. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость,
порядок аппроксимации.

Понятия: узел, сетка, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Тема 15. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 16. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методам.

Тема 17. Устойчивость метода прогонки.

Корректность метода прогонки. Необходимые и достаточные условия устойчивости метода прогонки.

Тема 18. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методам.

Модуль 6. Численные методы решения уравнений параболического типа

Тема 19. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация, порядок аппроксимации, порядок сходимости. Теорема о связи аппроксимации устойчивости со сходимостью.

Тема 20. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения, порядок аппроксимации. Алгоритм нахождения приближенных значений решения задачи Коши в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

Тема 21. Устойчивость явных двухслойных разностных схем.
Достаточное условие устойчивости явной двухслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности.

Тема 22. Решение смешанной граничной задачи.
Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности. Алгоритм нахождения приближенных значений решения смешанной граничной задачи в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

Модуль 7. Численные методы решения уравнений эллиптического типа

Тема 23. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.
Аппроксимация граничных условий Дирихле и Неймана. Порядок аппроксимации. Аппроксимация линейного эллиптического уравнения второго порядка. Порядок аппроксимации.

4.3.3 Содержание лабораторных занятий по дисциплине

№ п/п	Тема	Аудиторные часы
	Модуль 1. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы математического анализа***	**12**
1.1лб	Интерполяций функций одной переменной	12
	Модуль 1. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы математического анализа***	**12**
2.1лб	Численное интегрирование	12
	Модуль 3. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы алгебры***	**10**
3.1лб	Метод простой итерации решения СЛАУ	6
3.2лб	Метод Зейделя решения СЛАУ	4
	Модуль 4. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы решения задачи Коши для ОДУ***	**10**
4.1лб	Методы Рунге-Кутте решения задачи Коши. Методы Адамса.	10

	Модуль 5. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы решения краевых задач для ОДУ***	**10**
5.1лб	Численные методы стрельбы решения двухточечной краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка.	5
5.2лб	Численные методы прогонки решения двухточечной краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка.	5
	Модуль 6. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы решения уравнений параболического типа***	**8**
6.1лб	Разностные схемы для параболических уравнений	8
	Модуль 7. Лабораторные занятия по теме: ***Численные методы решения уравнений эллиптического типа***	**2**
7.1лб	Разностные схемы для уравнений эллиптического типа	2

5. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины «Численные методы» применяются различные активные и интерактивные формы проведения занятий. При чтении лекций – обзорная лекция, проблемная лекция, лекция визуализации с использованием компьютерной презентационной техники. Для этого на факультете математики и компьютерных наук имеются специальные оснащенные такой техникой лекционные аудитории.

При проведении практических и лабораторных занятий кроме указанной презентационной техники используются интернет-ресурсы, пакеты прикладных программ MathCAD, Matlab, Математика-5 и др.

Доля занятий, проводимых в интерактивной форме, составляет примерно 15% всех аудиторных занятий.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1 Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Работа с рекомендованной литературой.
2. Решение задач и примеров.
3. Подготовка к лабораторным работам.

№	Виды самостоятельных работ	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечение
1	Работа с рекомендованной литературой	Опрос по соответствующим разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
2	Решение задач и примеров	Контрольная работа	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
3	Подготовка к лабораторным работам	Защита лабораторных работ	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа

6.2 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

<u>Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы.</u>

1. Что означает запись:

   1) $a = 2.747 \pm 0{,}001$; 2) $a = 0{,}4685(1 \pm 0{,}02)$?

2. Как оценить относительную погрешность произведения $u.v$ или частного $\frac{u}{v}$?
3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности ?
4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции ?
5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции $f(x)$ по ее значениям в узлах $x_0, x_1, ..., x_n$?
6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции $f(x)$:

x	1	1,2	1,5	1,6
$f(x)$	0,87	0,97	0,80	0,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти $f(0,75)$ для табличной функции $f(x)$:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	2,13	1,88	1,25	1,00	1,20

8. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;...;100)$, если $f(x) = x(x-1)(x-2)...(x-99).$

9. Найти конечную разность $\Delta^4 f_1,$ если $x_i = ih,\ \ f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2.$

10. Где используются конечные разности?

11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл $\int\limits_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}.$

12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно интеграл $\int\limits_1^2 (x + \frac{1}{x^2})dx.$ Сравнить полученное значение с точным.

13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок [0,1], чтобы вычислить интеграл $\int\limits_0^1 \frac{x-1}{x+1}dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?

14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок [0,1], чтобы вычислить интеграл $\int\limits_1^2 \frac{x+1}{x^2}dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле Симпсона?

15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int\limits_2^3 f(x)dx.$

16. Многочлены Чебышева , их свойства и применение.

17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти

$$\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + \ldots,$ если $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$? Если сходится, то найти ее сумму.

19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c,$ где

$$B = \begin{pmatrix} 0{,}1 & -0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & -0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & -0{,}1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.

20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы $x = Bx + c,$ если $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$?

21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2.$ За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3.$ За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

23. Пользуясь формулой Эйлера, найти приближенно $y(0{,}3),$ где $y(x)$ – решение задачи Коши: $y' = y - x^2 + 2x, \quad y(0) = 0.$

24. Дать определения: *сетки, узла*, *аппроксимации, порядка аппроксимации, устойчивости, сходимости, порядка сходимости.*

25. Методом сеток аппроксимировать с помощью явной двухслойной разностной схемы аппроксимировать задачу Коши для уравнения теплопроводности. Определить порядок аппроксимации.

25. Необходимое и достаточное условие сходимости явной двухслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности.

26. Аппроксимация методом сеток граничных условий Дирихле и Неймана, порядок аппроксимации.

27. Аппроксимация методом сеток задачи Коши для уравнения колебания струны, порядок аппроксимации.
28. Устойчивость трехслойной разностной схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения колебания струны.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	**Знать**: основные математические дисциплины и современные информационные технологии; **Уметь**: применять полученные базовые знания при исследовании вопросов прикладной математики; **Владеть**: базовым математическим аппаратом и информационными технологиями	Контрольные работы, экзамен
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**Знать**: современный математический аппарат; **Уметь**: совершенствовать и применять в приложениях соответствующие знания; **Владеть**: современными математическими методами	Контрольные работы, экзамен
ПК-3	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности	**Знать**: место численных методов и математических дисциплин в системе научных знаний; **Уметь**: самостоятельно приобретать новые знания и критически переосмысливать накопленный опыт; **Владеть**: целостным	Контрольные работы, экзамен

		представлением о роли численных методов при исследовании математических моделей различных явлений и процессов	

7.2 Типовые контрольные задания и тесты

По каждому модулю предусмотрена одна контрольная работа или один тест.

Примерная контрольная работа по модулю 1

Интерполяция функции одной переменной и численное интегрирование

Вариант 0

1. Для функции $f(x) = \dfrac{2x}{4x+1}$ по ее значениям в узлах $0,\ \dfrac{1}{2},\ 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке $x = \dfrac{1}{4}$.
2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$.
3. Пусть $f(x) = x^3 + x,\ \ x_i = ih,\ \ i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.
4. Пусть $a = 3{,}62 \pm 0{,}04;\ \ b = 0{,}2 \pm 0{,}08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c.
5. Найти приближенное значение $I_{пр}$ интеграла $I = \int\limits_1^2 |3-2x| x dx,$ по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{пр}|$.
6. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл $\int\limits_{-1}^{2} \dfrac{x}{2+x} dx$ по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

Примерный тест по численным методам на 3 курсе по модулю 1

Интерполяция функции одной переменной и численное интегрирование

Вариант 0

1.Если a =0,896 и его относительная погрешность $\delta = 10\%$, то абсолютная погрешность равна …

1) 0,6; 2) 0,1; 3) 0,06; 4) $0{,}9\cdot 10^{-1}$; 5) $0{,}8\cdot 10^{-1}$.

2. Число 0,01204 округлили до трех значащих цифр. Абсолютная погрешность полученного приближенного числа равна …

1) 0,04; 2) 0,002; 3) $0{,}4\cdot 10^{-4}$; 4) 0,001; 5) $0{,}2\cdot 10^{-4}$.

3. Относительная погрешность в % числа a =6,0612 ± 0,006 равна …

1) 1 %; 2) 0,01 %; 3) 0,2 %; 4) 12 %; 5) 2 % .

4. Число 0,0020068 округлили до трех значащих цифр. Абсолютная погрешность полученного приближенного числа равна …

1) $0{,}4\cdot 10^{-4}$; 2) 0,04; 3) 0,002; 4) 0,001; 5) $0{,}2\cdot 10^{-4}$.

5. Пусть $a = 4{,}457 \pm 3\cdot 10^{-3}$, $b = 12{,}0422 \pm 6\cdot 10^{-4}, c = 2a + 5b$. Абсолютная погрешность вычисления c равна …

1) $3{,}3\cdot 10^{-3}$; 2) $2\cdot 10^{-4}$; 3) $8{,}2\cdot 10^{-3}$; 4) $6{,}8\cdot 10^{-4}$; 5) $9\cdot 10^{-3}$.

6. Пусть a =0,07088. Значащими цифрами числа a являются …

1) 7088; 2) все его цифры ; 3) 88; 4) 07088; 5) нет значащих цифр.

7. Для функции $f(x) = (1 - 4x)\sin \pi x$ строится интерполяционный многочлен $L_2(x)$ по ее значениям в узлах $x_0 = 0,\ x_1 = \frac{1}{4},\ x_1 = \frac{1}{2}$. Его значение $L_2(\frac{1}{8})$ равно ...

1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{2}{15}$; 4) $\frac{2}{17}$; 5) $\frac{3}{122}$.

8. Сумма разделенных разностей $f(0;1;2) + f(1;2;3)$ для функции $f(x) = x\sin\frac{\pi x}{2}$ равна …

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) 0.

9. Разделенная разность $f(0;1;2;...;10)$ для функции $f(x) = x^3 + \sin \pi x$ равна …

1) 0; 2) 10^{-3}; 3) 10^3; 4) 3; 5) 1.

10. Интерполяционный многочлен для функции $f(x)=(4x-1)(3x-1)(2x-1)x$ по ее значениям в узлах $x_0=0, x_1=\dfrac{1}{4}, x_2=1/3,\ x_3=1/2$ имеет вид

1) $4x^3$; 2) $4x^3+2x$; 3) $4x^3-2x$; 4) $x+4x^3$; 5) 0.

11. Пусть $f(x)=x^3+x^2, x_i=ih, i\in Z$. Конечная разность назад $\nabla^2 f_2$ равна …

1) $6h^3$; 2) $6h^3+2h^2$; 3) 0; 4) $6h^3-h^2$; 5) $6h^3+3h^2$.

12. Пусть $f(x)=x^3-\sin 10\pi x, x_i=0{,}1*i, i\in Z$. Конечная разность вперед $\Delta^3 f_0$ равна …

1) $-0{,}003$; 2) 6; 3) 0,003; 4) 0,006; 5) 0.

13. Многочлен Чебышева второй степени на отрезке [0;2] имеет вид:

1) $2x^2-2x-1$; 2) $2x^2-1$; 3) $2(x+1)^2-1$; 4) $2(x-1)^2-1$; 5) $(x+1)^2-2$

14. Значение интеграла $\int_0^1 (x+1)\sin^2 \pi x dx$, вычисленного по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на две равные части, равно…

1) $\dfrac{7}{6}$; 2) 1; 3) 0,75; 4) 1,25; 5) 0,9.

15. Значение интеграла $\int_0^1 (x+1)\sin^2 \dfrac{\pi x}{2} dx$, вычисленного по квадратурной формуле правых прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на две равные части, равно…

1) 0,9; 2) 1,25; 3) 0,75; 4) $\dfrac{7}{6}$; 5) $\dfrac{11}{8}$.

16. Значение интеграла $\int_0^1 x^2\,|1-2x|\,dx$, вычисленного по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части, равно …

1) $\dfrac{1}{4}$; 2) $\dfrac{2}{5}$; 3) $\dfrac{3}{11}$; 4) $\dfrac{3}{15}$.

17. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^1 x\,|1-2x|\,dx$, вычисленного по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Тогда $|B-A|=\ldots$

1) $\dfrac{3}{20}$; 2) 0; 3) $\dfrac{1}{8}$; 4) $\dfrac{1}{10}$.

18. Значение интеграла $\int\limits_0^{1/2} x\sin 2\pi x dx$, вычисленного по простейшей квадратурной формуле Симпсона, равно …

1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{35}$; 3) $\frac{4}{27}$; 4) $\frac{5}{61}$.

Примерная контрольная работа по модулю 2

Численные методы алгебры

Вариант 0

1. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия
E+A+A^2+…? Если сходится, то найти ее сумму.

2. Найти первую и вторую нормы матрицы A и соответствующие нормы вектора b.
4б

3. Найти третью норму матрицы A.

4. Записать в развернутой форме метод простой итерации $x^{k+1} = Bx^k + c(k = 0,1,2,...)$ для системы $x = Bx + c$ и проверить его сходимость.

5. При каких значениях параметра p сходится метод простой итерации $x^{k+1} = Bx^k + c$ для системы $x = Bx + c$?

1. $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 2. $A = \begin{pmatrix} -7 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -8 & -2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 4. $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ 5. $B = \begin{pmatrix} p & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

6. Дано уравнение $2x^3 + x - 2 = 0$. Выбрать x_0 – начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сходился. Составить итерационный процесс Ньютона, найти x_3 и оценить погрешность.

7. Составить сходящийся к решению уравнения $2x^3+3x-3=0$ процесс метода простой итерации. Найти x_3 - третье приближение к решению и оценить погрешность

Примерный тест по численным методам на 3 курсе по модулю II

Численные методы алгебры

1. Третья норма матрицы $A=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ равна…

1) 2; 2) $\sqrt{2}$; 3) 0,5; 4) $\sqrt{5}$.

2. Пусть $A=\begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & -a & -1 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$. Тогда уравнению $\| A \|_1 + \| A \|_2 = 13$ удовлетворяют значения $a=\ldots$

1) 4; 2) −3 и 3; 3) −1 и 1; 4) 3; 5) −2 и 2.

3. Пусть $A=\begin{pmatrix} a & -0{,}25 \\ 1 & -a \end{pmatrix}$. Существует $\lim\limits_{m\to\infty} A^m$, если

1) $a\in(-0{,}5;0{,}5)$; 2) $a\in(-\sqrt{1{,}5};\sqrt{1{,}5})$; 3) $a\in\left(-\sqrt{1{,}25};\sqrt{1{,}25}\right)$.

4. Пусть $A=\begin{pmatrix} a & -\dfrac{1}{2} \\ 2 & a \end{pmatrix}$, где a − параметр. Все действительные значения a, при которых ряд $E+A+A^2+\ldots$ сходится, принадлежат множеству:

1) $\varnothing$; 2) $(-1;1)$; 3) $\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$; 4) $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

5. Пусть вектор $x^0=(0;0;0)$ − начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0{,}2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации. Тогда второе приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:

1) $(1;-1;2)$; 2) $(1{,}5;\ 1{,}3;\ -1.1)$; 3) $(1{,}5;\ 1{,}.3;\ 2)$; 4) $(1{,}5;\ -1{,}3;\ 2.4)$.

6. Метод простой итерации $x^{k+1} = Bx^k + c$ для системы $x = Bx + c$, где $B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ a^2 & -a \end{pmatrix}$,

расходится при любом начальном приближении, если:

1) $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$; 2) $a = \frac{1}{\pi}$; 3) $a = -e^{-1}$; 4) $a = \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{x+3} dx$; 5) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

7. Пусть вектор $(0;\ 0;\ 0)$ – начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases} x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1 \end{cases}$$

методом Зейделя. Тогда первое приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:

1) $(2;\ 1{,}5;\ -0{,}85)$; 2) $(2;\ 1{,}1;\ -1{,}12)$; 3) $(1;\ 0{,}2;\ 1{,}1)$; 4) $(2;\ 1{,}2;\ -0{,}92)$;

5) $(1;\ 0{,}2;\ 1{,}3)$.

8. Выберите верные утверждения.

Метод простой итерации применяется к нахождению приближенного решения уравнения $x = g(x)$, взяв за начальное приближение $x_0 = 0$. Тогда $x_1 = \frac{1}{3}$ является первым приближением к решению этого уравнения, если

1) $g(x) = \frac{x + 2 + \sin 2x}{6 + x^2}$; 2) $g(x) = \frac{3x + \cos x}{x^2 + 3}$; 3) $g(x) = \frac{x^2 + \sin x}{x^4 + 3}$;

4) $g(x) = \frac{x + 2e^x}{x^4 + 5}$.

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8

Примерная контрольная работа по модулям 3,4

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Вариант 0

1. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x^2+1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке [0;0,4], разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения.

Найти

$$\max_{0 \le x \le 0,4} \left| y(x) - x^2 - 1 \right|.$$

2. Методом Эйлера с шагом $h = 0,1$ найти приближенно $y(0,3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти $y(0,5),$ используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h\frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h = 0,1$, как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

5. Найти методом прогонки $y(0,2),$ где $y(x)$ - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \dfrac{y}{x^2+1} = 1, \; 0 < x < 0,3, \\ y(0) = 1, \; y(0,3) = 1,09. \end{cases}$$

6. Найти методом стрельбы $y(1,2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, \; 1 < x < 1,3, \\ y(1) = 0, \;\; y(1,3) = 0,69. \end{cases}$$

Примерная контрольная работа по модулю 5.

Численные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными

Вариант 0

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x+t)\frac{\partial u}{\partial x} + x^2 + t^2,$$

u(x,0) = x.

2. Определить порядок аппроксимации смешанной граничной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x^2 + t^2 + 1)u = 1, \quad 0 < \mathrm{t} \le 1,\ 0 < \mathrm{x} < 1,$$
$$u(x,0) = 0,\ 0 \le x \le 1,$$
$$\mathrm{u}(0,\mathrm{t}) = \mathrm{t},$$
$$\mathrm{u}(1,\mathrm{t}) = 1 + \mathrm{t},\ 0 \le \mathrm{t} \le 1.$$

разностной схемой

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - (x_m^2 + t_n^2 + 1)\frac{u_{m+1}^n + u_{m-1}^n}{2} = 1,$$
$$m = \overline{1, M-1},\ n = \overline{0, N-1},$$
$$u_m^0 = 0,\ m = \overline{0, M},$$
$$u_0^n = t_n,\ u_M^n = 1 + t_n,\ n = \overline{0, N},$$

где $x_m = mh,\ t_n = n\tau,\ m = \overline{0, M},\ n = \overline{0, N}.$

3. Написать разностную схему, аппроксимирующую на сетке

$\left\{x_m = mh,\ y_n = nl, \quad m = \overline{0,M}, \quad n = \overline{0,N}\right\}$ задачу:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(x,0) = x^2,\ u(x,1) = 1 + x^2,\ u(0,y) = y^2, \quad u(1,y) = 1 + y^2. \end{cases}$$

Какими методами можно найти решение полученной разностной схемы?

4. Определить порядок аппроксимации задачи Дирихле в области D={0<x<1, 0 < y<2} с границей Г

$$u_{xx} + u_{yy} = x^2 + y^2, \qquad (x, y) \in D,$$
$$u\big|_{\Gamma} = 0$$

разностной схемой

$$\begin{cases} \dfrac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + \dfrac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{l^2} = \dfrac{x_{m+1}^2 + y_{n+1}^2 + x_{m-1}^2 + y_{n-1}^2}{2}, \\ u\,|_{\Gamma_h} = 0 \end{cases}$$

на сетке (x_m, y_n) $\in D_h^0$, $x_m = mh$, $y_n = nl$, где D_h^0, Γ_h –внутренняя сеточная область и сеточная граница соответственно.

5. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке $\{x_m = mh,\ \ y_n = nl,\ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,\ \ n = 0, 1, 2, \ldots\}$ разностная схема

$$\begin{cases} \dfrac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \dfrac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \dfrac{e^{x_{m+1}} + e^{x_{m-1}}}{2} + y_n, \\ u_m^0 = x_m^2 + 1, \quad \dfrac{u_m^1 - u_m^0}{h} = 2x_m, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \end{cases} ?$$

Привести соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему?

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Конечный результат складывается как средневзвешенная оценка текущего и промежуточного контролей соответственно с весами 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 15баллов;

-участие в практических занятиях – 25 баллов;

-самостоятельная работа – 10 баллов;

-зачет по лабораторным работам – 30 баллов;

-письменная контрольная работа – 20 баллов;

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

-экзамен – 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература

1. Мастяева И.Н. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Н. Мастяева, О.Н. Семенихина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003. — 241 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/11121.html
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941 .
3. Крылов, В.И. Вычислительные методы / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный ; ред. Е.Ю. Ходан, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1977. - Т. 2. - 400 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456989 .
4. Гавришина, О.Н. Практикум по численным методам : учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 74 с. - ISBN 978-5-8353-1180-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232353 .
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. *Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. //* ДГУ, Махачкала, 2011
6. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. *Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам. //* ДГУ, Махачкала, 2010
7. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. *Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. //* ДГУ, Махачкала, 2010.

б) дополнительная литература

1. У.Г. Пирумов. Численные методы. М.: Дрофа, 2003.
2. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.

3. Бахвалов Н.С., Лапин А.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М. Высшая школа, 2000.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование http://edu.ru;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета http://elib.dgu.ru/?q=node/256;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет http://catalog.iot.ru/index.php;
4. Электронная библиотека http://elib.kuzstu.ru.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Лекционный курс. Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса проводится систематическое изложение научных и познавательных материалов, освещение основных понятий дисциплины и закрепление теоретического материала.

В тетради для конспектирования лекций необходимо иметь поля, где по ходу конспектирования студент делает необходимые пометки. Записи должны быть избирательными, своими словами, полностью следует записывать только определения. В конспектах рекомендуется применять сокращения слов, что ускоряет запись. Вопросы, возникшие у студента в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться к преподавателю за разъяснением.

Студенту необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и дополнения на полях. Конспекты лекций можно использовать при подготовке к экзамену, контрольным тестам, при выполнении самостоятельных заданий.

Практические занятия. Практические занятия по «Численным методам» имеют цель закрепить теоретические знания по численным методам, изложенные на лекции, решая практические задачи. На практическом занятии студент должен иметь тетрадь для практических занятий, в которую записываются все задачи решенные в аудитории и дома самостоятельно.

Важное место в самостоятельной работе студентов должна занимать работа в образовательной среде ИНТЕРНЕТ. Такие ресурсы указаны в разделе «Программное обеспечение и интернет ресурсы» данной рабочей программы.

Лабораторные занятия. На лабораторных занятиях студент должен научиться решать с помощью ЭВМ практические задачи математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, физики и техники, пользуясь численными методами. При этом главное–научиться составлять алгоритмы решения задач и по этим алгоритмам составлять программы решения задач на ЭВМ, пользуясь языками программирования и (или) пакетами прикладных программ.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Статистика, а также интернет-ресурсы.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Имеются компьютерные классы с современными персональными компьютерами и методические указания к выполнению лабораторных работ, в библиотеке ДГУ имеется соответствующая литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет ДГУ.